SHOUT
SHARE
IT

MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ ROYALE

DES SCIENCES,

DE L'AGRICULTURE ET DES ARTS,

de Lille.

ANNÉE 1834.

A LILLE,

DE L'IMPRIMERIE DE L. DANEL, GRANDE PLACE.

1835.

MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ ROYALE

DES SCIENCES,

DE L'AGRICULTURE ET DES ARTS,

DE LILLE.

S. 881.

MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ ROYALE

des Sciences,

DE L'AGRICULTURE ET DES ARTS,

DE LILLE.

1834.

NATURAL HISTORY

A LILLE,
DE L'IMPRIMERIE DE L. DANEL, GRANDE PLACE.
1835.

PHYSIQUE ET MATHÉMATIQUES.

MÉMOIRE

SUR LA RÉSOLUTION DES ÉQUATIONS NUMÉRIQUES,

Par M. VINCENT, Membre correspondant.

7 NOVEMBRE 1834.

N.o 1. — Dans une note qui m'est commune avec M. BOURDON, et qui fait partie de la *sixième édition* de son *Algèbre*, il a été démontré que *Si dans une équation numérique rationnelle en x dépourvue de racines égales, on fait successivement, et conformément au procédé de* LAGRANGE,

$$x = a + \frac{1}{x'}, \qquad x' = b + \frac{1}{x''}, \qquad x'' = c + \frac{1}{x'''} \ldots\ldots,$$

on parvient toujours par la suite des transformations, et quels que soient d'ailleurs les nombres a, b, c...., *à une équation transformée qui se trouve dans l'un de ces deux cas : ou de ne plus avoir que des permanences, ou de ne plus offrir qu'*UNE *variation*; dans ce second cas, l'équation en x a une racine réelle positive représentée par la fraction continue

$$a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \ldots\ldots}},$$

et n'en a qu'une seule de cette valeur ; le premier cas, au contraire, arrive toutes les fois que l'équation n'a aucune racine susceptible de l'expression indiquée.

Non seulement cette propriété des équations numériques, propriété exclusivement inhérente à la réduction de leurs racines réelles en fractions continues, est tout-à-fait suffisante, ainsi qu'on peut le voir, pour conduire à la séparation de ces racines, comme naturellement, c'est-à-dire sans que l'on soit obligé de déterminer *à priori* leur quotité ou de leur assigner des limites (*), et pourvu seulement qu'afin de s'épargner une infinité d'essais inutiles, on se laisse diriger dans le choix des nombres *a, b, c*..... par le théorème de M. Budan (**) ; mais en outre la même propriété

(*) Qui ne connaît aujourd'hui le beau théorème découvert par M. Sturm sur les limites des racines?.... Bien que la méthode de résolution proposée dans ce qui va suivre en soit absolument indépendante, toute complète et rigoureuse qu'elle nous paraisse, le théorème de M. Sturm n'en est pas moins d'une extrême importance à nos yeux, pour la facilité avec laquelle il permet de reconnaître *à priori* le nombre et les limites des racines réelles ; et sous ce rapport il offrira toujours un puissant auxiliaire à toutes les méthodes de résolution, quelques avantages qu'elles puissent d'ailleurs présenter. Il ne faut pas perdre de vue, au surplus, que l'emploi du procédé de M. Sturm se trouve tout préparé par les opérations nécessaires à la séparation préalable des racines égales.

(**) Ce théorème peut être énoncé comme il suit :

Si, dans une équation en x *que nous représenterons par* $f(x) = 0$, *on fait alternativement* $x = p + x'$, $x = q + x''$, p *et* q *étant deux nombres réels de signes quelconques, et tels que l'on ait* $p < q$ [c'est-à-dire que p soit le plus rapproché de l'infini négatif, et q le plus rapproché de l'infini positif] : — 1.° *La transformée en* $x' = x - p$ *ne peut avoir moins de variations que la transformée en* $x'' = x - q$; — 2.° *le nombre des racines réelles de l'équation* $f(x) = 0$, *comprises entre* p *et* q, *ne peut jamais surpasser celui des variations perdues dans le passage de la transformée en* $(x - p)$ *à la transformée en* $(x - q)$; — 3.° *quand il en est surpassé, il l'est toujours d'un nombre pair.* — [Dans le cas particulier où l'un des nombres p, q, serait fournit un caractère au moyen duquel on peut reconnaître d'une manière certaine quand cette séparation est complètement effectuée. Pour ces deux raisons, j'ai pensé qu'il ne serait pas sans intérêt de reprendre ici la proposition énoncée, et de faire voir comment elle peut se déduire de la théorie des fonctions dérivées, indépendamment de l'*algorithme* particulier sur lequel reposait sa première démonstration.

Ensuite, m'appuyant sur la propriété citée et profitant des travaux de M. **Budan** et de ceux de **Fourrier**, j'indiquerai, pour

---

nul, la transformée correspondante devrait être remplacée par la proposée elle-même].

Fourrier, qui était parvenu de son côté au même théorème, et qui en a donné dans son *Analyse des équations*, ouvrage publié après sa mort par M. **Navier**, une démonstration différente de celle de M. **Budan**, l'énonce d'une autre manière qui revient à-peu-près à la suivante :

Si dans la suite des $(m + 1)$ *fonctions* $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x) \ldots\ldots$, $f^{(m)}(x)$, *on substitue alternativement deux nombres réels quelconques* p, q [p *étant* $< q$], *et que l'on représente par* P, Q, *les deux suites de nombres résultant respectivement de ces substitutions :* — 1.° *La suite* P *ne peut présenter moins de variations que la suite* Q ; — 2.° *le nombre des racines réelles de l'équation* $f(x) = 0$, *comprises entre* p *et* q, *ne peut jamais surpasser celui des variations perdues dans le passage de l'hypothèse* $x = p$ *à l'hypothèse* $x = q$; — 3.° *quand il en est surpassé, il l'est toujours d'un nombre pair.*

Pour l'historique de ce théorème, ainsi que pour l'examen des avantages qu'il présente dans les applications et des points de vue sous lesquels il pouvait laisser quelque chose à désirer, nous renverrons aux *Leçons d'Algèbre* de M. **Lefebure de Fourcy**.

Il est surprenant que **Fourrier** n'ait pas cherché, dans son ouvrage, à démontrer la proposition qui fait l'objet principal du présent mémoire, et qui seule, à ce qu'il nous semble, pouvait donner à sa méthode tout le degré de rigueur et de précision dont elle était susceptible. Il a bien, à la vérité, dans les *Mémoires de l'Institut* (année 1827), énoncé que la réduction en fractions continues devait toujours effectuer la distinction des racines réelles et des racines imaginaires ; mais il n'a donné aucune preuve de cette assertion, et n'a pas non plus expliqué de quelle manière ce départ pouvait s'opérer.

résoudre les équations, un procédé mixte qui, réunissant autant que possible la rapidité de la méthode de **Newton** avec la sûreté de celle de **Lagrange**, me paraît offrir les avantages de l'une et de l'autre sans en avoir les inconvéniens.

N.^o 2. — Supposons donc, pour démontrer la proposition énoncée ci-dessus (N.^o 1), que l'on ait effectué les substitutions successives

$$x = a + \frac{1}{x'}, \quad x' = b + \frac{1}{x''}, \quad x'' = c + \frac{1}{x'''} \ldots\ldots;$$

soient $\frac{p}{p'}$, $\frac{q}{q'}$, deux réduites consécutives de la fraction continue qui résulte de ces transformations, et y le dénominateur complet de la fraction intégrante qui vient immédiatement après, de sorte que l'on ait

$$x = \frac{qy + p}{q'y + p'} :$$

l'équation transformée en y pourra alors être considérée comme le résultat de la substitution immédiate de cette valeur de x dans l'équation proposée en x; de même que réciproquement, en éliminant y entre cette transformée et la valeur de x, on retomberait sur l'équation primitive.

Cela posé, considérons les facteurs réels du premier et du second degré de l'équation en x; examinons les facteurs en y qui leur correspondent respectivement dans l'équation en y; et par suite voyons quelle forme prendra cette dernière équation elle-même.

Soit d'abord un facteur réel du premier degré $(x - \alpha)$. Il en résultera

$$\frac{qy + p}{q'y + p'} = \alpha,$$

d'où

$$q'\left(\frac{q}{q'}-\alpha\right)y+p'\left(\frac{p}{p'}-\alpha\right)=0.$$

Or, pour que ce facteur du premier degré en y puisse avoir *une* variation [et, par conséquent, en introduire *au moins une* dans l'équation en y], il faut et il suffit que la racine α soit comprise entre les deux réduites consécutives $\frac{p}{p'}$ et $\frac{q}{q'}$; et comme ces réduites, quelles que soient les fractions intégrantes successives avec lesquelles on les forme, tendent continuellement vers l'égalité puisque leurs différences consécutives vont sans cesse en diminuant, il s'ensuit qu'après un certain nombre de transformations, une seule des valeurs de x [supposées toutes inégales entr'elles], pourra rester comprise entre deux réduites consécutives, lesquelles représenteront alors des valeurs de plus en plus approchées de cette racine.

Soit maintenant un facteur réel du second degré, tel que

$$\left\{(x-\alpha)^2+\beta^2\right\},$$

correspondant à un couple de racines imaginaires

$$x=\alpha\pm\beta\sqrt{-1}.$$

Il en résultera

$$\frac{qy+p}{q'y+p'}=\alpha\pm\beta\sqrt{-1};$$

ce qui donnera le facteur double du premier degré :

$$q'\left\{\frac{q}{q'}-\left(\alpha\pm\beta\sqrt{-1}\right)\right\}y+p'\left\{\frac{p}{p'}-\left(\alpha\pm\beta\sqrt{-1}\right)\right\},$$

et par suite le facteur réel du second degré :

$$\begin{aligned} & q'^2\left\{\left(\frac{q}{q'}-\alpha\right)^2+\beta^2\right\}y^2 \\ +\,2q'p' & \left\{\left(\frac{q}{q'}-\alpha\right)\left(\frac{p}{p'}-\alpha\right)+\beta^2\right\}y \\ & +\,p'^2\left\{\left(\frac{p}{p'}-\alpha\right)^2+\beta^2\right\}. \end{aligned}$$

Or, pour que ce facteur puisse introduire des variations dans l'équation en y, il faut nécessairement que l'on ait :

$$\left(\frac{q}{q'}-\alpha\right)\left(\frac{p}{p'}-\alpha\right)+\beta^2<0;$$

ce qui exige *deux conditions :* la première, que α ou la partie réelle des deux racines, soit comprise entre les deux réduites consécutives $\frac{p}{p'}$ et $\frac{q}{q'}$; la seconde, que le carré de β ou du coefficient de $\sqrt{-1}$ dans ces deux racines, soit inférieur à la valeur numérique du produit

$$\left(\frac{q}{q'}-\alpha\right)\left(\frac{p}{p'}-\alpha\right),$$

et à plus forte raison, que β soit $<\frac{1}{2p'q'}$, puisque les valeurs numériques des facteurs

$$\pm\left(\frac{q}{q'}-\alpha\right) \quad \text{et} \quad \mp\left(\frac{p}{p'}-\alpha\right)$$

forment une somme égale à

$$\pm\left(\frac{q}{q'}-\frac{p}{p'}\right) \quad \text{ou à} \quad \frac{1}{p'q'}.$$

La première de ces deux conditions pourrait bien être remplie indéfiniment, et alors la série des réduites convergerait vers un nombre égal à la quantité α; mais la seconde finira tôt ou tard par ne l'être plus, puisque, les dénominateurs des réduites croissant indéfiniment, la différence de deux réduites consécutives peut devenir moindre que toute quantité donnée.

Il résulte de là que, par la suite des calculs, on parviendra toujours à une équation qui se trouvera dans l'un de ces deux cas : ou que *tous ses facteurs réels*, tant du premier degré que du second, seront *composés de termes entièrement positifs*; ou bien que ces facteurs seront *positifs à l'exception d'un seul* de la forme $(y-\varphi)$, φ étant un nombre positif et > 1. Dans le premier cas, l'équation n'aura évidemment que des permanences; dans le second, on sait déjà qu'elle doit avoir un nombre *impair* de variations, et nous allons prouver que ce nombre impair finit toujours par se réduire à *un*.

N.° 3. — Pour cela, faisons un moment abstraction du facteur $(y-\varphi)$ et de tous ceux qui lui correspondaient dans les équations en $x, x', x'' \ldots$; puis, dans le produit des autres facteurs de l'équation en x, produit que nous appellerons X et que nous supposerons du degré m, remplaçons x par

$$\frac{qy+p}{q'y+p'} = \frac{q}{q'} + \frac{pq'-qp'}{q'(q'y+p')} = \frac{q}{q'} \pm \frac{1}{q'(q'y+p')};$$

ou simplement faisons $x = k+u$, en posant, pour abréger,

$$\frac{q}{q'} = k \quad \text{et} \quad \frac{\pm 1}{q'(q'y+p')} = u.$$

Alors, en représentant par K, K′, K″..... $K^{(m)}$, ce que deviennent respectivement le polynome X et ses dérivés successifs jusqu'à l'ordre m inclusivement quand on y fait $x = k$, nous aurons :

$$X = K + \frac{K'u}{1} + \frac{K''u^2}{1.2} + \dots\dots\dots + \frac{K^{(m)}u^m}{1.2.3\dots\dots m}.$$

Or, la valeur de u peut se mettre sous la forme suivante :

$$u = \frac{\pm\frac{1}{q'^2}}{y + \frac{p'}{q'}} = \frac{i}{y+r},$$

en posant encore, pour abréger,

$$\frac{\pm 1}{q'^2} = i \qquad \text{et} \qquad \frac{p'}{q'} = r;$$

donc nous aurons pour le développement de X,

$$X = K + \frac{K}{1}\cdot\frac{i}{y+r} + \frac{K''}{1.2}\cdot\frac{i^2}{(y+r)^2} + \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots + \frac{K^{(m)}}{1.2.3\dots\dots m}\cdot\frac{i^m}{(y+r)^m};$$

d'où résultera, après la multiplication par $(y+r)^m$, l'équation suivante en y :

$$K(y+r)^m + \frac{K'i}{1}(y+r)^{m-1} + \frac{K''i^2}{1.2}(y+r)^{m-2} + \dots\dots$$

$$\dots\dots + \frac{K^{(m)}i^m}{1.2.3\dots\dots m} = 0.$$

Maintenant, la fraction $i = \frac{\pm 1}{q'^2}$ qui entre dans cette équation, diminue à mesure que le nombre des transformations se multiplie; et elle peut devenir, par la suite du calcul, moindre que toute quantité donnée; par conséquent, les premiers membres des équations transformées tendent sans cesse vers une limite de la forme

$$K\,(y + r)^m;$$

c'est-à-dire [abstraction faite du coefficient K], qu'ils approchent continuellement de la puissance m^e d'un binome dont le premier terme est l'inconnue y de l'équation transformée, et le second terme une quantité numérique $\left[\, r = \frac{p'}{q'} \,\right]$ égale au rapport du dénominateur d'une réduite au dénominateur de la réduite suivante, rapport qui, par conséquent, est toujours *moindre que l'unité.*

Mais on sait : 1.° que dans le développement de toute puissance entière d'un binome, les coefficiens vont en augmentant depuis les deux termes extrêmes jusqu'au milieu. Donc, dans le développement de $K\,(y + r)^m$, en tenant compte des puissances successives de r, puissances qui vont en diminuant puisque r est < 1, *plus de la moitié des coefficiens des puissances successives et ascendantes de* y *vont en augmentant.*

2.° On sait encore que dans ce même développement de $(y + r)^m$, le rapport de chaque coefficient au précédent, en avançant d'un quelconque des deux termes extrêmes vers l'autre terme extrême, va en diminuant, puisque la fraction $\frac{m - n + 1}{n}$, qui représente le rapport du $(n + 1)^e$ coefficient au n^e, va elle-même en diminuant à mesure que n augmente; ou bien, ce qui est la même chose, *le rapport de chaque coefficient au suivant va en augmentant.*

Donc, en effectuant sur le polynome X [que nous supposerons, pour fixer les idées, du 6.e degré], la série des opérations indiquées, et poussant le calcul suffisamment loin, on arrivera toujours à un polynome en y, tel que le suivant :

$$Py^6 + Qy^5 + Ry^4 + Sy^3 + Ty^2 + Uy + V,$$

dans lequel, les coefficiens P, Q, R...... étant tous positifs, on aura en outre les deux inégalités continues :

1.° *Entre plus de la moitié de ces coefficiens* depuis V jusqu'à P :

$$V < U < T < S\ldots\ldots\ldots;$$

2.° *Depuis le dernier terme jusqu'au premier :*

$$\frac{V}{U} < \frac{U}{T} < \frac{T}{S} < \frac{S}{R} < \frac{R}{Q} < \frac{Q}{P}.$$

Cela posé, en multipliant le polynome en y par le facteur $(y - \varphi)$, on aura pour produit :

$$\begin{aligned}
&Py^7\\
&+ (Q - P\varphi)\, y^6\\
&\quad + (R - Q\varphi)\, y^5\\
&\qquad + (S - R\varphi)\, y^4\\
&\qquad\quad + (T - S\varphi)\, y^3\\
&\qquad\qquad + (U - T\varphi)\, y^2\\
&\qquad\qquad\quad + (V - U\varphi)\, y\\
&\qquad\qquad\qquad - V\varphi \quad .
\end{aligned}$$

Or, puisque d'ailleurs $\varphi > 1$, on a d'abord

$$\begin{aligned}
&V < U < U\varphi,\\
&U < T < T\varphi,\\
&T < S < S\varphi\ldots\ldots\ldots;
\end{aligned}$$

d'où il résulte que toujours *au moins la moitié des termes* du produit total, à commencer par le dernier, *sont négatifs*; et quant aux termes de degrés plus élevés en y, *un ou plusieurs* d'entr'eux peuvent encore être négatifs; mais dès que l'un d'eux est positif, les autres de degrés plus élevés le sont aussi. Par exemple, si

$$S > R\varphi, \qquad \text{d'où} \qquad \varphi < \frac{S}{R},$$

il en résulte *à fortiori*:

$$\varphi < \frac{R}{Q} \qquad \text{d'où} \qquad R > Q\varphi,$$

$$\varphi < \frac{Q}{P} \qquad \text{d'où} \qquad Q > P\varphi;$$

et de même des autres termes s'il y en avait davantage.

Ainsi, comme il fallait le démontrer, l'équation que l'on obtient en égalant à *zéro* le polynome en y, *ne peut avoir plus d'une variation*; et d'ailleurs, à cause du premier terme qui est positif, on voit qu'*elle en aura nécessairement une*.

N.o 4. — Examinons maintenant comment cette propriété des équations peut servir à faciliter et à simplifier la recherche de leurs racines; et pour cela, expliquons d'abord en peu de mots le procédé auquel on est naturellement conduit par le théorème de M. Budan, lorsqu'on veut exprimer ces racines en fractions continues.

Soit, pour cela, l'équation générale:

$$f(x) = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4 \ldots\ldots\ldots = 0.$$

En posant $x = a + x'$, on aura pour transformée:

$$f(a+x) = f(a) + f'(a)\frac{x'}{1} + f''(a)\frac{x'^2}{1.2}$$
$$+ f'''(a)\frac{x'^3}{1.2.3} + f^{\text{v}}(a)\frac{x'^4}{1.2.3.4} \ldots\ldots\ldots = 0.$$

Alors, si l'on fait

$$\begin{aligned} f(a) &= A', \\ \frac{f'(a)}{1} &= B', \\ \frac{f''(a)}{1.2} &= C', \\ \frac{f'''(a)}{1.2.3} &= D', \\ \frac{f''''(a)}{1.2.3.4} &= E', \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

l'équation en x' pourra s'écrire ainsi :

$$A' + B'x' + C'x'^2 + D'x'^3 + E'x'^4 \ldots\ldots\ldots = 0.$$

De plus, si l'on suppose $a = 1$, on aura simplement :

$$\begin{aligned} f(1) &= A' &&= A + B + C + D + E\ldots\ldots \\ \frac{f'(1)}{1} &= B' &&= B + 2C + 3D + 4E\ldots\ldots \\ \frac{f''(1)}{1.2} &= C' &&= C + 3D + 6E\ldots\ldots \\ \frac{f'''(1)}{1.2.3} &= D' &&= D + 4E\ldots\ldots \\ \frac{f''''(1)}{1.2.3.4} &= E' &&= E\ldots\ldots \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots; \end{aligned}$$

et généralement, quel que soit le degré de l'équation en x, on obtiendra toujours facilement et à la seule inspection, les coefficiens de la transformée en $x' = (x - 1)$, d'après la formule du *Triangle arithmétique.*

La même règle qui sert à passer de l'équation en x à l'équation en $(x-1)$, conduira de celle-ci à la transformée en $(x-2)$, de là à la transformée en $(x - 3)$.......; et ainsi de suite.

On obtiendra, pour la même équation et par un procédé pareil, les transformées en $(x + 1)$, $(x + 2)$, $(x + 3)$,.... etc., en observant seulement de changer, dans chacune des sommes qu'exige le calcul des coefficiens A′, B′, C′, D′......, les signes de tous les termes de rang pair.

N.o 5. — Cela posé, admettons que l'on ait déterminé les coefficiens des transformées successives en $(x \mp 1)$, en $(x \mp 2)$, en $(x \mp 3)$ ......, et que l'on soit parvenu ainsi, d'une part à une transformée en $(x - l)$ qui n'ait plus que des permanences, et d'autre part à une transformée en $(x + l')$ qui n'ait plus que des variations.

Cette opération faite, on connaît les parties entières de toutes les racines réelles que l'équation en x *a ou peut avoir.*

En effet [les racines entières étant supposées déjà extraites], pour que deux nombres entiers consécutifs, $\pm a$, $\pm (a + 1)$ [a pouvant d'ailleurs être nul], comprennent une racine ou plusieurs, *il est nécessaire*, relativement aux racines positives, que la transformée en $(x - a)$ ait plus de variations que la transformée suivante en $(x - a - 1)$, et pour les racines négatives, que la transformée en $(x + a)$ ait moins de variations que la transformée en $(x + a + 1)$. Mais ne nous occupons que des racines positives.

Si donc, dans le passage de la transformée en $(x - a)$ à la transformée en $(x - a - 1)$, un certain nombre de variations ont disparu, alors seulement il y a lieu de *supposer* l'existence de racines réelles comprises entre a et $(a + 1)$, en nombre égal au plus à celui de ces variations perdues.

Dans cette hypothèse, on pose $x - a = \frac{1}{x'}$; et les coefficiens de l'équation en x' s'obtiennent en renversant simplement l'ordre des coefficiens de l'équation en $(x - a)$ [et changeant, s'il y a lieu, tous les signes, afin de rendre le premier positif]; puis on calcule les coefficiens des transformées en $(x' - 1)$, en $(x' - 2)$, en $(x' - 3)$, ..., jusqu'à ce qu'on arrive à une transformée qui n'ait plus que des permanences.

La valeur de x' devant être *plus grande que l'unité* pour toute valeur réelle de x comprise entre a et $(a + 1)$, il s'ensuit qu'il ne saurait exister de pareilles valeurs de x si l'équation en $(x' - 1)$ n'avait déjà plus que des permanences; et généralement, le nombre des racines réelles de l'équation proposée, comprises entre a et $(a + 1)$, peut être tout au plus égal à celui des variations de l'équation en $(x' - 1)$.

Maintenant, pour qu'une valeur de x' [ou plusieurs] soit comprise entre b et $(b + 1)$, b étant un nombre entier positif *au moins égal à l'unité*, il faut que, dans le passage de l'équation en $(x' - b)$ à l'équation en $(x' - b - 1)$, un certain nombre de variations aient disparu; et c'est seulement dans cette hypothèse que l'on peut supposer des valeurs de x', en nombre égal au plus à celui de ces variations, comprises entre b et $(b + 1)$.

On fait alors $x' - b = \frac{1}{x''}$; les coefficiens de l'équation en x'' s'obtiennent en renversant simplement l'ordre des coefficiens de l'équation en $(x' - b)$; et l'on calcule de même les coefficiens des transformées en $(x'' - 1)$, en $(x'' - 2)$, en $(x'' - 3)$, ..., jusqu'à ce que l'on parvienne à une transformée qui n'ait plus que des permanences.

En raisonnant sur x'' comme on a raisonné sur x', on fait, s'il y a lieu, $x'' - c = \frac{1}{x'''}$, puis $x''' - d = \frac{1}{x^{\text{IV}}}$, ...; et ainsi de suite.

On opère, d'ailleurs, comme il vient d'être développé, pour tout système de deux équations ou de deux transformées consécutives en x, en x', en x'', en x''', ..., entre lesquelles il a disparu des variations [en ne tenant pas compte, toutefois, de celles qui disparaissent entre les transformées en x' et $(x' - 1)$, x'' et $(x'' - 1)$, ...]; et l'on pousse chacune de ces séries ou *branches* d'opérations, jusqu'à ce que l'on parvienne à une équation en $x^{(n)}$, telle que la transformée en $(x^{(n)} - 1)$, qui s'en déduit, ou n'ait plus que des permanences, ou ne présente plus qu'une seule variation. Toute série d'opérations qui se trouve dans le premier cas, est terminée, et ne donne aucune racine réelle. Dans le second cas, au contraire, les valeurs déjà obtenues dans cette série d'opérations, pour x, x', x'', x''', x^{IV}, ..., forment une fraction continue dont les réduites successives représentent des valeurs de plus en plus approchées de l'une des racines réelles de l'équation proposée.

N.º 6. — Ces racines se trouvant ainsi complètement séparées, soit y l'inconnue de la dernière transformée relative à l'une d'elles. Pour approcher davantage de la valeur de cette racine, nous pourrions continuer le calcul en suivant toujours la même marche; et nous serions sûrs de n'avoir, dans toutes les transformées subséquentes, qu'une seule variation, et par conséquent une seule racine positive, laquelle, de plus, serait toujours nécessairement plus grande que l'unité.

Mais les approximations successives fournies par la réduction en fraction continue ne croissant que très-lentement, changeons maintenant notre marche, et exprimons en décimales la valeur cherchée de y, suivant le procédé de Newton.

Ce procédé, dans le cas actuel, et vu la forme particulière à laquelle nous avons ramené l'équation à résoudre, se trouve affranchi des inconvéniens qu'il présente dans le cas général; et en outre, comme on va le voir, il n'exige nullement ici la considération des différentes hypothèses que FOURRIER a dû discuter dans son ouvrage (1).

Notre équation en y n'ayant qu'une variation, *deux* conditions faciles à remplir sont seules nécessaires pour assurer la régularité, la simplicité, et la rapidité du calcul qu'exige sa résolution ; et ces deux conditions peuvent même se réduire à *une* seule, savoir : *Que l'on connaisse une première valeur suffisamment approchée de* y *et moindre que sa valeur exacte*, pour laquelle il suffira souvent de prendre sa partie entière.

Afin d'expliquer ceci, faisons $y = g + h$, g étant la valeur approchée et déjà connue de y, et h la quantité *positive* inconnue qu'il faut ajouter à g pour avoir la valeur totale. En représentant par $f(y) = 0$ l'équation en y, on aura :

$$f(g + h) = 0,$$

ou, en développant,

$$f(g) + f'(g)\frac{h}{1} + f''(g)\frac{h^2}{1.2} + f'''(g)\frac{h^3}{1.2.3} + \ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots + f^{(m)}(g)\frac{h^m}{1.2.3\ldots m} = 0,$$

équation qui, d'après le théorème de M. BUDAN, ne pourra non plus avoir qu'*une seule variation*.

---

(1) Voyez sur cet objet, outre les *Leçons d'algèbre* de M. LEFEBURE DE FOURCY, le *Traité élémentaire d'algèbre* de MM. MAYER et CHOQUET.

Maintenant, de l'équationprécédente on tire :

$$h = -\frac{f(g)}{f'(g)} - \left\{\frac{f''(g)}{f'(g)}\cdot\frac{h^2}{1.2} + \frac{f'''(g)}{f'(g)}\cdot\frac{h^3}{1.2.3} + \ldots\ldots \right.$$

$$\left. \ldots\ldots + \frac{f^{(m)}(g)}{f'(g)}\cdot\frac{h^m}{1.2.3\ldots\ldots m}\right\}.$$

Or, on sait que dans un pareil développement, il est toujours possible de prendre h assez petit pour que le signe de la somme ne dépende que de celle de son premier terme ; donc puisque h doit être positif, les deux quantités $f(g)$ et $f'(g)$ seront de signes contraires, c'est-à-dire que $f(g)$ étant négatif, $f'(g)$ sera positif; et alors *la variation unique de l'équation en* h *se trouvera située entre le terme tout connu* f (g) *et le terme du premier degré* hf'(g). Telle est la *première condition* que nous exigeons avant de procéder à l'approximation *newtonniène;* et cette condition sera toujours aisée à remplir : quand la partie entière de y, prise pour g, ne suffira pas, on cherchera le chiffre des *dixièmes* par les moyens usités, le chiffre des *centièmes* si cela était nécessaire, et ainsi de suite; mais, nous le répétons, très-souvent la partie entière suffira, et elle ne sera même pas toujours indispensable.

Cette première condition remplie, les fonctions dérivées $f''(g)$, $f'''(g)$ ....., etc., seront toutes positives; et en prenant $\frac{-f(g)}{f'(g)}$ pour la valeur de h, on aura nécessairement une quantité trop forte.

Quant à la limite de l'erreur, il est clair que si l'on nomme M la plus grande valeur que puisse prendre le plus grand des coefficiens de h^2, h^3, ... dans l'accolade, cette erreur sera moindre que la somme des termes de la progression

$$M\,(h^2 + h^3 + h^4 + \ldots\ldots h^m),$$

ou
$$M\,h^2\,\frac{1 - h^{m-1}}{1 - h},$$

ou enfin, plus simplement, en négligeant la très-petite fraction h^{m-1}, elle sera moindre que $\frac{M\,h^2}{1-h}$.

Quoique la valeur numérique de cette expression soit très-facile à calculer, nous pouvons encore, à l'exemple de **Fourrier**, obtenir une évaluation plus simple de la limite de l'erreur, en ne considérant que le coefficient de h^2 : car il résulte d'une proposition démontrée par **Lagrange**, que si g et g' sont deux nombres comprenant y, et ne différant, par exemple, que d'*une* seule unité d'un certain ordre décimal, le premier nombre g étant ainsi une limite inférieure de y, et le second g' une limite supérieure, l'erreur commise lorsqu'on fait $h = \frac{-f(g)}{f'(g)}$, sera toujours moindre que $\frac{1}{2}\frac{f''(g')}{f'(g)}h^2$. Par conséquent, la fraction $\frac{1}{2}\frac{f''(g')}{f'(g)}h^2$ que nous représenterons maintenant par M, étant déterminée une fois pour toutes dès le commencement du calcul en y mettant deux valeurs de g et g' qui ne diffèrent que d'*une unité*, d'*un dixième*, ..., pourra servir dans toute la suite des opérations à apprécier l'erreur commise sur l'évaluation de h : il suffira pour cela de multiplier M par la fraction variable h^2, ou simplement par l'unité de l'ordre immédiatement supérieur au premier chiffre significatif de h.

Ainsi, tant que l'on ne connaîtra que la partie entière de la racine, on devra faire $h = 1$; et pour que l'on puisse alors passer sans recherche intermédiaire à la détermination des chiffres décimaux, il faudra que M *soit* $< \frac{1}{10}$: c'est *la seconde condition* dont nous avons parlé ; quand elle ne sera pas remplie, on déterminera par des essais directs, comme nous l'avons dit plus haut, le chiffre des *dixièmes*. On pourra ensuite chercher le chiffre des *centièmes* en divisant $-f(g)$ par $f'(g)$, pourvu toutefois que M soit < 1 ; sans quoi il faudra aussi déterminer directement le chiffre des *centièmes*, ... ; et ainsi de suite.

Généralement, représentons par n le nombre des chiffres décimaux déjà déterminés, et par ν le nombre des chiffres de la partie entière de M. Quand M sera compris entre 1 et 0,1, ν sera égal à *zéro* ; quand M sera moindre que 0,1, ν deviendra négatif, et sa valeur absolue représentera le nombre de *zéros* placés entre la virgule décimale et le premier chiffre significatif ; enfin, dans le cas particulier où M serait une puissance exacte de 10 ou de 0,1, la valeur de ν, positive ou négative, sera l'exposant de cette puissance (1).

Cela posé, pour que l'on puisse obtenir une nouvelle valeur approchée de la racine avec n' chiffres décimaux exacts, n' étant $> n$, et $(n' - n)$ étant le nombre des nouveaux chiffres décimaux, il faudra que l'on ait

$$\frac{10^{\nu}}{10^{2n}} < \text{ ou } = \frac{1}{10^{n'}},$$

ou

$$10^{2n - \quad - n'} > \text{ ou } = 1,$$

ou enfin

$$2n - \nu - n' > \text{ ou } = 0.$$

---

(1) Le nombre n est également susceptible de devenir négatif, ce qui pourrait arriver si tous les chiffres de la partie entière même n'étaient pas encore déterminés.

Par conséquent, le nombre ($n' - n$) des nouveaux chiffres décimaux qu'il sera permis de calculer, est égal à ($n - \nu$); ou bien, le nombre total des chiffres alors connus, ou n', est égal à $2n - \nu$; et ainsi il est constamment le double du nombre des chiffres connus par l'approximation précédente, *plus* ou *moins* [suivant la valeur de M] le nombre constant ν (1).

Au reste, tout ceci a été complètement expliqué par Fourrier dans son *Analyse des équations*. Seulement ici, nous le répétons, *à cause de la forme particulière* à laquelle l'équation a été ramenée, *le quotient de* $-$ f (g) *par* f′ (g) *est toujours une limite supérieure de la racine*, *et ce nombre diminué d'une unité du dernier ordre décimal*, *toujours une limite inférieure*; et c'est cette dernière qu'il faut prendre pour valeur de g dans l'approximation suivante.

Une remarque est encore nécessaire relativement à la valeur du quotient dont nous parlons : ce quotient n'est ordinairement pas exact ; et lorsqu'on en a déterminé les n' chiffres cherchés, on néglige les suivans. Or, si cette partie négligée approche beaucoup d'*une* unité de l'ordre précédent, on devra [la limite de l'erreur ayant été prise nécessairement au-dessus de sa valeur exacte] on devra regarder comme probable que la partie restante est inférieure à la véritable valeur de la racine ; et alors on prendra cette partie pour la valeur suivante de g. Il n'y aurait qu'un très-petit inconvénient à se tromper sur ce point, et l'on reconnaîtrait immédiatement l'erreur à l'approximation suivante : car alors $f(g)$ se trouverait positif au lieu d'être négatif comme il le devrait, la nouvelle équation en h ayant perdu sa variation. Au contraire, lorsque la partie du quotient que l'on aura négligée ne sera qu'une petite fraction de l'unité de l'ordre précédent, il sera probable que la partie restante n'est pas inférieure à la véritable valeur de la racine; et on devra retrancher une unité. Dans ce cas, une fausse induction se reconnaîtrait encore à l'approximation suivante, parce que l'on retrouverait dans la nouvelle valeur de h l'unité supprimée à tort. On pourrait alors, soit continuer la résolution avec cette dernière valeur de h, soit reprendre le calcul de l'approximation précédente après y avoir rectifié la valeur de g; et ce second parti sera toujours à préférer afin de ne pas compromettre le degré d'exactitude des approximations ultérieures. — Ainsi, dans la règle que l'on vient de donner pour la détermination de la valeur de h, on peut sousentendre que le quotient de $-f$ par f' est calculé à *une demi-unité* près *du dernier ordre décimal*, sauf à vérifier la limite inférieure prise en conséquence pour valeur de h, afin de s'assurer que cette valeur n'est pas trop petite ou trop grande d'une unité du dernier ordre (1).

---

(1) Dans les cas ordinaires, les chiffres qui exigent une détermination directe sont les deux premiers de la racine, quel que soit d'ailleurs le nombre de ceux qui composent la partie entière ; quant aux nombres de chiffres déterminés après ces deux là dans les approximations subséquentes, ils suivent la loi de la progression : ∺ 1 : 2 : 4 : 8 : 16 : .... etc.

N.o 7. — Maintenant, l'équation en y étant supposée complètement résolue, il reste à savoir avec quel degré d'approximation l'on pourra obtenir la valeur de x lorsqu'on y aura introduit celle de y.

Pour cela, rappelons que l'on a

$$x = \frac{qy + p}{q'y + p'};$$

désignons par γ la valeur approchée de y, déterminée au moyen du calcul précédent, et supposée, comme nous l'avons dit, inférieure à la véritable; et soit ε l'unité du dernier ordre décimal de y : la véritable valeur de cette inconnue sera comprise entre γ et $\gamma+\varepsilon$; celle de x le sera entre

---

(1) Dans le cas où la rectification dont nous parlons ici serait nécessaire, il est facile de voir que les calculs déjà faits donnent un moyen très-simple de l'effectuer, sans que l'on ait besoin pour cela de recommencer toutes les opérations; il est sans doute inutile que nous insistions là-dessus.

$$\frac{q\gamma+p}{q'\gamma+p'} \quad \text{et} \quad \frac{q(\gamma+\varepsilon)+p}{q'(\gamma+\varepsilon)+p'};$$

et ainsi l'erreur commise sur la valeur de x en la supposant égale à la première de ces deux fractions, sera moindre que leur différence, ou que

$$\frac{q\gamma+p}{q'\gamma+p'}-\frac{q(\gamma+\varepsilon)+p}{q'(\gamma+\varepsilon)+p'}=\frac{(pq'-qp')\varepsilon}{(q'\gamma+p')(q'\gamma+p'+q'\varepsilon)}$$

$$=\frac{\pm\varepsilon}{(q'\gamma+p')(q'\gamma+p'+p'\varepsilon)};$$

et par conséquent, *à fortiori*, cette erreur sera moindre que la valeur numérique de la fraction $\dfrac{1}{(q'\gamma+p')^2}$.

Donc, pour avoir la valeur de x réduite en décimales, on appréciera *à vue* le nombre des chiffres contenus dans le carré de la partie entière de $(q'\gamma+p')$; et ce nombre de chiffres *diminué d'un* sera celui des chiffres décimaux exacts que l'on pourra obtenir dans la valeur de x, *de plus* que dans celle de y.

Quant au sens de l'erreur, il dépend du rang de la transformée, toute valeur approchée de la racine de cette équation, pourvu qu'elle le soit *par défaut* et *non par excès*, jouissant à cet égard des mêmes propriétés que le quotient entier incomplet qu'elle remplace. Cette erreur est donc de sens contraire à celle que produit la réduite précédente $\dfrac{q}{q'}$, en supposant toutefois que l'on n'ait apporté aucune altération au quotient de $q\gamma + p$ par $q'\gamma + p'$.

N.o 8. — Pour faire une application de ce qui précède, je prendrai l'équation suivante, déjà traitée par Lagrange :

$$x^3 - 7x + 7 = 0.$$

Je forme le tableau des coefficiens des différentes transformées, d'après la méthode du *numéro* 4 ; et j'obtiens ainsi

	A	B	C	D	
-4	-29	$+41$	-12	$+1$	$x = -\left(3 + \frac{1}{x'}\right)$
-3	$+1$	$+20$	-9	$+1$	
-2	$+13$	$+5$	-6	$+1$	
-1	$+13$	-4	-3	$+1$	
∓ 0	$+7$	-7	∓ 0	$+1$	
$+1$	$+1$	-4	$+3$	$+1$	$x = 1 + \frac{1}{x'}, \ldots\ldots$ (?)
$+2$	$+1$	$+5$	$+6$	$+1$	

D'où je conclus que l'équation proposée a *nécessairement* une racine réelle négative comprise entre — 3 et — 4 ; et que les deux autres racines, si elles sont réelles, *ce qui est encore douteux*, ne peuvent être que positives et comprises en + 1 et + 2.

Occupons-nous d'abord de ces dernières.

Pour *reconnaître leur nature* et en *obtenir une première valeur approchée* si elles sont réelles, je fais d'abord, comme il a été dit au *numéro* 5, $x = 1 + \frac{1}{x'}$, d'où résulte l'équation

$$x'^3 - 4x'^2 + 3x' + 1 = 0,$$

qui donne de même, pour les coefficiens de ses transformées,

	A	B	C	D
0	+ 1	+ 3	− 4	+ 1
1	+ 1	− 2	− 1	+ 1
2	− 1	− 1	+ 2	+ 1
3	+ 1	+ 6	+ 5	+ 1

$$x' = 1 + \frac{1}{x''}.$$

$$x' = 2 + \frac{1}{x''}.$$

Ainsi, l'on voit que les deux racines cherchées sont réelles, et que x' est compris, pour l'une entre 1 et 2, et pour l'autre entre 2 et 3. Les racines se trouvent donc déjà complètement séparées; les deux premières valeurs approchées de chacune d'elles sont :

$$x_1 = \frac{1}{1},\ \frac{2}{1}; \qquad\qquad x_2 = \frac{1}{1},\ \frac{3}{2};$$

et pour en avoir une troisième, je fais alternativement les deux hypothèses

$$x' = 1 + \frac{1}{x''}, \qquad\qquad x' = 2 + \frac{1}{x''};$$

d'où résultent les deux équations en x'' :

$$x''^3 - 2x''^2 - x'' + 1 = 0 \qquad (1),$$

$$x''^3 + x''^2 - 2x'' - 1 = 0 \qquad (2).$$

La première de ces équations n'étant pas encore ramenée à n'avoir pas plus d'une variation, je continue la réduction des racines en fraction continue; et je forme pour cela les deux tableaux (1) et (2) qui suivent :

(1)	A	B	C	D
0	+ 1	− 1	− 2	+ 1
1	− 1	− 2	+ 1	+ 1
2	− 1	+ 3	+ 4	+ 1
3	+ 7	+ 14	+ 7	+ 1

$$x'' = 2 + \frac{1}{x'''}.$$

(2)	A	B	C	D
0	− 1	− 2	+ 1	+ 1
1	− 1	+ 3	+ 4	+ 1
2	+ 7	+ 14	+ 7	+ 1

$$x'' = 1 + \frac{1}{x'''};$$

d'où il résulte que la valeur de x'' est comprise, pour x_1 entre 2 et 3, et pour x_2 entre 1 et 2; ce qui donne les deux nouvelles réduites :

$$x_1 = \frac{5}{3}, \qquad x_2 = \frac{4}{3}.$$

Quant aux équations en x''' qui s'en déduisent, elles sont identiques ; et ainsi la détermination des deux racines positives de l'équation proposée est ramenée à la résolution d'une seule transformée qui est la suivante :

$$x'''^3 - 3x'''^2 - 4x''' - 1 = 0.$$

Cette équation en x''' n'ayant plus qu'*une* variation, on pourrait passer à la résolution en décimales, suivant la méthode indiquée au *numéro* 6. Mais rien n'obligeant à adopter cette nouvelle marche pour *la première* équation qui se présente avec une seule variation ; et, de plus, les dernières réduites obtenues n'ayant encore que de très-petits dénominateurs, circonstance qui ne permettrait pas d'élever de beaucoup le degré d'approximation fourni par la résolution en décimales (*voyez* le N.° 7), je cherche encore une valeur réduite de chaque racine ; il y a d'ailleurs pour cela, dans l'exemple actuel, une raison que l'on comprendra dans un instant.

Je forme donc le tableau des coefficiens pour les transformées en $(x''' - 1)$, $(x''' - 2)$,....; et j'ai ainsi :

	A	B	C	D
0	− 1	− 4	− 3	+ 1
1	− 7	− 7	± 0	+ 1
2	− 13	− 4	+ 3	+ 1
3	− 13	+ 5	+ 6	+ 1
4	− 1	+ 20	+ 9	+ 1
5	+ 29	+ 41	+ 12	+ 2

$$x''' = 4 + \frac{1}{y},$$

ce qui me donne une valeur de x''' comprise entre 4 et 5, et par suite les deux nouvelles réduites

$$x_1 = \frac{22}{13}, \qquad x_2 = \frac{19}{14},$$

toutes deux exactes à moins d'*un centième* près.

Alors je fais

$$x''' = 4 + \frac{1}{y};$$

et l'équation à résoudre sera la suivante, à laquelle je m'arrêterai pour chercher en décimales la valeur de sa racine positive :

$$y^3 - 20y^2 - 9y - 1 = 0.$$

Mais auparavant, j'observerai encore que cette équation est également propre à donner la racine négative de la proposée :

en effet, si dans cette dernière on fait $x = -\left(3 + \frac{1}{y}\right)$, on obtient de nouveau la même équation en y ; et telle est la raison de préférence que j'ai indiquée tout à l'heure. Ainsi, la racine positive de cette seule équation en y donnera les trois racines de la proposée (1), au moyen des trois formules suivantes :

$$x_1 = \frac{22y + 5}{13y + 3}, x_2 = \frac{19y + 4}{14y + 3}, x_3 = -\frac{3y + 1}{y}.$$

Cherchons donc cette valeur de y.

N.o 9. — Sans avoir besoin de développer le tableau complet des transformées en $(y - 1)$, $(y - 2)$,......, on voit sur-le-champ, en mettant les deux premiers termes sous la forme $(y - 20)y^2$, que la racine cherchée est comprise entre 20 et 21 (2).

Je fais donc $y = 20 + h$; et en nommant $f(y)$ le premier membre de l'équation en y, et $f'(y)$, $f''(y)$, $f'''(y)$, ses dérivés, j'exécute le calcul suivant (*voyez* le N.o 6) :

$$f(20 + h) =$$
$$f(20) + f'(20)\frac{h}{1} + f''(20)\frac{h^2}{1.2} + f'''(20)\frac{h^3}{1.2.3} = 0;$$
$$f(20) = 20^3 - 20.20^2 - 9.20^1 - 1 = -181 \text{ (3)};$$

---

(1) Cette propriété de l'équation en y mériterait peut-être un examen spécial.

(2) Une abréviation analogue peut être employée pour l'équation ci-dessus en x'''.

(3) Cette réduction peut s'effectuer très-simplement et *à vue*, de la manière suivante :

$20 - 20 = 0$; $0 \times 20 = 0$; $0 - 9 = -9$; $-9 \times 20 = -180$; $-180 - 1 = -181 = f$.

$$\frac{1}{1} f'(20) = 3.20^2 - 40.20^1 - 9 \qquad = \quad 391;$$

$$\frac{1}{1.2} f''(20) = 3.20^1 - 20 \qquad = \quad 40;$$

$$\frac{1}{1.2.3} f'''(20) = 1 \qquad = \quad 1.$$

D'où résulte l'équation en h :

$$h^3 + 40\,h^2 + 391\,h - 181 = 0;$$

et par suite

$$h = \frac{181}{391} - \frac{40}{391}\,h^2 - \frac{1}{391}\,h^3.$$

Pour voir si le premier terme de cette valeur de h est suffisant pour m'en faire connaître, sans erreur, le chiffre des *dixièmes*, je remplace dans le coefficient de h^2, le numérateur $40 = \frac{1}{2} f''(20)$, par le nombre $43 = \frac{1}{2} f''(21)$ (1); et j'obtiens ainsi pour la valeur de M (*voyez* le N.o 6) réduite en décimales,

---

De même pour f' :

$20 \times 3 = 60$; $60 - 40 = 20$; $20 \times 20 = 400$; $400 - 9 = 391$.

Et ainsi des autres.

Cette marche, que j'emploierai dans les transformations suivantes, me paraît préférable à celle de Fourrier, en ce qu'outre l'avantage d'une grande simplicité, elle présente encore celui de donner les diverses fonctions f, f', f'' ...... indépendamment les unes des autres.

(1) Le numérateur de M s'obtiendra constamment, *dans une équation du troisième degré*, en ajoutant à la valeur numérique déjà calculée pour $\frac{1}{2} f''(g)$, *trois unités du dernier ordre* décimal. — On peut établir pour chaque degré une règle analogue.

$$M = \frac{43}{391} = 0{,}11, \text{ à très-peu près.}$$

A la rigueur il faudrait, pour remplir la seconde condition exigée au *numéro* 6, que M ne dépassât pas *un dixième*; mais comme l'excès est peu considérable, et que d'ailleurs Mh^2 n'est pas la valeur exacte de l'erreur, mais une limite supérieure de cette erreur, je puis me permettre, *sauf vérification* du résultat obtenu en conséquence, et sauf les observations faites au *numéro* 6, de prendre pour la valeur de h à *un dixième* près, la fraction $\frac{181}{391}$. Or, cette fraction, réduite en décimales, donne

$$h = 0,46;$$

donc 4 est la valeur probable du chiffre des *dixièmes* de y, ce qui se vérifiera en effet à l'approximation suivante; et d'ailleurs, on voit dès à présent que le produit $0,11 \times (0,4)^2$ est moindre que $0,02$, et que par conséquent la valeur de h dépasse $0,44$. Mais nous devons, pour le moment, nous en tenir au premier chiffre.

Je fais donc maintenant $y = 20,4 + h'$; et pour obtenir les coefficiens des diverses puissances de h' qui entrent dans le développement de $f(20,4+h')$, j'effectue le calcul suivant, profitant ainsi des valeurs déjà calculées de $f(20)$, $f'(20)$, et $f''(20)$:

$$f\ (20,4) = (0,4)^3 + 40\,(0,4)^2 + 391\,(0,4)^1 - 181;$$

$$\tfrac{1}{1} f'\ (20,4) = 3\,(0,4)^2 + 80\,(0,4)^1 + 391;$$

$$\frac{1}{1.2} f''\ (20,4) = 3\,(0,4)^1 + 40;$$

$$\frac{1}{1.2.3} f'''\ (20,4) = 1 \text{ (1)}.$$

---

(1) Les quantités désignées par $\frac{f'''}{1.2.3}$ étant constantes et égales à 1 dans toute la suite du calcul, je me dispenserai dorénavant de les indiquer.

$$\begin{array}{r} 0{,}4 \\ +\ 40 \\ \hline 40{,}4 \\ \times\ \ 0{,}4 \\ \hline 16{,}16 \\ +\ 391, \\ \hline 407{,}16 \\ \times\ \ 0{,}4 \\ \hline 162{,}864 \\ -\ \ 181, \\ \hline -\ 18{,}136 = f \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3, \\ \times\ \ 0{,}4 \\ \hline 1{,}2 \\ +\ 80, \\ \hline 81{,}2 \\ \times\ \ 0{,}4 \\ \hline 32{,}48 \\ +\ 391, \\ \hline +\ 423{,}48 = \frac{1}{1} f' \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3, \\ \times\ \ 0{,}4 \\ \hline 1{,}2 \\ +\ 40, \\ \hline +\ 41{,}2 = \frac{1}{1.2} f'' \end{array}$$

Je divise ensuite $-\ 18{,}136$ par $+\ 423{,}48$; le quotient, à *un demi-millième* près, étant 0,043, je fais $h' = 0{,}042$, et j'ai ainsi pour nouvelle valeur de y,

$$y = 20{,}442.$$

Observons en passant que l'incertitude dont la valeur de la limite M restait affectée dans le calcul de la première approximation, se trouve maintenant détruite ; car on a

$$\frac{\frac{1}{2} f''\ (20{,}5)}{f'\ (20{,}4)} = \frac{41{,}5}{423{,}48} = \frac{1}{10{,}2} \text{ ou } = 0{,}09\ldots\ldots ;$$

et ainsi la valeur de M est bien réellement et pour toute la suite du calcul, inférieure à 0,1.

Je fais actuellement $y = 20{,}442 + h''$; et je développe comme ci-dessus les valeurs de $f\,(20{,}442)$, de f', de $\frac{1}{2}f''\ldots.$, en y faisant servir les valeurs déjà obtenues pour $f(20,4)$, $f'(20,4)$...... etc.

$$f(20,442) = (0,042)^3 + 41,2\,(0,042)^2 + 423,48\,(0,042) - 18,136$$

$$\tfrac{1}{1} f'(20,442) = 3\,(0,042)^2 + 82,4\,(0,042)^1 + 423,48$$

$$\tfrac{1}{1\cdot 2} f''(20,442) = 3\,(0,042)^1 + 41,2$$

$$\begin{array}{r}
0,042 \\
+\ 41,2 \\
\hline
41,242 \\
\times\ 0,042 \\
\hline
82\,484 \\
1\,649\,68 \\
\hline
1,732\,164 \\
+\ 423,48 \\
\hline
425,212\,164 \\
\times\ 0,042 \\
\hline
850\,424\,328 \\
17\,008\,486\,56 \\
\hline
17,858\,910\,888 \\
-\ 18,136 \\
\hline
-\ 0,277\,089\,112 = f
\end{array}$$

$$\begin{array}{r}
3, \\
\times\ 0,042 \\
\hline
0,126 \\
+\ 82,4 \\
\hline
82,526 \\
\times\ 0,042 \\
\hline
165\,052 \\
330\,104 \\
\hline
3,466\,092 \\
+\ 423,48 \\
\hline
+\ 426,946\,092 = f'
\end{array}$$

$$\begin{array}{r}
3, \\
\times\ 0,042 \\
\hline
0,126 \\
+\ 41,2 \\
\hline
+\ 41,326 = \tfrac{1}{2} f''
\end{array}$$

Maintenant je divise cette valeur de f, par celle de f'; et le quotient, à *une demi-unité* près du *septième ordre*, étant

$$0,\;0\;00\;6490,$$

je fais $$h'' = 0,\;0\;00\;6489,$$

d'où $$y = 20,\;4\;42\;6489;$$

et je continue le calcul de la même manière.

J'obtiens ainsi les valeurs suivantes que je ne fais que rapporter :

$$\left.\begin{aligned} f\,(20{,}4\;42\;6489) &= (0{,}0\;00\;6489)^3 \\ &+ 41,\;3\;26\;(0{,}0\;00\;6489)^2 \\ &+ 426{,}9\;46\;0\;92\;(0{,}0\;00\;6489)^1 \\ &- 0{,}2\;77\;0\;89\;1\;12 \end{aligned}\right\} =$$

$$-\,0{,}0\;00\;02\;639\;14\;3914\;2\;43\;1831$$

$$\left.\begin{aligned} \tfrac{1}{1}f'\,(20{,}4\;42\;6489) &= 3\,(0{,}0\;00\;6489)^2 \\ &+ 82,\;6\;52\;(0{,}0\;00\;6489)^1 \\ &+ 426{,}9\;46\;0\;92 \end{aligned}\right\} =$$

$$426{,}9\;99\;7261\;4\;60\;1363$$

$$\left.\begin{aligned} \tfrac{1}{1.2}f''\,(20{,}4\;42\;6489) &= 3\,(0{,}0\;00\;6489)^1 \\ &+ 41,\;3\;26 \end{aligned}\right\} =$$

$$41,\;3\;27\;9467$$

$$-f:f' = 0,\;0\;00\;0000\;61806689$$

$$h''' = 0,\;0\;00\;0000\;61806688$$

$$y = 20,\;4\;42\;6489\;61806688.$$

Continuant, et abrégeant encore, j'obtiens pour dernière approximation de la valeur de y :

$$f = -\ 0,\ 0\ 00\ 0000\ 00000134$$

$$5\ 64\ 2116\ 86046287\ \ 1\ 57\ 5556\ 72547328$$

$$f' = \quad 426,\ 9\ 99\ 7312\ 57000656\ \ 1\ 95\ 2592\ 44588032$$

$$\tfrac{1}{2} f'' = \quad 41,\ 3\ 27\ 9468\ 85420064$$

$$-f : f' = \quad 0,\ 0\ 00\ 0000\ 00000000\ 315138867396 1020$$

$$h'''' = \quad 0,\ 0\ 00\ 0000\ 00000000\ 3151388673961019$$

$$y = 20,\ 4\ 42\ 6489\ 61806688\ 3151388673961019,$$

valeur exacte jusqu'à la *trente et unième* décimale.

Une approximation de plus me donnerait *soixante-trois* décimales ; mais j'abandonne ce calcul qui ne présente d'autre difficulté que celle de trouver un espace suffisant pour y placer tous les chiffres à leurs rangs respectifs.

N.o 10. — Reste à substituer ce résultat dans les expressions trouvées au *numéro* 8 pour x_1, x_2, et x_3 ; ce qui donne

$$x_1 = \frac{454\ \ 7\ 38\ 2771\ 59747142\ 9330550827142418}{268\ \ 7\ 54\ 4365\ 03486948\ 0968052761493247};$$

$$x_2 = \frac{392\ 4\ \ 10\ 3302\ 74327077\ 9876384805259361}{289\ \ 1\ 97\ 0854\ 65293636\ 4119441435454266};$$

$$-x_3 = \frac{62\ \ 3\ 27\ 9468\ 85420064\ 9459166021883057}{20\ \ 4\ 42\ 6489\ 61806688\ 3151388673961019}.$$

Enfin, si l'on veut exprimer les valeurs de x_1, x_2, x_3, en décimales, il faut observer que la valeur de y remplace le dénominateur incomplet 20 dans les réduites

$$x_1 = \frac{22.20 + 5}{13.20 + 3} = \frac{445}{263},$$

$$x_2 = \frac{19.20 + 4}{14.20 + 3} = \frac{384}{283},$$

$$-x_3 = \frac{3.20 + 1}{20} = \frac{61}{20}.$$

Or, les deux premières pouvant être calculées exactement avec *quatre* décimales, et la troisième avec *deux*, il s'ensuit que si l'on remplace le nombre entier 20 par la valeur trouvée de y, x_1 et x_2 pourront être obtenues exactement jusqu'à la *trente-cinquième* décimale inclusivement, et x_3 jusqu'à la *trente-troisième*. Au reste, on peut aussi obtenir exactement les deux dernières décimales de x_3, en observant que la valeur absolue de cette racine doit être égale à la somme des deux autres; et l'on a ainsi :

$$x_1 = 1,692\ 021\ 471\ 630\ 095\ 869\ 627\ 814\ 897\ 002\ 069\ 14$$

$$x_2 = 1,356\ 895\ 867\ 892\ 209\ 443\ 894\ 399\ 510\ 021\ 300\ 58$$

$$-x_3 = 3,048\ 917\ 339\ 522\ 305\ 313\ 522\ 214\ 407\ 023\ 369\ 72$$

valeurs exactes jusqu'à la *trente-cinquième* décimale inclusivement; l'approximation suivante eût conduit jusqu'à la *soixante-septième*.

VIS D'ARCHIMÈDE.

Détermination de la surface hélicoïdale donnant l'espace hydrophore maximum,

Par M. Davaine, Ingénieur de l'arrondissement de Lille,
Membre résidant.

La vis d'Archimède a sur les autres machines à épuisement une supériorité incontestable, quand il ne faut opérer qu'à de faibles profondeurs ; elle prend sans secousse et presque sans vîtesse l'eau du bassin inférieur, pour la déposer doucement et sans perte dans le bassin supérieur ; son jeu n'exige qu'un mouvement de rotation continu, celui que procurent le plus généralement les moteurs animés et inanimés et que transmettent les appareils les plus simples ; enfin elle n'engendre d'autre frottement que celui des deux tourillons, car il n'est pas besoin de tenir compte du frottement de l'eau glissant sur les parois de l'espace hydrophore.

Les nombreuses applications que l'on a faites de la vis en Flandre et en Hollande pour le dessèchement des polders, et la préférence qu'on lui accorde généralement dans les épuisemens pour fondations, donnent quelqu'intérêt aux recherches qui ont pour but d'en perfectionner la construction.

L'objet de cette note est d'indiquer quelle est la surface hélicoïdale qui rendra l'espace hydrophore un maximum, l'inclinaison de la vis étant donnée.

La détermination analytique de cette surface donnant lieu à des calculs un peu compliqués, on a préféré leur substituer ici des raisonnemens qui, bien que disparates, semblent mener plus directement au but.

Quelle que soit la surface dont il s'agit, son intersection par des surfaces cylindriques à bases circulaires concentriques avec la vis donnera autant d'hélices d'un pas constant. On se figurera aisément quelle sera sur chaque surface cylindrique la portion comprise dans l'espace hydrophore, car elle sera limitée à sa partie inférieure par l'hélice et à sa partie supérieure par la surface de l'eau qui coupera cette hélice en deux points. Si donc on abaisse cette surface cylindrique en la faisant glisser parallèlement à son axe jusqu'à ce que la surface de l'eau devienne tangente à l'hélice, on rendra cet élément de l'espace hydrophore un maximum, donc l'espace hydrophore sera un maximum quand toutes les hélices et par suite la surface hélicoïdale seront tangentes à la surface de l'eau.

Comme ce contact pourrait avoir lieu de deux manières différentes, il convient d'ajouter que dans le cas présent la surface hélicoïdale près de la ligne de contact doit être en entier au-dessous de la surface de l'eau et non au-dessus.

Pour plus de clarté prenons pour plan de projection un plan vertical passant par l'axe de la vis;

Soient dans ce plan :

YY′	l'axe de la vis ;
XE, X′E′	les arêtes extrêmes de celle des surfaces cylindriques que nous considérons ;
STS′	la projection de l'hélice qui résulte de l'intersection de cette surface cylindrique avec l'hélicoïde cherché.
EE′	la trace du plan horizontal représentant la surface de l'eau.

L'observation faite ci-dessus revient à dire que l'hélice sera tangente à EE′, en T et *t*.

Ces deux points T et t sont symétriquement placés dans la figure, c'est-à-dire à égale distance des sommets SS′ ; ils sont donc à égale distance du plan vertical passant par l'axe de la vis ; cette distance, que nous représentons par z, peut se déterminer assez simplement.

En effet, le point t est le plus bas de la spire. Si la vis ne se composait que de l'hélice STS′ et que sur cette hélice glissât un point pesant, il parcourrait une droite parallèle à l'axe de la vis et passant par ce point t.

Soit p le poids de ce point matériel ;

Soit F, la force qui, appliquée à une manivelle de rayon R, maintiendrait la vis en équilibre, i l'angle que fait l'axe de la vis avec l'horizontale EE′, P le pas de l'hélice.

La condition de l'équilibre de la vis au repos sera :

$$\mathrm{RF} = z_1\, p \cos i\,;$$

la vis étant en mouvement on aura :

$$2\pi\, \mathrm{RF} = p\, \mathrm{P} \sin i\,;$$

en divisant membre à membre ces deux équations en entier :

$$2\pi z_1 = \mathrm{P} \operatorname{tang.} i\,; \qquad (1)$$

$$\text{ou } z_1 = \frac{\mathrm{P}. \operatorname{tang.} i}{2\pi.}$$

Cette valeur de z_1 est remarquable ; on voit qu'elle ne dépend que du pas et de l'inclinaison de la vis ; donc elle sera constante pour toutes les hélices de la même vis : donc l'hélicoïde cherché touchera la surface de l'eau suivant une droite parallèle au plan vertical passant par l'axe de la vis. Si l'on imagine l'appareil en mouvement, on verra que tous les points de l'hélicoïde viendront successivement passer par cette droite qui s'élèvera parallèlement à elle-même et à l'axe ; on peut donc prendre cette droite pour génératrice ; l'hélicoïde serait donné par le mouvement de cette droite tournant autour de l'axe de manière que chacun de ses points décrivît une hélice. Mais on peut exprimer cette génération d'une manière plus simple ; en effet, le point de la génératrice le plus rapproché de l'axe en sera à la distance z_1 ; ce point décrira une hélice tangente à la génératrice, ainsi qu'il résulte de l'équation (Pl. I.re, fig. I.re) ; donc l'hélicoïde donnant l'espace hydrophore maximum est engendré par le développement d'une hélice sur sa tangente. Cette hélice a le même pas que la vis, et ses élémens font avec l'axe de cette vis le même angle que cet axe avec l'horizon.

Pour compléter cette note nous ajouterons ici l'équation de l'hélicoïde rapportée aux axes XX′, YY′ et à un axe zz' perpendiculaire à ceux-ci.

Cette équation est :

$$y = \frac{P}{2\pi} \text{ arc sin. } \frac{x}{\sqrt{x^2+z^2}} \pm \frac{\sqrt{x^2+z^2}}{\text{tang. } i}$$

$$\sqrt{1-\left(\frac{P \text{ tang. } i}{2\pi\sqrt{x^2+\pi^1}}\right)^2} \mp \frac{P}{2z} \text{ arc sin.} \sqrt{1-\left(\frac{P \text{ tang. } i}{2\pi\sqrt{x^2+z^2}}\right)^2}$$

Cette équation se simplifie en y introduisant la valeur trouvée ci-dessus pour z_1 ; elle devient alors

$$y = \frac{P}{2\pi} \left\{ \text{arc sin. } \frac{x}{\sqrt{x^2+z^2}} \pm \sqrt{\frac{x^2+z^2}{z^1}} \right.$$

$$\left. \sqrt{1-\left(\frac{z_1}{\sqrt{x^2+z^2}}\right)}^2 \mp \text{arc sin.} \sqrt{1-\left(\frac{z_1}{\sqrt{x^2+z^2}}\right)^2} \right\}$$

Enfin elle prend une forme très-simple en supposant

$$\text{arc sin.} \sqrt{1 - \left(\frac{z_1}{\sqrt{x^2 + z^2}}\right)} = \frac{\zeta}{\sqrt{x^2 + z^2}} \; ;$$

$$\text{d'où} \sqrt{1 - \left(\frac{\zeta_1}{\sqrt{x^2 + \zeta^2}}\right)^2} = \sin. \frac{\zeta}{\sqrt{x^2 + z^2}} \quad \text{et}$$

$$\frac{z^1}{\sqrt{x^2 + z^2}} = \sqrt{1 - \sin.^2 \frac{\zeta}{\sqrt{x^2 + z^2}}} = \cos. \frac{\zeta}{\sqrt{x^2 + \zeta^2}}.$$

Ces valeurs, substituées dans l'équation de la surface, donnent

$$y = \frac{\mathrm{P}}{2\pi} \left\{ \text{arc sin.} \frac{x}{\sqrt{x^2 + z^2}} \mp \frac{\zeta}{\sqrt{x^2 + \zeta^2}} \pm \text{tang.} \frac{\zeta}{\sqrt{x^2 + z^2}} \right\}$$

En y faisant $x = o$ on aura l'intersection de cette surface par un plan passant par l'axe; savoir :

$$y = \frac{\mathrm{P}}{2\pi} \left\{ \frac{\zeta}{z} \pm \text{tang.} \frac{\zeta}{z} \right\}.$$

Cette équation est celle d'une courbe à deux branches selon que l'on prend le signe + ou le signe — ; pour la solution du problême dont il s'agit il faut prendre le signe — ; cette courbe pourrait être prise pour génératrice de l'hélicoïde ; mais comme elle est moins facile à construire que la droite, il paraît inutile de s'y arrêter.

Pour juger de l'augmentation de l'espace hydrophore qui résulterait de cette nouvelle construction de la vis, on a représenté, (Pl. 1, fig. 2), le développement de l'élément donné par la surface cylindrique de la fig. 1. Pl. 1. La courbe sinusoïdale est l'intersection du cylindre par la surface de l'eau ; la droite O'A est le développement de l'hélice de la vis ordinaire, la droite T' A' est celui de l'hélice de la fig. 1 ; on voit combien l'élément T' *t'* A' a plus de superficie que l'élément *o' t'* A.

On a donné, fig. 1, le rabattement de la section B B' normale à l'axe de la vis avec la construction de la projection $T_1\ t_1$ de la droite de contact d'après l'équation $2\pi z_1 = P \operatorname{tang.} i$, et la détermination des points T, *t*, etc.

PREMIER MÉMOIRE

SUR LES PLANTATIONS D'ARBRES,

Par M. **Maizière**,

Docteur-ès-sciences, Membre correspondant.

25 septembre 1834.

AVANT-PROPOS.

Ce premier mémoire, entrepris à l'occasion d'une vente d'arbres opérée sous mes yeux, et dont le résultat m'a frappé, fait partie d'un travail plus considérable qui contient, sur les plantations, des vues d'intérêt particulier et des vues qui concernent spécialement l'intérêt et la prospérité publics. La matière, avec le temps, s'étant considérablement éclaircie et développée, j'ai profité de ces vacances pour refondre totalement mon premier écrit, et même j'ai dû le diviser et je n'ai pu achever que la partie relative aux vues du premier ordre.

Quoiqu'il ne soit étayé que sur un petit nombre de faits bien circonstanciés et authentiques, cet essai n'en aura pas moins une utilité notable si ces faits renferment un enseignement immense ; si, quoique cet écrit soit dépourvu encore de l'appui d'une pratique générale, le seul propre à entraîner irrésistiblement les esprits les moins méditatifs et les moins accessibles aux indications de la théorie, j'ai pu offrir aux amis de la science une suite de raisonnemens inattaquables, de calculs rigoureux et de déductions justes et modérées ; si, enfin, je puis obtenir le commencement d'une suite d'observations agronomiques sur les relations ignorées entre les terrains, les espèces d'arbres, les nombres d'années, les accroissemens et les valeurs progressives locales.

Les considérations que nous allons exposer se déduisant des principes sur les intérêts accumulés, nous en plaçons ici les formules principales, et à la fin de cet ouvrage nous donnons deux petites tables où l'on trouvera, dans l'une le remboursement après *n* années du capital 1^f une fois placé, et de ses intérêts composés; dans l'autre, le montant après *n* années, tant de l'annuité 1^f placée au commencement de chaque année, que de ses intérêts accumulés. Au moyen de ces deux tables et de deux petites règles qui les accompagnent avec des exemples, une seule opération de multiplication ou de division fera connaître soit la valeur finale, étant connu le capital ou l'annuité, soit le capital unique, soit le capital annuel placé, étant connue la valeur finale lorsque le nombre des années sera compris dans la table.

Formule du remboursement R_n (1) d'un capital C_n (2) placé pour *n* années à intérêts composés : $R_n = C_n \times (1{,}05)^n$; le taux de l'intérêt étant de 5 pour $^0/_0$, ou du vingtième, ou de 5 centimes par franc du principal.

Formule du remboursement ρ_n (3) de *n* annuités α_n (4) et de leurs intérêts cumulés à 5 pour $^0/_0$, $\rho_n = \frac{105[(1{,}05)^n - 1]}{1{,}05 - 1} \times \alpha_n$ ou $\rho_n = 21\,\alpha_n\,[(1{,}05)^n - 1]$.

On voit que ces formules sont simples, du 1.^{r} degré et monomes en R, C, ρ, α.

---

(1) Lisez R, indice *n*; et souvent : remboursement après *n* années.

(2) Lisez C, indice *n*, et souvent capital placé pour *n* années, en intérêts accumulés.

(3) Lisez ρ, indice *n*, et souvent remboursement après *n* années.

(4) Lisez α, indice *n*, et souvent l'annuité α continuée pendant *n* années.

CINQ QUESTIONS RELATIVES A DES FUTAIES.

Premier probléme.

De quel côté est l'avantage à laisser en fermage un terrain médiocre ou à le planter en arbres ?

Données de détails : un champ carré d'un hectare était loué 25^{f} net, l'impôt de 6^{f} étant à la charge du fermier; on l'a planté en peupliers à 3 mètres d'intervalle, à raison de $0^{f},50$ par pied tout planté; on a entouré le massif d'un fossé à $0^{f},15$ le mètre, et à 30 ans les arbres ont été vendus 10^{f} la pièce.

Commençons par réprouver l'ancienne coutume, encore suivie par plusieurs personnes, de ne pas faire entrer en compte les intérêts de toute quantité d'argent, soit qu'on la donne, qu'on la reçoive, qu'on la dépense, ou qu'on en soit privé.

Suivant cette manière abusive de calculer, la dépense serait :

1.° Labour, achat, plantations de 1111 arbres $\left(\frac{10000^{m.q}}{9^{m.q}}\right)$, à $0^{f},50$	$555^{f},50$
2.° Le fossé de 40 chaînes, ou 400^{m}, à $0^{f},15$	60, 00
3.° La privation du loyer net, 25^{f}, pendant 30 années	750, 00
4.° La contribution de 6^{f} pendant les 30 années.	180, 00
PASSIF TOTAL	1545, 50

Le produit brut étant 11110^{f}, le bénéfice serait $9564^{f},50$.

Et comme le 30.e de cette valeur est $318^{f},81$, on dirait que le revenu net de 25^{f} a été changé par la plantation en celui de $318^{f},81$.

L'intérêt particulier et le bien général prescrivent de donner aux capitaux la plus grande activité. Laisser les produits dans un état de mort ou de sommeil, lorsque, par les mains de l'industrie ils peuvent être employés à créer de nouvelles valeurs, c'est causer volontairement à sa famille et à la société une perte dont l'accroissement est rapide, c'est ignorer le prix du temps et les moyens légitimes que la nature offre, que la morale éclairée avoue et que l'humanité réclame, de faire valoir les fonds qui outrepassent nos besoins actuels et ceux indiqués par la prévoyance.

Depuis long-temps cette manière étroite d'envisager les produits et les dépenses est bannie des contrées qui ne sont plus dans l'enfance du commerce et de l'industrie ; l'activité des capitaux est une loi observée par les spéculateurs éclairés ; elle est saisie par les vrais amis de la société. C'est en partie à la développer et à la rendre palpable qu'est consacré cet ouvrage, en la dépouillant des accessoires inutiles qui, sous le nom d'usure, ont pu si long-temps, et souvent avec raison, la rendre odieuse et dédaignée.

D'après cette loi, appliquée au problème proposé, chaque dépense effective ou chaque produit dont on se prive doit être envisagé comme un capital produisant intérêt, et des intérêts composés jusqu'à la 30.e année de notre plantation, époque où naturellement se fait le compte général des frais et de la recette.

Calcul exact : la dépense,

1.o Les deux premiers articles de la plantation et du fossé sont une valeur de $615^{f},50$; c'est un principal qui, avec ses intérêts accumulés pendant 30 ans, se monte à $615,50 \times (1,05)^{30}$ ou $615,50 \times 4,322 =$ .... $2660^{f},19$

2.o La privation du revenu annuel 25^{f} et l'acquittement de l'impôt annuel 6^{f}, formant une dépense aussi annuelle de 31^{f} qui, avec les intérêts composés, offre à la 30.e année le montant 31 fois $69^{f},762$, ou.............................. 2162, 62

Total de la dépense réelle.... 4822, 81

Le produit brut est toujours 11110^{f}.

Le bénéfice pour la plantation est de $6287^{f},19$.

Observations.

I. Tel est le fait authentique d'une plantation effectuée à Calais, sur un mauvais sol. La vente des arbres a eu lieu pendant ma résidence à Boulogne. C'est sur les notes que j'en ai prises alors que j'ai ébauché ce mémoire, en me conformant aux mesures métriques, et en exagérant seulement, et à dessein, le loyer du champ et toute la dépense initiale.

II. Le résultat du calcul est bien digne de notre attention : les frais de plantation et l'impôt sont couverts ; l'équivalent du revenu annuel 25^{f} est obtenu ; et à la vente notre futaie offre en outre le bénéfice comptant 6287^{f},19.

C'est-à-dire que si, d'un côté, le propriétaire de l'hectare avait pu placer à 5 pour cent chez un banquier le capital disponible 615^{f},50 de la plantation, il se trouverait avoir après les 30 années, 1.^{o} le remboursement ordinaire des 615^{f},50, ou 2660^{f},19 ; 2.^{o} l'hectare de terre, et 3.^{o} il aurait touché les 30 annuités de 31^{f}.

Tandis que par l'effet de notre plantation, il a les deux mêmes premiers avantages, le remboursement des 615^{f},50 (ou 2660^{f}, 19), et son champ ; qu'il a aussi l'équivalent des 30 années du revenu de 31^{f}, dans leur remboursement 2162^{f},62 ; mais que de plus il a comptant le bénéfice 6287^{f},19.

C'est là une création de capital ; un pur don de la nature, à raison de 5^{f}, 639 par arbre.

III. La valeur de l'hectare était 833^{f},33, en regardant le revenu net 25^{f} comme en étant les 3 pour 100.

IV. On se représente facilement l'emploi que l'on saura faire en pareil cas du bénéfice 6287^{f},19, soit en acquisition de terre, soit en le plaçant en rente, soit en l'utilisant en plantation, lorsque ce bénéfice sera échu, ou dans 30 ans. Mais cette valeur n'est pas disponible aujourd'hui ; c'est une obligation légale qui infailliblement sera acquittée dans 30 ans ; c'est la nu-propriété d'un contrat bien hypothéqué, et à 30 ans de date. Et pour se faire une idée plus précise de ce boni, on peut se proposer et résoudre les trois questions suivantes :

1.^{re} Si le propriétaire du champ, continuant de le louer 25^{f} net, eût pu trouver à placer son capital $615^{f},50$ à un taux assez élevé r, pour se trouver à la 30.^{me} année dans l'état où le met notre plantation, c'est-à-dire, pour avoir, indépendamment des revenus annuels du champ, un remboursement $= (2660^{f},19 + 6287^{f},19)$ avec l'hectare ; quel est le taux r de ce placement ? on trouve $r = 9^{f},34$ par la formule $R = C\ (1 + r)^{30}$.

2.^{e} Quelle est l'annuité α qui, étant reçue par le propriétaire pendant les 30 ans, aurait pour remboursement le bénéfice $6287^{f}19$. La formule $\varrho = \alpha\ 21\ [\ (1,05)^{30} - 1\ ]$ ou $\rho = \alpha \times 69,762$; donne $\alpha = 90^{f},12$. C'est la rente annuelle créée dès aujourd'hui par le seul fait de la plantation.

3.^{e} Quelle est aujourd'hui la valeur comptant C du bénéfice $6287^{f},19$ escompté 30 ans avant son échéance ? La formule $R = C \times (1,05)^{30}$ donne $C = \dfrac{6287^{f},19}{4,322}$; $C = 1454^{f},70$; c'est 1 fois 3/4 le fonds $833^{f},33$. C'est aussi $1^{f},3$ par arbre.

En comparant C avec la dépense primitive $615^{f},50$, on trouve que C vaut 2 fois et $\frac{36}{100}$ le capital dépensé $615^{f},50$.

Ce troisième point de vue étant le plus propre à faire apprécier un bénéfice ou une perte, dont l'échéance est à un terme lointain, dans la suite de ce mémoire nous nous contenterons le plus souvent d'escompter ainsi chaque résultat final à l'époque même de la plantation.

V. Afin de réduire à zéro le bénéfice de la plantation, il eût fallu ne vendre les 1111 arbres que $4822^{f},81$, montant du passif. Cela eût mis chaque arbre à $4^{f},34$. Mais bien loin que la vente ait été favorisée en quelque circonstance au prix de 10^{f} la pièce après 30 ans, c'est au contraire un adage universellement admis qu'en un terrain ordinaire, un peuplier planté vaut 20 sous par an à son possesseur.

Le bénéfice 6287^{f},19 qui a été réalisé sur une qualité inférieure de terrain, permet de conclure qu'il n'est pas de sol si ingrat que la plantation n'en élève sensiblement le revenu, pour peu qu'un arbre y puisse prendre racine.

Et même sur le sol où chaque arbre ne vaudrait à 30 ans que 4^{f},34, il y aurait encore dans la plantation ce bénéfice, qu'elle assurerait à un hectare le revenu net annuel de 25^{f}, ce qui excéderait de beaucoup le loyer d'un aussi mauvais terrain.

VI. De notre calcul bien compris, il résulte encore que pour obtenir les avantages de notre plantation il n'est pas nécessaire d'avoir en sa possession le capital initial 615^{f},50, ni l'annuité trentenaire 31^{f}. Par exemple si un homme avait la nue propriété d'un hectare, il lui suffirait d'emprunter d'une banque ou d'un ami le capital 615^{f},50, et les revenus annuels 31^{f}, puisqu'à la 30.^{e} année le produit de la vente réaliserait le remboursement complet du principal 615^{f}, et des annuités 31^{f}, et en outre lui laisserait comptant le boni 6287^{f},19.

Et même il ne sera pas indispensable d'avoir la possession d'un hectare de terrain ; seulement le boni 6287^{f},19 sera diminué du remboursement trentenaire 3601^{f},65 de la valeur 833^{f}, 33 du terrain qu'il aura dû aussi emprunter. Ainsi notre planteur aura liquide le résidu 2685^{f},54 ; tandis qu'au commencement des 30 ans il ne possédait absolument rien que le crédit qui aurait pu lui procurer l'emprunt convenable.

Tout cet article renferme en substance une grande moralité.

VII. De tous les biens la futaie est celui le moins exposé aux fléaux de la gelée, de la grêle, des sécheresses, des pluies et des animaux dévastateurs. C'est un bien qui, selon le proverbe, nous vient en dormant. On n'aura pas non plus éprouvé les pertes occasionées plusieurs fois en trente ans par les mortes-payes ou les autres accidens. Enfin, après avoir arraché les arbres, le terrain sera sensiblement bonifié.

VIII. L'avantage général et celui particulier se trouvent l'un et l'autre dans l'emploi bien dirigé des fonds disponibles. Tout bon économe, tout sage administrateur doit chercher à tirer de ses capitaux le plus de parti possible. Il serait donc à désirer qu'entre tant de manières de faire valoir les fruits de son économie, l'on distinguât celle qui est le sujet de ce mémoire : la plantation des terres médiocres.

IX. Notre vœu ne tend point à diminuer la production des grains, ni des bestiaux. Car admettons qu'un propriétaire mette en futaie le 12.e de ses terres à labour, on comprend que loin d'affaiblir sa récolte effective, il économise des travaux, des fumiers, du temps et des frais, dont la valeur étant reportée sur les autres champs en élève le produit au niveau de la récolte ordinaire totale. Mais ce n'est pas tout : Après les 30 ans de plantation, le revenu total du domaine se trouve doublé, si seulement on veut placer dans une banque le bénéfice de la vente des arbres sur sa douzième partie ; le sol du douzième arraché est amélioré, et l'on peut améliorer semblablement un second douzième.

Quant aux troupeaux, dès que la futaie a acquis une dizaine d'années, ils y trouvent un ombrage salutaire avec un pâturage supérieur à celui que leur procure le simple parcours ordinaire.

X. Je pourrais borner ici ce mémoire, persuadé que, dans les seuls aperçus qui précèdent, j'aurais au moins signalé une source légitime et inépuisable de richesses nouvelles.

Toutefois comme les élémens nécessaires à l'exploitation de cette mine peuvent n'être que partiellement à la portée de quelques familles, et afin de satisfaire les esprits curieux qui, dès-à-présent, souhaiteraient pour fixer leur choix des résultats variés et des données plus positives sur les spécialités de terrains et de natures d'arbres ; je ne crois pas inutile de soumettre au calcul quelques autres faits aussi authentiques, et quelques questions qui s'y rattachent, et d'indiquer les observations expérimentales à suivre sur toute cette matière, pour parvenir un jour à un ouvrage didactique pleinement instructif et satisfaisant.

Second probléme.

Les données initiales sont celles du 1.er problème; mais l'on suppose que les 1111 arbres parvenus à douze ans soient vendus à raison de 2f la tige, et qu'ensuite on rentre dans l'ancien état de fermage.

Le compte se faisant naturellement à la 12.e année, les élémens de la dépense D sont 1.o le remboursement R_{12} du capital (615f,50) de la plantation; 2.o le remboursement ρ_{12} de l'annuité (25f + 6f).

$$\left.\begin{array}{l} \text{Or, } R_{12} = (615^f,50) \times 1,796 = 1105^f,438 \\ \rho_{12} = 31 \text{ fois } 16^f,\ 695 = \quad 517,545 \end{array}\right| D = 1622^f\,983.$$

Le produit se borne à la vente $2^f \times 1111$; $P = 2222^f$; d'où le bénéfice $B = 599^f,017$.

Ce bénéfice est créé par le seul fait de la plantation, qui l'a opéré en 12 ans.

Ce même bénéfice, qui ne devait être touché que dans douze années, pouvait être escompté dès le jour de la plantation, et n'en avait pas moins une valeur initiale C, donnée par la relation : $599^f,017 = C\,(1,05)^{12}$, $\quad C = 334^f,54$.

Ainsi l'état de notre planteur est le même que si, conservant les revenus 25f net de son hectare, il plaçait à 5 pour o/o les 615f,50, il conservait son fonds, et recevait aujourd'hui de la nature en pur don et comptant le capital $C = 334^f,54$. C'est comme une prime obtenue par la plantation.

1.re *variante*. Supposons qu'à 9 ans on ait vendu tous les arbres à raison de 1f,40.

Calcul.

Dépense D.

Le R_9 de (615f,50) = ... 954f,64.

Le ρ_9 de (31f) = ... 458f,70.

D = ... 1413f,34.

Produit brut P.

$P = 1^f{,}40 \times 1111 =$ .... $1555^f{,}40$

Bénéfice B.

$B = P - D.$ $B =$ .... $142^f{,}06$

Ce bénéfice $142^f{,}06$ à réaliser dans 9 ans, étant escompté le jour de la plantation, sa valeur initiale est $C = 91^f{,}65$.

2.ᵉ *variante.* Calcul d'une plantation pareille, en supposant qu'à 8 ans tous les arbres aient été vendus à raison de 1^f.

Dépense D.

Le R_8 du capital ($615^f{,}50$) = ... $909^f{,}09$
Le ρ_8 de l'annuité (31^f) est......... $310, 53$

$D =$ .... $1212, 62$

Produit brut P.

$P = 1111^f.$

Déficit δ *de la plantation.*

$\delta = D - P$ $\delta = 108^f{,}62.$

En séparant du produit brut P, ou 1111^f, la partie ρ_8, ou $310^f{,}53$ qui doit couvrir les revenus annuels 31^f de l'hectare, le reste $P' = 800^f{,}47$; ce reste est, par le fait de la plantation, le remboursement du principal ($615^f{,}50$) après 8 ans. Or, à 5 pour 100, ce remboursement R_8 eût été $909^f{,}09$ qui, surpasse le remboursement $800^f{,}47$, opéré par la plantation, de $\delta = 108^f{,}62$.

Le déficit $\delta = 108^f{,}62$ opéré par notre plantation, comparativement au placement à 5 pour 100, est une perte imputable à l'arrachement prématuré des arbres.

La perte $108^f{,}62$ qui ne sera réalisée que dans 8 ans, étant escomptée aujourd'hui, moment de la plantation, sa valeur actuelle $\gamma = \frac{108^f,62}{1,477}$, $\gamma = 73^f,54$. Ainsi, en s'engageant à arracher les arbres à la 8.^{e} année, on s'impose la perte du capital 73^f54.

Troisième problême.

Les données primordiales sont comme aux problèmes précédens : un hectare de médiocre terre, loué brut 31^f, planté de 1111 arbres, avec une dépense primitive de $615^f,50$. Et maintenant on suppose qu'à 12 ans on vende à raison de 2^f les troi quarts des arbres, ou 834 arbres; que les 277 autres laissés jusqu'à 30 ans soient vendus, savoir : 200 à raison de 16^f, et 77 à raison de 10^f. On demande le calcul du champ, en évaluant tout à la 30.^{e} année.

La dépense totale D est la même qu'au 1.^{er} problême. Elle a deux élémens d_1, d_2. d_1 est le remboursement R_{30} du principal ($615^f,50$)...................... $d_1 = 2660^f,19$

d_2 est le remboursement ρ_{30} de l'annuité (31^f)................................. $d_2 = 2162,62$

Le passif ou la dépense totale... $D = 4822,81$

L'actif, ou le produit total P, a deux élémens : p_1, p_2.

p_1 se rapporte aux 834 arbres vendus à la 12.^{e} année; leur valeur $2^f \times 834 = 1668^f$, qui est un principal portant intérêt pendant les 18 dernières années; p_1 est le remboursement R_{18} de ce principal......................... $p_1 = 4014^f,88$

p_2 est le prix de la vente à 30 ans

des $\left\{\begin{matrix} 200 \text{ arbres à } 16^f \\ 77 \text{ ..... à } 10 \end{matrix}\right\}$ ou $p_2 = 3200^f + 770^f$; $p_2 = 3970$

Le produit brut $P = p_1 + p_2 =$ .... $7984,88$

Le bénéfice $B = P - D$; $B = 3162^f,07$. C'est une valeur assurée à recevoir dans 30 ans.

L'escompte de B au moment de la plantation donne $C = \dfrac{3162^f,07}{4,322} = 731^f,63$.

1.^re^ *variante*. A 12 ans on vend, à raison de 2^f, 1051 arbres, et à 30 ans les 60 derniers sont vendus 21^f pièce.

La dépense totale D est toujours la même que dans le problème premier. $D = 4822^f81$.

Le produit brut P a les deux élémens p_1, p_2.

p_1 se rapporte aux arbres vendus à 12 ans $2^f \times 1051$ ou 2102^f. Ce prix est ensuite capitalisé pendant 18 ans ; et p_1 en est le R_{18}.

$p_1 = 2102^f \times (2,407) =$ .... $5059^f,51$

p_2 est la valeur des 60 arbres à 21^f ; $p_2 =$ .. 1260

$P = p_1 + p_2 = 6319^f,51$. 6319, 51

Le bénéfice $B = P - D$; $B = 1496^f,70$.

Ce bénéfice, escompté au moment de la plantation, a pour valeur initiale $C = 346^f,30$.

2.^e^ *variante*. A la 8.^e^ année on vend 911 arbres à 1^f, et à la 30.^e^ année on vend les 200 de surplus, savoir : 50 à 18^f, 100 à 16^f, et 50 à 11^f.

Toujours la dépense $D = 4822^f,81$.

Le produit brut P a les deux élémens principaux p_1, p_2 relatifs aux deux époques de vente. Les 911 arbres ont été vendus 911^f, et cette valeur est capitalisée pendant 22 ans ; p_1 en est le remboursement R_{22}........................ $p_1 =$ $2663^f,76$

$$p_2 \text{ a les 3 élémens } \begin{cases} 50 \text{ arbres à } 18^f \ldots\ldots\ldots & 900 \\ 100 \ldots\ldots\ 16 \ldots\ldots\ldots & 1600 \\ 50 \ldots\ldots\ 11 \ldots\ldots\ldots & 550 \end{cases}$$

Le produit brut...................... $P =$ 5713, 76

Le bénéfice $B = P - D = 5713^f{,}76 - 4822^f{,}81$; $B = 890^f{,}95$. Cette valeur escomptée à la 1.re année donne $C = 205^f67$.

Quatrième probléme.

Les données primitives restant encore les mêmes, on suppose qu'après avoir arraché les trois quarts des arbres à 12 ans, on laisse croître jusqu'à 100 ans les 277 autres arbres, qui sont à 6m d'intervalle, et qu'alors on en vende 200 à 80f et 77 à 50f.

Pour établir le compte de notre hectare, nous évaluerons à la centième année les dépenses et les recettes.

On sent qu'au lieu de peupliers, on pourra considérer la plantation effectuée en arbres qui vivent au moins un siècle : en ormes, frênes ou mérisiers. Et cette considération est d'autant plus légitime que nous avons à dessein porté les frais de plantation assez haut, en partie pour convenir à ces autres espèces d'arbres, en les prenant plus jeunes.

Actif de la plantation à cent ans.

Le produit brut a deux élémens principaux p_1, p_2, relatifs aux deux ventes.

p_1 est la valeur finale à la 100.e année du prix $2^f \times 834$ ou 1668^f, ce prix capitalisé pendant les 88 dernières années. $p_1 = 1668^f \times 73{,}225$. .... $p_1 =$ 122139^f

p_2 a les 2 parties { 200 arbres à 80^f ou....... 16000
77 ..... à 50 ou...... 3850

Le produit brut $P = p_1 + p_2$........... $P =$ 141989

Passif de la plantation D.

D a toujours deux élémens d_1, d_2.

d_1 est le R_{100} du capital $615^f{,}50$... $d_1 = 80938^f{,}250$

d_2 est le ρ_{100} de l'annuité (31^f).... $d_2 = 84956^f{,}151$

$D = d_1 + d_2$ $D = 165894^f{,}401$

Balance à la 100.^e^ année.

Passif $D = 165894^f,401$

Actif $P = 141989,$

Passif final $\delta = 23905^f,401.$

Cette perte, qui sera réalisée après 100 ans, étant escomptée à la 1.^re^ année, a pour capital initial $C = \frac{23905^f,401}{131,5}$; $C = 181^f,37$; c'est une diminution dans la valeur $833^f,33$ de l'hectare.

Cinquième problême.

On suppose un hectare de 80^f de loyer net et payant 15^f d'impôt, planté à 4^m de distance, en peupliers vendus 16^f à la vingtième année; la plantation avait d'abord coûté 600^f. On demande à 20 ans le compte de ce champ.

Le passif D a encore les deux élémens d_1, d_2.

d_1 se rapporte au principal 600^f capitalisé pendant 20 ans.......................... $d_1 = \quad 1591^f,8$

d_2 est le ρ_{20} des fermages brut 95^f..... $d_2 = \quad 3298,1$

Tout le passif $D = d_1 + d_2$...... $D = \quad 4889,9$

Le nombre des arbres plantés $= \frac{10000^{m.q}}{16^{m.q}} = 625.$

L'actif $P = 625$ fois 16^f.............. $P = \quad 10000^f.$

Le bénéfice $B = P - D$; $\quad B = 5110^f,1.$

Le bénéfice $5110^f,1$ est à réaliser dans 20 ans. En l'escomptant à la première année, sa valeur initiale est $C = 1928^f,1$.

C'est une prime obtenue par toute la plantation. La prime A pour chaque arbre est 3^f08.

Variante. Supposons les arbres à la distance de 3^m, et vendus à 10^f après les 20 ans.

Le passif est encore $D = 4889^f,9$; le nombre d'arbres 1111 ; l'actif $P = 11110^f$; le bénéfice $B = 6220^f,1$; son escompte à la

1.re année $C = 2344^f,5$; la prime A pour chaque arbre est $A = 2^f,12$.

DEUX QUESTIONS RELATIVES A DES BORDURES.

Sixième problême.

625 peupliers sont plantés pour 400^f, à la distance de 4 mètres, en bordures de champs loués net 80^f l'hectare ; à 20 ans, les arbres sont vendus sur le pied de 20^f ; on suppose que l'on a fait au fermier la remise d'un quart du loyer du terrain sous les arbres, dans une bande de 3 mètres de largeur. On demande à 20 ans le compte de la plantation.

La longueur plantée égale 2500^m ; la bande indemnisée $= 3^m \times 2500^m, = 0^{HA}75$; son loyer est les 3/4 de $80^f = 60^f$; l'indemnité annuelle $= 15^f$.

La dépense $D = d_1 + d_2$; d_1 est le R_{20} du
capital 400^f........................ $d_1 = 1061^f,2$
d_2 est le ρ_{20} des vingt indemnités de 15^f. $d_2 = 520,8$

Le passif total........................ $D = 1582$
Le produit brut $P = 20^f \times 625$...... $P = 12500$

Le bénéfice $B = P - D$............ $B = 10918$

Cette valeur 10918^f à recevoir à la 20.e année, étant escomptée à la 1.re année, son capital $C = \frac{10918}{2,653} = 4119^f5$.

La valeur initiale C, 4119^f5 vaut plus d'une fois et demie le fonds 2666^f de l'hectare.

C'est une prime obtenue par toute la plantation.

La prime pour un seul arbre est $A = 6^f,59$.

Observation particulière.

Ce mode de plantation est fréquemment exécuté par des propriétaires cultivateurs, qui en ont vivement senti l'avantage. Je me souviens d'en avoir connu un, père d'une nombreuse famille, qui disait qu'à la naissance de chaque enfant il plantait mille arbres, lui assurant ainsi une dot de 20 mille francs dans vingt ans, sans toucher à son capital. Sa propriété était d'une qualité un peu supérieure à celle admise dans le problème 6^{e}.

Septième problème.

Calculer une plantation de 200 peupliers, à raison de 0^{f},50 le pied, à la distance de 4^{m}, en bordure d'un champ, dont l'hectare valait 500^{f}, le loyer net 16^{f} et l'impôt 4^{f} ; sans qu'il y ait eu d'indemnité demandée par le fermier, les arbres à 12 ans ont été vendus 6^{f} pièce. Bon nombre avaient 10^{f} de valeur ?

Tout le passif D consiste dans le remboursement à 12 ans de la dépense initiale 100^{f}................ D = 179^{f},6

Tout l'actif = 200 fois 6^{f}............ P = 1200

Le bénéfice B = 1020^{f},4 réalisé après les 12 ans.

Son escompte au commencement de la plantation est C = 567^{f},93.

La prime A pour chaque arbre est 2^{f},83.

Observation particulière.

Ce septième problème est fondé sur un fait passé sous mes yeux ; toutes les données en sont strictement réelles.

Résumé des sept problèmes précédens.

I. La plantation d'une futaie peut être éminemment profitable.

II. Il ne faut pas couper les arbres trop jeunes ni trop vieux.

III. Il ne faut pas trop les éclaircir.

IV. Pour une même étendue de terre plantée de la même manière, le profit augmente avec la qualité du sol, mais non pas proportionnellement à la qualité, qui est assez bien représentée par la valeur du fonds ou par la valeur du loyer.

C'est-à-dire que si deux qualités de terrain sont dans le rapport de 1 à 3, et que l'on plante trois hectares du terrain inférieur, on en obtiendra une prime beaucoup plus forte que sur l'hectare de qualité supérieure.

V. C'est surtout relativement aux bordures que l'avantage des plantations d'arbres est manifeste. La prime augmente aussi avec la qualité du sol, mais non pas proportionnellement à la qualité.

Ainsi, deux qualités de terrain étant dans le rapport de 5 à 1; si l'on plante sur le second terrain cinq fois plus d'arbres à la même distance que sur le premier sol, on obtiendra une prime notablement plus forte que sur le sol supérieur.

Afin de comparer les deux plantations de bordures des deux problèmes 6 et 7, il faut supposer deux propriétés équivalentes, l'une de 1 hectare, l'autre de 5 hectares isolés, plantés semblablement dans leurs bordures. Les primes A_1, A_2 sont $A_1 = 6^f,59$; et $A_2 = 2,83$. Donc $5\ A_2 = 14^f,15$; sur quoi il y a à remarquer que le dernier résultat a en outre l'avantage d'être acquis en douze ans, tandis que l'autre a eu besoin de vingt ans. (Voyez VIII, page 64.)

Ce résultat et le précédent sont des indications de la nature pour nous porter à planter surtout les terrains de qualités moindres.

VI. On doit planter toutes ses bordures sans nulle exception.

VII. Pendant long-temps il y aura avantage à planter en futaie une grande étendue de terrain; et il sera profitable d'accroître l'étendue des terrains peu fertiles de sa propriété.

VIII. Il y a une multitude d'observations bien instructives à recueillir sur les diverses espèces d'arbres, sur les qualités des terrains, sur les divers modes de plantation, sur la distance entre les arbres, sur les dimensions progressives des arbres, sur leurs valeurs finales respectives; mais particulièrement sur la prime ou valeur initiale correspondante à chaque hectare planté ou à chaque arbre.

IX. Tels sont les élémens indispensables à la fondation d'une théorie aussi utile que curieuse.

X. On peut entrevoir que les valeurs respectives des petits et des gros arbres ne sont pas encore établies d'une manière conforme à l'intérêt public.

XI. L'état de choses actuel est en grande partie fondé sur l'ignorance générale, sur le manque de communications matérielles et intellectuelles, et aussi sur la vanité des anciens possesseurs des grandes forêts. L'aperçu d'un meilleur avenir est le résultat du progrès opéré de nos jours dans toute l'organisation sociale.

TROIS QUESTIONS RELATIVES AUX GRANDS BOIS ORDINAIRES.

Huitième problême.

Calculer le revenu d'un hectare de bois, en coupe réglée tous les vingt ans; la vente étant d'un taillis de 600^f et de vingt gros arbres de 48^f : l'impôt annuel étant de 6^f, la garde et l'entretien de 4^f.

Le total de la vente est de $600^f + 48^f \times 20$; ou $(600 + 960^f)$ ou 1560^f.

Il n'y a d'autres articles de dépense que ceux annuels cités à l'énoncé, et dont il sera tenu compte sur le revenu annuel brut.

Le revenu brut est l'annuité α^f, qui a 1560^f pour remboursement de vingt ans.

$$\text{Donc } \alpha = \frac{1560}{34{,}717}. \qquad \alpha^f = 44^f{,}93.$$

Défalcation faite de 10^f pour l'impôt, la garde et l'entretien, le revenu net est de $34^f{,}93$.

Neuvième problême.

Calcul de l'établissement opéré en cent ans du bois du problême précédent.

Nous supposons qu'un hectare de terre, qui jusque-là était affermé 25^f net et payait 6^f d'impôt, a été planté de la manière suivante en châtaigniers ou en acacias.

N° 1

TABLEAU

Des nombres à considérer dans l'établissement d'un bois

Numeros des annees remarquables	1	10	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	80	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Arbres [illegible]	[illegible]	[illegible]	48	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Arbres vendus	0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Prix unitaires des arbres	[illegible]	[illegible] le mille	5f	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	48f	48f	48f
Prix des arbres de la coupe		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	960f	[illegible]
Frais [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
ARBRES LAISSES APRES LA VENTE AVEC LEURS AGES ET LEURS PRIX UNITAIRES.										
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
[illegible] quatre ages [illegible]	[illegible]	"		[illegible]	"		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]			"	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]		"	"	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Frais [illegible] des arbres sur [illegible]	4,5 du prix des arbres plantés [illegible]	[illegible]	4f	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	"
[illegible] des arbres [illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1360f	[illegible]
Valeur totale de la superficie [illegible]ment de la vente		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	920	[illegible]
Nombre total des arbres [illegible]	500	[illegible]	[illegible]	150	[illegible]	80	80	80	80	[illegible]
Superficie du sol [illegible] chaque arbre	2^{mq}	[illegible]	[illegible]	66^{mq}	100^{mq}	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Distance moyenne	[illegible]	[illegible]	[illegible]	8^{m}	10^{m}	11	11	11	11	11

On a défoncé le terrain et planté les graines à la distance de $1^{m},4$ pour 300^{f}. On a fait biner les trois premières années à raison de 60^{f} par an.

On devra porter en dépense l'imposition 6^{f}, la privation du loyer net, 25^{f}, et 4^{f} pour la garde et l'entretien. Ces trois derniers motifs forment une annuité $\alpha_{100} = 35$.

Nous évaluons les produits et les dépenses à la 100.e année.

D'après l'exposé, la dépense D a trois parties principales d_1, d_2, d_3.

d_1 est le R_{100} du principal 300^{f}, prix de la plantation. $d_1 = 300^{f}(131,5)$........................ $d_1 = 39450^{f}$. »

d_2 est le montant des trois binages capitalisé ensuite pendant les 97 dernières années. Le montant des trois binages est le ρ_3 des trois annuités 60^{f}; c'est $60^{f} \times 3,318$; ou 199,08.

Donc $d_2 = 199,08 \times 113,609$........ $d_2 = 22617,27$

d_3 est le remboursement ρ_{100} des 100 annuités 35^{f}; $d_3 = 35^{f} \times 2740,521$...... $d_3 = 95918,23$

Tout le passif ou la dépense totale...... $D = 157985^{f},50$

Les produits partiels respectifs sont compris dans le tableau N.o 1, où se trouvent en outre plusieurs nombres utiles à l'étude d'une plantation de cette espèce.

Nous aurons l'actif total P_{100} en ajoutant à 2800^{f}, valeur de toute la superficie au moment de la dernière coupe, les prix des six ventes antérieures, évalués chacun à la 100.^{e} année.

$$P = \pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \ldots \pi_6$$

	π_0	π_1	π_2	π_3	π_4	π_5	π_6
P_{100}	2800	1600×2,653	1700×7,040	1450×14,645	1200×30,42	2400×49,500	904×80,73
		4244,8	11968	21235,25	36504	69300	72980

$$P = 219032{,}05$$

balance $\begin{cases} P = 219032{,}05 \\ D = 157985{,}50 \end{cases}$ le bénéfice $B = 61046^{f},55$.

En escomptant la première année ce bénéfice qui n'est réalisable qu'à la 100.^{e} année,

on a $C = \dfrac{61046{,}55}{131{,}50}$; $C = 464^{f},23$. C'est plus de la moitié de $833^{f},33$, valeur du fonds.

Telle est la prime obtenue par la plantation d'un hectare de bois.

Cette prime étant capitalisée, sa rente est d'abord de $23^{f}26$ et va en croissant. Ainsi on peut dire que le revenu net de l'hectare est augmenté de 23^{f} et au-delà. Dès la première année, ce revenu net est de 48^{f}.

Il n'était que de $34^{f}93$ pour un hectare de vieux bois; on voit un avantage manifeste à remplacer un hectare de vieux bois par un hectare de bois planté, seulement pour cent ans.

Au fond, dans le calcul des deux hectares que l'on vient de mentionner, ils ne sont pas traités sur le même pied : le jeune bois est accompagné de tout son boni depuis la plantation, tandis

Valeurs finales π_1 des ventes qui précèdent d'un rang les ventes V_n.	0	1473
Valeurs finales π_2 des ventes qui précèdent de deux rangs V_n.	0	0
Valeurs finales π_3 des ventes antérieures de trois rangs à V_n.	0	0
π_4	0	0
π_5	0	0
π_6	0	0
π_7	0	0
π_8	0	0
Etc.	»	»
Produit total P_n.	1000	4026
D_n.	1231	2467
B_n, ou δ_n.	δ 231	B 155
γ_n, ou C_n $\frac{B_n}{(1,05)^n}$	γ 142	588

(N.° 2.)

TABLEAU

Des nombres utiles à notre comparaison

[illegible]	1	2	3	4	[illegible]	8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Etc.
Accens de notation.	'	''	'''	''''	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	Etc.
Elément d_1 de la dépense D_n jusqu'à la la vente d_1 [illegible]	[illegible]	[illegible]	1296.6	2605.5	5604	14850	39450	104660	277660	Etc.
Elémens d_2 = [illegible] ou d_2 = [illegible] × (1,05)[illegible].	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3213	8512	22614	59996	[illegible]	Etc.
Elément d_3 = le remboursement [illegible] de l'annuité 35 . d_3 = [illegible] fois le [illegible] de l'annuité 1f.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Etc.
Dépense totale D_n	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	....
Prix des ventes V_n	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Constant
Valeurs des réserves r_n	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Constant

ÉLÉMENS IMMÉDIATS DE L'ACTIF TOTAL OU DU PRODUIT BRUT P.

Valeurs totales x_0 de la superficie au moment de la vente	1070	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2800	2920	[illegible]	Constant
Valeurs finales x_1 des ventes qui précèdent d'un rang les ventes V_n.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
Valeurs finales x_2 des ventes qui précèdent de deux rangs V_n.	0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	5186	7998	11968	11264	1098	
Valeurs finales x_3 des ventes antérieures de trois rangs à V_n.	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
x_4			0	0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
x_5	0		[illegible]		0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
x_6	[illegible]				0		[illegible]	[illegible]	[illegible]	
x_7				[illegible]	0	[illegible]	[illegible]	193650	[illegible]	
x_8	[illegible]		[illegible]	0	0	0	[illegible]		[illegible]	
Etc.			''	''		[illegible]	''		[illegible]	Etc.
Produit total P_n.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	14912	31235	82672	[illegible]	618156	[illegible]	
D_n.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
B_n ou i_n.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	9858	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	

que le vieux bois, envisagé seulement dans sa coupe, est dépouillé, 1.° de la valeur des arbres réservés; 2.° du boni des premières coupes. Nous devons revenir plus loin sur cette comparaison.

Dixième problême.

Comparer entr'elles les valeurs effectives totales d'un bois planté, aux époques des coupes successives, dans la vue de connaître la durée la plus avantageuse à donner à la plantation.

En exécutant, pour chaque époque désignée, un calcul analogue à celui du problême précédent, on aura pour l'année *n.*e, 1.° le passif ou D_n; 2.° l'actif ou P_n; 3.° le boni ou le déficit, B_n ou δ_n; 4.° la valeur initiale C_n ou γ_n, calculée, à la première année de la plantation, du boni B_n ou du déficit δ_n.

Et la plus grande valeur de C_n ou de la prime initiale indiquera suffisamment le moment le plus avantageux pour abattre la plantation.

Cela sera démontré un peu plus bas.

Les résultats de ce laborieux calcul sont assez curieux.

I. La valeur initiale du boni à l'époque de chaque vente n'est pas une quantité constante.

II. La marche de ses variations n'est pas non plus progressive.

III. Passé la première coupe, où il y a perte, il y a constamment bénéfice, B, à l'instant de la vente. Il vaut toujours mieux avoir planté que d'avoir continué à affermer.

IV. Ces bénéfices B à l'époque de chaque coupe paraissent croissans ; mais il ne faut pas se borner à ce premier aperçu.

V. Les valeurs *initiales* C, croissantes avant trente ans, diminuent ensuite jusqu'à cent ans. Bientôt après elles remontent jusque vers la 120.e année, où elles se trouvent à la valeur de la 40.e ; puis elles redescendent, probablement pour remonter encore et redescendre.

VI. Les conséquences de ces documens semblent assez claires. L'époque la plus avantageuse pour détruire et remplacer la plantation paraît être trente ans ; car, en plaçant à la 30.e année le bénéfice 2649 dont la valeur initiale est le maximum 613, ce bénéfice 2649 se conserve par le placement ordinaire à 5 p. $\frac{0}{0}$; aussi la valeur initiale C se conserve, ce qui n'arriverait pas à une toute autre époque où l'on n'aurait à faire le placement ordinaire que d'un bénéfice final B dont l'escompte à l'origine fût moindre que 613f. Mais si on a laissé passer quarante-cinq ans, il y aura plus d'avantage à différer l'arrachement jusqu'à cent vingt ans.

VII. Malgré l'évidence palpable de ces assertions, on éprouve une inquiétude vague sur ce que l'on semble ne tenir pas assez de compte du temps employé à acquérir chaque bénéfice. Toute incertitude disparaîtrait si l'on pouvait comparer les bénéfices en des temps égaux. Or, nous concevons une même durée de 120 ans, par exemple, formée de 6 périodes de 20 ans, ou de 4 périodes de 30 ans, ou de 3 périodes de 40 ans, ou de 2 périodes de 60 ans, ou d'une seule période de 120 ans ; et il est évident que la période la plus avantageuse sera celle qui donnera lieu à la plus grande somme finale de bénéfices. Rien ne faisant pressentir que ce soit la même période qui, prise isolément, a produit le plus grand bénéfice, il y a donc ici lieu à faire encore le calcul du bénéfice total d'une succession de chacune des périodes simples et égales à comparer.

Soit B_1 le bénéfice de la période simple de *n* années, et considérant la succession de 2, de 3, de 4.... de *h* périodes semblables, soient B_2, B_3, B_4, ... B_h les bénéfices successifs correspondans, on a :

$$B_2 = B_1\,(1{,}05)^n + B_1 \qquad B_3 = B_1\,(1{,}05)^{2n} + B_1\,(1{,}05)^n + B_1$$

$$B_4 = B_1\,(1{,}05)^{3n} + B_1\,(1{,}05)^{2n} + B_1\,(1{,}05)^n + B_1\,,$$

et en général $B_h = B_1\,(1{,}05)^{(h-1)n} + B_1\,(1{,}05)^{(h-2)n} + \ldots$
$\ldots\ldots B_1\,(1{,}05)^{2n} + B_1\,(1{,}05)^n + B_1$

$$B_h = B_1\left[1 + (1{,}05)^n + (1{,}05)^{2n} + (1{,}03)^{3n} + \ldots\ldots + (1{,}05)^{(h-1)n}\right]$$

Le multiplicateur est la somme *s* des termes d'une progression par quotient dont le premier terme $a = 1$; la raison $q = (1{,}05)^n$; le nombre des termes $= h$; le dernier terme $l = (1{,}05)^{(h-1).n}$; et la somme $s = \dfrac{ql - a}{q - 1}$.

$$\text{Donc } s = \frac{(1{,}05)^n . (1{,}05)^{(h-1).n} - 1}{(1{,}05)^n - 1}\,; \qquad s = \frac{(1{,}05)^{hn} - 1}{(1{,}05)^n - 1}$$

la valeur finale

$$B_h = \frac{B_1 \times [\,(1{,}05)^{h.n} - 1\,]}{(1{,}09)^n - 1}\,, \quad B_h = \frac{B_1}{(1{,}05)^n - 1} \times [(1{,}05)^{hn} - 1].$$

Le multiplicateur $[\,(1{,}05)^{hn} - 1\,]$ est constant (*h.n* étant le nombre des années de la grande période qui a pour parties aliquotes les périodes simples à comparer).

Donc la plus grande valeur B_h de la succession de h périodes de n années répond au plus grand multiplicande $\frac{B_1}{(1{,}05)^n - 1}$, qui diffère, comme on le prévoyait, de $C = \frac{B}{(1{,}05)^n}$. Notation : quotient $\frac{B_1}{(1{,}05)^n - 1} = Q$.

En calculant le quotient Q pour $n = 20$, $n = 30$, $n = 45$, $n = 60$, $n = 120$, on trouve

$$Q_{20} = 943,\ Q_{30} = 797,\ Q_{45} = 617,\ Q_{60} = 558,\ Q_{120} = 568.$$

Ici le maximum de produits est déplacé. Ce n'est plus la période de 30 ans, c'est celle de 20 qui est la plus profitable.

Il sera bon, dans une application effective, de calculer les bénéfices B pour les nombres d'années voisins de 20, afin de connaître le maximum absolu des valeurs correspondantes du quotient $Q = \frac{B}{(1{,}05)^n - 1}$.

VIII. On peut appliquer la considération des successions de périodes aux deux plantations de bordures des problèmes 6 et 7. D'abord, pour ramener les deux bénéfices à la même étendue de terrain 4^m, il faut substituer aux deux bénéfices respectifs $B_6 = 10918$, $B_7 = 1020{,}4$, les fractions $\frac{10918}{625}$ et $\frac{1020{,}4}{200}$; puis les diviser respectivement par les nombres $[(1{,}05)^{20} - 1]$, $[(1{,}05)^{12} - 1]$, ce qui donne les deux quotiens

$$Q_6 = \frac{10918}{625 \times (1{,}653)};\quad Q_7 = \frac{1020{,}4}{200 \times 0{,}796};$$

et ensuite $Q_6 = 10{,}568$; $Q_7 = 6{,}57$.

Si donc on suppose les deux propriétés équivalentes 1 hectare du revenu 80^f, et 5^{HA} du revenu 16^f, en 5 pièces isolées de 1^{HA}; le bénéfice de la seconde plantation sera à celui de la première, dans le rapport de 32,85 à 10,568; ce qui corrobore notre premier aperçu, page 57, V.

IX. L'étendue de terrain qu'il est préférable à un particulier, dans l'état actuel des choses, de planter en bois ordinaire ou en taillis avec des arbres de réserve, est la plus grande possible relativement aux terres affermées et peu fertiles; c'est la moindre possible relativement aux plantations de futaies pures.

X. Pour d'autres élémens primitifs de fertilité du sol, de frais de plantation et de fermage, les résultats calculés et ceux observés pourront différer sensiblement de ce qui précède. L'essentiel est que l'on soit bien pénétré de ces deux choses : 1.o Il y a à faire, sur les accroissemens des dimensions des végétaux, des observations importantes pour diriger nos plantations; 2.o chaque spéculation exige à l'avance un calcul pour en déterminer la durée la plus avantageuse.

QUATRE QUESTIONS RELATIVES A LA PLANTATION D'ARBRES FRUITIERS.

Onzième problème.

Calculer, au moment de la plantation, en noyers à 10 mètres d'intervalle, 1 hectare qui, en culture ordinaire, était loué net 40^f et payait 8^f d'impôt. On suppose la plantation protégée par un fossé; que les frais de la plantation se sont portés à 232^f pour les cent arbres $\left(\dfrac{10000^{m.q}}{100^{m.q}}\right)$; que, durant 10 ans, on ne compte pour rien la récolte des noix; que, durant 20 années, le sol entre les arbres soit loué 20^f brut ou 12^f net; que le produit annuel de la récolte d'un noyer offre les valeurs suivantes : $0^f,50$ de 10 à 20 ans; 0^f75 de 20 à 30; 2^f de 30 à 40; 3^f de 40 à 50; 4^f de 50 à 60; 5^f de 60 à 80, et 6^f de 80 à 100 ans; et qu'à cette époque les arbres soient vendus 50^f la pièce.

Nous admettons que dans l'hectare on exécute les 100 fosses de $1^{m.c}$; que dans chacune on plante 3 noix dont on ne conservera que la plus belle pousse. Nous préférons planter les noix elles-mêmes à de jeunes tiges, et pour diminuer la dépense initiale, et afin que chaque plante puisse former son pivot et que la plantation soit mieux assurée.

Enfin, au besoin, nous fixons aux époques déjà signalées :

20 ans; 30; 40; 50; 60; 80, et 100 ans,

les valeurs respectives des arbres à

10^f, 15^f, 20^f, 25^f, 30^f, 40^f, 50^f.

A la 100.e année, la dépense totale D a deux élémens d_1, d_2; d_1 est le remboursement R_{100} du principal 232^f de la plantation; d_2 est le ρ_{100} des cent annuites 48^f, dans chacune desquelles entrent la privation du revenu net 40^f et l'obligation d'acquitter l'impôt 8^f.

$$d_1 = 232 \times 131{,}500 \qquad d_1 = 30508$$
$$d_2 = 48 \times 270{,}521 \qquad d_2 = 131545$$

Tout le passif D = 162053.

La recette brute P a trois élémens a, b, c. a se rapporte aux loyers bruts des premiers 20 ans, dont le total, à la 20.e année, devient un capital pendant les 80 dernières années; b est relatif aux récoltes de noix. Entre deux des époques fixées les valeurs des récoltes sont des annuités connues dont le montant, à la 2.e des époques, est un capital placé jusqu'à la 100.e année; c est la valeur finale des arbres.

b a sept élémens relatifs aux époques fixées. Nous les désignons par les accens ′, ″, ‴..... ^{vii}.

$$\begin{array}{l}
a = (20\times 34{,}717)\times 49{,}500\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\quad a = 34369^{f}{,}80\\
b\left\{\begin{array}{llll}
b' & \text{de 10 à 20} & = (0{,}50\times 100)\times 13{,}207\times 49{,}500\ldots\ldots & b' = 32687{,}\ 33\\
b'' & \text{20 à 30} & = (0{,}75\times 100)\times 13{,}207\times 30{,}420\ldots\ldots & b'' = 30130{,}\ 77\\
b''' & \text{30 à 40} & = (200\times 13{,}207)\times 18{,}68\ldots\ldots\ldots\ldots & b''' = 49341{,}\ 35\\
b'^{v} & \text{40 à 50} & = (300\times 13{,}207)\times 11{,}77\ldots\ldots\ldots\ldots & b'^{v} = 45473{,}\ 02\\
b^{v} & \text{50 à 60} & = (400\times 13{,}207)\times 7{,}040\ldots\ldots\ldots\ldots & b^{v} = 37190{,}\ 91\\
b^{v'} & \text{60 à 80} & = (500\times 34{,}717)\times 2{,}653\ldots\ldots\ldots\ldots & b^{v'} = 46052{,}\ 10\\
b^{v''} & \text{80 à 100} & = (600\times 34{,}717)\times 1\ldots\ldots\ldots\ldots & b^{v''} = 20830{,}\ 20
\end{array}\right.\\
c = 50^{f}\times 100\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\quad c = 5000\ \text{»}
\end{array}$$

Tout l'actif ou le produit brut. . . . . $P = 301076,\ 48$

$$\text{Balance}\left\{\begin{array}{l}\text{actif.... } P = 301076{,}48\\ \text{passif... } D = 162053\end{array}\right.\qquad \text{le bénéfice final } B = 139023{,}48.$$

Ce bénéfice B sera dans 100 ans un capital disponible, en sus de la propriété de l'hectare et de son loyer net annuel 40^{f}, jusque-là B est une inscription solide au grand livre de la nature; c'est la nu-propriété à terme fixe d'un contrat sur hypothèque.

En escomptant au commencement de la plantation le bénéfice $B = 139023^{f},48$, dont l'échéance est dans 100 ans, on trouve la valeur initiale $C = 1057^{f},1$. Cette valeur est un pur don, une prime que la nature accorde de suite au planteur.

Le rapport de la valeur initiale $C = 1057^{f}$, à 1333^{f}, prix du fonds de l'hectare $= 0{,}79$.

Son rapport à 232^{f}, principal de la dépense initiale, est 4,55.

L'annuité, α qui aurait pour remboursement ρ_{100}, le bénéfice B, est 50^{f}.

La prime A obtenue à l'origine pour un seul arbre est $10^{f},57$.

Douzième Probléme.

Les données étant les mêmes que pour le problème 11.^{e}, on propose de comparer les résultats de la plantation aux époques désignées : 20 ans, 30, 40, 50, 60, 80 et 100 ans?

On voit qu'il s'agit de faire pour chaque époque des calculs semblables à ceux déjà effectués pour la 100.e année. La théorie en ayant été suffisamment exposée, nous allons seulement transcrire les nombres obtenus.

TABLEAU *de différens nombres à considérer dans le cours de la plantation, et ensuite dans une succession de périodes égales à chacune de celles considérées.*

Numéros des années.	Accents ou notations.	d_1 Dépense relative au principal 232 fr. de la plantation. f.	d_2 Dépense relative aux annuités 48 fr. f.	D Dépense totale. f.	a Recette relative aux loyers bruts des 20 premières années. f.	b Recette relative aux récoltes de noix. f.	c Valeurs respectives des arbres. f.	P Produit brut total. f.	B Bénéfice (P − D) f.	C Valeur initiale du bénéfice total. f.	α Annuité qui aurait pour remboursement ρu le bénéfice B. f.	A Prime obtenue pour chaque arbre à l'origine de la plantation. f.	Q, Coefficient variable du maximum de bénéfice en un même temps. $Q = \frac{B}{(1,05)^n - 1}$
20	′	616	1666	2222	694	660	1000	2355	73	28	2	0, 28	44, 162
30	″	1003	3349	4351	1131	2066	1500	4697	346	80	5	0, 88	104, 15
40	‴	1633	6088	7722	1842	6007	2000	9849	2128	302	17	3, 02	352, 32
50	′v	2663	10551	12214	3001	13725	2500	19226	7013	611	32	6, 11	669, 37
60	v	4334	17226	21560	4889	27641	3000	35530	13971	748	39	7, 48	790, 21
80	v′	11484	48955	60439	12971	90688	4000	107658	47220	954	46	9, 54	973, 61
100	v″	30508	131545	162053	34417	260920	5000	300333	138280	1052	50	10, 52	1060, 60

Remarque de calcul. Les différences entre les valeurs actuelles de $P^{r'}$, $B^{r''}$, $C^{r''}$, et celles obtenues dans le problème 11 pour P, B, C qui sont les mêmes nombres, sont peu importantes, et ne doivent pas scandaliser. Sans doute, il n'est pas impossible qu'il y ait eu erreur dans quelque opération de détail ; mais, pour expliquer les anomalies, il suffit de dire que les deux procédés de calcul sont un peu différens ; et que pour prendre le logarithme d'un nombre même considérable, je me suis borné à en considérer les cinq premières figures, afin d'abréger sensiblement le calcul, qui, pour être instructif, n'a pas besoin de plus de précision.

Conséquences de nos résultats.

I. Les bénéfices véritablement comparables sont ceux rapportés à une époque éloignée, arbitraire, qui répond à une succession de plusieurs périodes égales à chacune de celles considérées isolément. Les valeurs finales F de ces bénéfices ne sont pas insérées dans le tableau, qui offre seulement les quotients Q, qui leur sont proportionnels. Dans chaque cas il sera facile de calculer les valeurs finales F des bénéfices à l'époque h fois ^{n}, (page 63), par la relation $F = \frac{B}{(1{,}05)^{n} - 1} \times [(1{,}05)^{h \cdot n} - 1]$; où le multiplicande est le facteur variable Q, et le multiplicateur un facteur constant et connu ; h étant connue pour chaque période simple.

II. Les vrais valeurs initiales utiles I à calculer sont celles obtenues en escomptant à l'origine de la plantation les valeurs finales F. Les nombres I diffèrent peu des nombres C calculés au tableau, excepté pour les courtes périodes.

III. Les quotients Q allant toujours en augmentant, on voit que dans notre problème la période du maximum de bénéfice a au moins cent ans.

IV. En considérant la plantation suffisamment prolongée, il arrivera toujours une époque où la valeur initiale I cessera de croître, car la production des noix doit un jour diminuer, et c'est l'élément le plus influent dans la recette; tandis que l'annuité 48f, l'élément prépondérant du passif, demeure invariable.

V. Alors on sera arrivé au maximum de bénéfice. Le nombre *n* des années depuis la plantation est la période la plus profitable; c'est alors qu'il faut arracher la plantation et la renouveler.

VI. Une fois la plantation résolue et effectuée, il y aura lieu à modifier le compte général préalablement établi et à y insérer :

1.° La dépense effective D_n, considérée comme un emprunt fait à une caisse M. 2.° Le produit brut P_n, en partie réalisé, et considéré comme un prêt fait à une autre caisse N. 3.° Les quotients Q. 4.° Les valeurs initiales I, considérées comme un prêt fait à la nature.

Treizième problême.

Les données étant celles des deux derniers problêmes, on se propose de garder la plantation jusqu'à la 150.e année, en abattant au besoin jusqu'à une vingtaine des arbres les moins productifs, afin qu'ajoutant leur rente à l'actif, la récolte ultérieure des autres soit maintenue à sa dernière valeur 600f; ce qui est la cause la plus influente dans le bénéfice B et dans sa valeur initiale. A la 150.e année, on vend les 80 arbres restant 100f la pièce, et on demande le compte de l'hectare?

(Plus bas on démontrera la possibilité du maintien du revenu annuel 600f par le moyen indiqué.)

Le calcul actuel est simplifié par l'emploi des nombres connus de la 100^{e} année, ou de la ligne $^{v''}$ du tableau du problème 12 ; et d'après les termes de l'énoncé actuel.

La dépense D a toujours les deux élémens : d_1, d_2 relatifs au principal 232^{f} de la plantation, et à l'annuité 48^{f}. Ces deux quantités sont faciles à trouver directement.

$$d_1 = 232 \times 1508 \qquad d_1 = 349\,860 \qquad D = d_1 + d_2$$
$$d_2 = 48 \times 31642 \qquad d_2 = 1518\,800$$
$$D = 1868660.$$

Le produit brut P a les trois élémens a, b, c, relatifs aux 20 premiers loyers de 20^{f}, aux récoltes de noix et à la valeur vénale des arbres. $P^{v'''} = a^{v'''} + b^{v'''} + c^{v'''}$. (Lisez : P accent octave, ou P octave, ou le produit brut à la 150.^{e} année, ... etc.) Les trois élémens $a^{v'''}$, $b^{v'''}$, $c^{v'''}$ peuvent, au moyen de nos petites tables, se déduire des nombres connus $a^{v''}$, $b^{v''}$, $c^{v''}$ (Lisez a septime, b septime, c septime), et au moyen des hypothèses de l'énoncé.

$$a^{v'''} = a^{v'''} \times (1{,}05)^{50} \qquad a^{v'''} = 34413 \times 11{,}477$$
$$a^{v'''} = 394\,960.$$

$b^{v'''}$ a les deux élémens $\underset{.}{b}^{v'''}$, $\underset{..}{b}^{v'''}$; le 1.^{er} relatif au capital $b^{v''}$, placé à 5 pour cent pendant les 50 dernières années ; le 2.^{e}, $\underset{..}{b}^{v'''}$, relatif aux 50 annuités de 600^{f} d'après l'énoncé (Lisez $\underset{.}{b}^{v'''}$, b *octave un point .....*)

$$\underset{.}{b}^{v'''} = b^{v''} \times 11{,}477 \qquad \underset{..}{b}^{v'''} = 600 \times 219{,}807$$

$$\underset{.}{b}^{v'''} = 260920 \times 11{,}477 \qquad \underset{.}{b}^{v'''} = 2994\,600$$
$$\underset{..}{b}^{v'''} = 600 \times 219{,}807 \qquad \underset{..}{b}^{v'''} = 131\,884$$
$$b^{v'''} = 3126484.$$

$c^{viii} = 100^f \times 80.$ $c^{viii} = 8000^f$

$a^{viii} = 394960$
$b^{viii} = 3126484$
$c^{viii} = 8000$

Tout l'actif P $= 3529\,444.$
On a trouvé D $= 1868\,660$

Le bénéfice B $= 1660\,784$

Ce bénéfice B, à la 150.^{e} année, a pour escompte à l'origine de la plantation C $= \frac{1660784}{1508}$. C $= 1101.$

La prime 1101 pour les 100 arbres primitifs revient pour une seule tige à 11^f.

Pour le maximum du bénéfice, le quotient Q $= \frac{1660784}{1508}$ $= 1102.$

Observations.

I. Sans entrer dans tous les détails du calcul promis, en voici les résultats : La vente d'un seul arbre à 50^f équivaut à huit récoltes de 6^f; cette seule vente suffit pendant 11 ans à maintenir la valeur de la récolte annuelle 600^f, quand même l'arbre vendu aurait lui-même 6^f de fruits; et ce maintien s'étend à 36 ans, quand l'arbre abattu ne rend de noix que pour 3^f, la récolte moyenne des 99 autres arbres restant de 6^f. On a porté à 20 le nombre des arbres vendus utilement pour obvier même à une diminution dans la récolte moyenne des arbres conservés.

II. En considérant une durée assez prolongée, on sent qu'il arrivera toujours une époque où le produit moyen d'un arbre sera au-dessous de 6^f, et où la recette annuelle 600^f ne pourra plus être maintenue. On ne pourra manquer de s'apercevoir de ce résultat, de même que du fait du dépérissement des arbres.

La tenue des notes annuelles et l'inspection du compte général montreront dans le quotient Q une diminution qui fera connaître le moment précis de la vente totale.

Quatorzième problême.

Calculer une plantation de 100 noyers à 8^{m} de distance, en bordure d'un terrain pareil à celui des trois questions qui précèdent ; le mode d'établissement est le même ; seulement on accorde au fermier, en indemnité, le quart du loyer du terrain sous les arbres, sur une largeur de 3 mètres.

Nous considérons les recettes comme ne différant pas de celles déjà obtenues.

Dans la dépense le 1.er élément d_1 reste $232 \times R_n$, comme dans les problêmes précédens.

L'élément d_2, relatif aux revenus bruts annuels n'est plus que $2^{f},4 \times \rho_n$; au lieu de $48^{f} \times \rho_n$. Car la longueur plantée $= 8^{m} \times 100 = 800^{m}$; la bande indemnisée $= 800^{m} \times 3^{m} =$

$2400^{m.q} = 0,^{HA}24$; l'indemnité $= \frac{1}{4} . 40^{f} \times 0,24 = 2^{f},4$.

La nouvelle annuité $2^{f},4$ est le 20.e de la première 48^{f}, $= 2 . 24^{f} = 20 . 2^{f},4$, ainsi nous aurons la nouvelle dépense D_n, en réduisant au 20.e son élément d_2 trouvé précédemment, ou en diminuant l'ancien D_n des $\frac{19}{20}$ de l'ancien élément d_2. Et comme dans une soustraction $(P_n - D_n) = B_n$, diminuer le soustractif D_n de K, revient à augmenter le reste B_n de la même quantité K, nous aurons de suite chaque nouveau bénéfice B_n en ajoutant au B_n déjà trouvé, la quantité $K = \frac{19}{20}$ de l'élément connu $(d_2)_n$.

De là résulte le tableau des nombres du problême 14.

Numéros des années.	Anciens élémens d_2 du problême 12.°	Nouveaux élémens d_2 ou $(d_2)_{14}$ ou $\frac{1}{20}'. d_2$	Élément K ou $\frac{19}{20}. d_2$	Anciens élémens B_n	Nouveaux bénéfices ou $(B_n)_{14}$ ou $(B + K)$	Nouvelles valeurs initiales C_{14} ou nouveaux bénéfices escomptés à l'origine.	A_{14} Nouvelles primes initiales par arbre.	Q_{14} Nouveaux quotients variables dans le maximum des bénéfices.
20	1666	83	1583	73	1656	624	6,24	1002
30	3349	167	3182	346	3528	816	8,16	1062
40	6088	304	5784	2128	7912	1124	11,24	1310
50	10551	527	10024	7013	17037	1484	14,84	1626
60	17226	861	16365	13971	30336	1624	16,24	1716
80	48955	2447	46508	47220	93728	1894	19,94	1933
100	131545	6577	124968	138280	263248	2002	20,02	2017
150	1518800	75940	1442860	1660784	3103644	2058	20,58	515

Conséquences de ces résultats.

I. Les nouvelles valeurs initiales I, qui, ainsi que les valeurs finales V, sont proportionnelles aux quotients variables Q, vont en croissant de 20 à 100 ans, puis en décroissant ; donc il y aurait perte à détruire la plantation de 20 à 100 ans ; et la période la plus avantageuse de celles considérées est celle de 100 années.

II. En rapprochant les questions 6.^{e} et 14.^{e}, où il s'agit de plantations de bordures, on forme le tableau

PROBLÈME.	VALEUR DU SOL.	ESPACE OCCUPÉ par 1 arbre.	PRIME D'UN ARBRE de 20 ans.
6	80	4^m	6,59
14	40	8^m	6,24

et on trouve même valeur pour le terrain occupé par un arbre, et à peu près la même prime initiale A, pour un arbre jusqu'à 20 ans.

Mais pour un peuplier, cette prime est probablement voisine du maximum, tandis que pour le noyer la prime centenaire est trois fois plus considérable.

III. Il faut se garder de croire que parce que la prime de 20 ans s'obtient cinq fois en 100 ans elle puisse avoir l'avantage sur celle-ci, à moins que la dernière ne soit cinq fois plus forte. Pour se convaincre de l'erreur de cet aperçu, calculons les valeurs effectivement obtenues dans les deux cas à la centième année.

$6^{\mathrm{f}},59$ reçus au commencement de chaque période de 20 années donne à 100 ans la valeur totale

$$6^{\mathrm{f}},59\left(\overline{1,05}^{100}+\overline{1,05}^{80}+\overline{1,05}^{60}+\overline{1,05}^{40}+\overline{1,05}^{20}\right)$$

et la prime $20^{\mathrm{f}},02$ reçue au commencement de la période centenaire vaut à la centième année $20^{\mathrm{f}},02 \times \overline{1,05}^{100}$

Comparons donc ces deux valeurs finales : la 1.re est $6^{\mathrm{f}},59$ (131,500 + 49,500 + 18,680 + 7,041 + 2,653) ou $6^{\mathrm{f}},59 \times 209,373$; la 2.e est $20^{\mathrm{f}},02 \times 131,500$, ou la 1.re est 1380 et la 2.e 2633.

Ainsi, dans sa période de 100 ans, la plantation de noyers offre un bénéfice presque double de celui de la succession des cinq périodes de 20 ans, quoique la 1.re prime initiale 20,02 ne soit pas cinq fois la seconde 6,24.

IV. A ces avantages ajoutons que la noix est un fruit dont l'importance privée et publique est loin d'avoir été suffisamment appréciée sous les rapports de l'époque, de la facilité et de la certitude de sa récolte, de sa conservation, de sa vente et de la qualité de son huile, sous le rapport de la possibilité d'obtenir ainsi presque toute l'huile nécessaire à la consommation et au commerce, en poussant à leur limite les conséquences de la plantation des noyers ; et sous le rapport de la production des céréales, à laquelle production l'on pourrait rendre la plupart des champs employés maintenant à la culture du colza et de la navette, plantes d'une récolte assez incertaine et d'une culture dispendieuse.

V. Enfin on connaît la prééminence du bois de noyer dans les arts.

Conclusions de cet essai.

I. Il me paraît utile et digne des Sociétés d'Agriculture et des Arts de populariser les notions sur la considération et la légitimité des intérêts accumulés ; sur l'avantage qui résulte de l'activité des capitaux ; sur les divers modes de plantation où l'on peut placer des fonds avec fruit pour soi, pour sa famille, pour des actes de bienfaisance, pour l'intérêt général.

II. Les personnes riches, qui ont la faculté d'économiser et d'attendre, peuvent à leur gré se préparer pour des époques déterminées, soit des capitaux considérables, soit de notables accroissemens dans leur revenu annuel, sans s'imposer beaucoup de soins, sans employer le ministère des banquiers, des compagnies d'assurances sur la vie, ni des économes infidèles ; sans avance de grands capitaux primitifs ; sans courir les chances des non-valeurs, des avaries, des incendies, des vols, des intempéries des saisons ; ni les risques du commerce, de la mer, des faillites.

Il leur suffira de faire les frais modiques d'une plantation d'arbres et d'attendre le terme prescrit.

III. Les hommes laborieux, honnêtes, industrieux, qui, sans posséder de champs ni de capitaux, auraient acquis du crédit, peuvent se créer des fonds de terre et des revenus, indépendamment des fruits matériels de leur industrie journalière.

IV. Il est digne des sociétés scientifiques, et de se concilier les bénédictions de la multitude des hommes de bon sens qui ne demandent qu'à être éclairés, et de prendre l'initiative d'un mouvement infaillible dans l'esprit public et dans l'économie française, en invitant instamment leurs membres propriétaires à suivre avec réflexion, ardeur et persévérance, les expériences si importantes relativement aux facultés productives des divers sols, soit naturellement, soit à l'aide de cultures et d'engrais, et aux accroissemens annuels dans les dimensions et dans les prix des différentes natures d'arbres ; expériences dont la seule publication entraînera la conviction des hommes les moins méditatifs, et en même temps fournira aux calculateurs les élémens indispensables à l'établissement solide d'une théorie aussi profitable que curieuse.

V. On voit qu'il ne s'agit pas ici, comme dans la météorologie, d'observations jour par jour, et même plusieurs chaque jour, tenues à l'aide d'instrumens délicats, par des physiciens dévoués aux progrès de la science, mais seulement de deux mesures par an vers les deux équinoxes, prises avec des instrumens simples et familiers comme le compas sphérique, le mètre et le cordeau, puis inscrites sur un livre, des dimensions progressives de quelques sujets, désignés et mis en expériences.

VI. Non-seulement ces notes agronomiques l'emportent en simplicité, en facilité sur celles que nous voyons tenir aux savans physiciens, mais leur enseignement sera incomparablement plus rapide. Il est une multitude de questions de météorologie dont la solution exigera plusieurs siècles d'observations pareilles à celles qui se poursuivent depuis long-temps ; tandis que la durée d'une génération suffirait à recueillir, et à la fois sur tous les terrains, naturels ou aidés par la culture, et sur toutes les espèces d'arbres, les données les plus instructives et complètes pour les questions capitales usuelles.

VII. Dès que l'on aura pu former une collection, même partielle, de faits précis sur les grands végétaux, à l'aide de calculs assez simples (dont je me chargerai volontiers et avec toute l'exactitude convenable, parce qu'alors il s'agira de données positives et effectives), il sera possible de rédiger une instruction utile sur les plantations de même nature.

VIII. Jusqu'à nos jours tout a conspiré à faire présager la disette future du bois, et un accroissement progressif dans le prix de cette denrée, et par conséquent un avenir d'autant plus favorable aux vues exposées dans ce mémoire ; mais dût-il arriver des évènemens capables d'opérer une diminution dans la valeur de ce combustible, nos résultats sont tellement en faveur des plantations, que pendant long-temps encore il serait avantageux d'acquiescer au mode que nous offrons d'accroître comme indéfiniment ses capitaux.

IX. Le genre de placement que nous préconisons diffère de ceux les plus accrédités, par exemple, du jeu de la bourse, dont les capitaux ne sont quelquefois que des valeurs fictives, dont les opérations, qui n'ajoutent rien à la circulation réelle du numéraire, à notre industrie générale, à notre prospérité effective, tendent au contraire à détourner de toutes les villes de l'intérieur les capitaux, pour les faire affluer sur un seul point où ils sont entassés et frappés de stérilité, et dont les résultats les moins déplorables sont de ne pas dépouiller une foule de petits capitalistes, au profit de quelques gros banquiers ; tandis que nos conseils tendent à disséminer les capitaux sur tous les points de la France, à y accroître la propriété, le travail, l'industrie, l'aisance et la morale publique.

Nos spéculations ne ressemblent pas non plus à celles dont les matières premières viennent à grands frais de contrées lointaines, dont les effets, quels qu'ils soient, occasionnent dans le numéraire existant des variations brusques, funestes à la masse des travailleurs et des rentiers ; dont les produits, dépendant du pur caprice, peuvent être anéantis par la mode, amoindris par la concurrence et vaincus sur les grands marchés par une industrie étrangère. C'est chez nous que nos capitaux sont placés ; c'est chez nous que se fait tout le travail. Les produits de notre industrie sont de première et absolue nécessité, de consommation croissante ; ils peuvent être en partie expédiés à l'étranger en huile, en meubles, vaisseaux et armes ; et les profits peuvent être utilement employés à perfectionner indéfiniment la culture et l'industrie nationales.

X. Le terrain sous les arbres d'une futaie a été, presque dans tous nos calculs, considéré comme de nul rapport ; cependant il est un moyen d'en tirer un produit immense pour la nation : c'est d'en abandonner la culture avec la récolte à la classe des journaliers cultivateurs. Le travail à la charrue de ces vastes terrains devient-il peu praticable, la culture à bras sera exempte d'inconvéniens et une source nouvelle d'abondantes récoltes, tout en favorisant l'accroissement des futaies de la classe riche. Bien plus, le pauvre robuste acceptera la condition de partager le fruit de son travail avec un vieillard ou un infirme, et la destruction de la mendicité sera un nouveau bienfait du riche, un autre résultat des travaux des sociétés savantes.

I. TABLE DES REMBOURSEMENS

R_n du capital 1 franc,
une fois placé à 5 pour cent.

Fin d'année.	Remboursement.
	Francs.
Première.	1,050
2.e	1,103
3.e	1,158
4.e	1,216
5.e	1,276
6.e	1,340
7.e	1,407
8.e	1,477
9.e	1,551
10.e	1,629
11.e	1,710
12.e	1,796
13.e	1,886
14.e	1,980
14 ans 2 mois 12 jours, 72	2,000
15.e	2,079
16.e	2,183
17.e	2,292
18.e	2,407
19.e	2,527
20.e	2,653
$R_{21} =$	2,786
$R_{22} =$	2,924
Vingt-cinquième.	3,386
30.e	4,322
35.e	5,516
40.e	7,040
45.e	8,985
50.e	11,477
55.e	14,645
60.e	18,680
65.e	23,840
70.e	30,420
75.e	38,830
80.e	49,500
85.e	63,250
88.e	73,225
90.e	80,730
95.e	103,000
97.e	113,609
100.e	131,500
150.e	1508,000

II. TABLE DES REMBOURSEMENS

ρ_n des annuités 1 franc,
et de leurs intérêts accumulés
à 5 pour 100.

Fin d'année.	Remboursement.
	Francs.
3.e	3,318
5.e	5,796
6.e	7,140
8.e	10,017
9.e	11,571
10.e	13,207
12.e	16,695
15.e	22,657
18.e	27,258
20.e	34,717
$\rho^{22} =$	40,406
25.e	50,113
30.e	69,762
35.e	94,836
40.e	126,840
45.e	161,685
50.e	219,807
55.e	286,335
60.e	371,280
65.e	479,640
70.e	618,946
75.e	794,487
80.e	1019,789
85.e	1307,334
90.e	1674,336
95.e	2142,714
100.e	2740,521
150.e	31647,000

Usage de la table I.

I.re *Question.* Un capital $C = 1000^f$ étant donné, trouver, après 25 ans, son remboursement R_{25}?

$R_{25} = 1000$ fois $3^f,386$; ($3^f,386$ étant le R_{25} du capital 1^f et de ses intérêts accumulés)

$$R_{25} = 3386^f.$$

II.e *Question.* 7000^f étant connu pour un remboursement après 20 ans, trouver le capital C primitivement placé?

On a la relation $R_{20} = 2^f 653 \times C$.
ou $7000^f = 2^f 653 \times C$; donc

$$C = \frac{7000}{2,653}; \quad C = 2638^f 52.$$

Emploi de la table II.

I.re *Question.* Etant connue l'annuité 1000^f, pendant 25 ans, ou le placement 1000^f au commencement de chacune des 25 années, en trouver le remboursement ρ_{25}?

$\rho_{25} = 1000$ fois $50^f,113$; (50,113 étant le remboursement des 25 placemens annuels 1^f; en ayant égard aux intérêts accumulés.)

$$\rho_{25}{}^f = 50113^f.$$

II.e *Question.* Étant connue la valeur finale 7000^f de 20 placemens annuels égaux α, trouver cette annuité α.

On a la relation $\rho_{20} = 34^f,717 \times \alpha$, d'où

$$\alpha = \frac{\rho_{20}}{34,717}; \quad \alpha_{20} = \frac{7000}{34,717}$$

$$\alpha = 201^f,68.$$

Autres emplois des deux tables I, II.

I.^{re} *Question*. Étant 3465^f pour une annuité de 13 ans, en trouver le ρ_{13}; le nombre 13 n'étant pas dans la 2.^{e} table, mais étant compris dans la 1.^{re} ?

$\rho_{13}=3465$ fois $21\,(105^{13}-1)$ $\rho_{13}=3465\times 21\,(1{,}886-1)$.
$\rho_{13}=3465.21\times 0{,}886$ $\rho_{13}=64469^f{,}79$.

II.^{e} *Question*. Étant connu $\rho_{17}=40000$, trouver le placement annuel α.

$$\rho_{17}=21\left(\overline{1{,}05}^{17}-1\right)\times\alpha\,,\ \alpha=\frac{\rho_{17}}{21\left(\overline{1{,}05}^{17}-1\right)};$$

$$\alpha=\frac{40000}{21\ (2{,}292-1)},\quad \alpha=\frac{40000}{27{,}132}.\quad \alpha=1474{,}27.$$

III.^{e} *Question*. Valeurs de n pour certains rapports $R_n : C$?

Rapports $R_n : C$	2	4	8	16	etc.
Valeurs de n	14^a 2^m	28^a 4^m	42^a 6^m	56^a 8^m	

IV.^{e} *Question*. Valeurs de n pour quelques rapports (ρ_n : n fois α).

Rapports ($\rho_n : n$ fois α)	2	4	8	16	etc.
Valeurs de n	25	48	68	86	

ESSAI

SUR L'APPLICATION DU CALCUL DES PROBABILITÉS

Aux assurances contre l'incendie,

Par M. Th. Barrois, Membre résidant.

22 juillet 1834.

Instructions préliminaires.

Depuis l'année 1815 on a vu se former en France des compagnies d'assurances contre l'incendie. Ces établissemens si utiles laissent encore beaucoup de choses à désirer sous le rapport de la juste appréciation des risques qu'ils assurent. Ils n'ont eu jusqu'ici aucun égard ni à la forme des édifices, ni à la position relative des divers corps de bâtimens qui les composent, et se sont bornés à considérer l'usage de ces édifices. Les assurances contre la grêle et contre les chances de la navigation n'avaient pris d'autre guide que l'expérience ; celles sur l'incendie les ont imitées. C'est un tort suivant nous, parce que les incendies étant très-rares, ceux qui ont lieu dans des circonstances semblables ne se présentent presque jamais, et qu'il faudrait un grand nombre de faits semblables pour apprécier les chances avec quelque certitude. L'incendie d'un bâtiment peut n'être que partiel, il résulte d'un grand nombre d'effets différens et successifs ; les parties qui le composent courent des chances fort différentes qu'il est nécessaire d'apprécier pour déterminer la prime totale.

Cette prime dépend donc d'un grand nombre d'élémens distincts susceptibles d'une infinité de combinaions, et elle doit presque toujours différer d'un édifice à l'autre. Les dangers de la navigation, et surtout ceux de la grêle, ne présentent pas cette complication.

Les assurances contre l'incendie sont de deux espèces, savoir : celles à primes et celles mutuelles. Pour que ces dernières fussent bien administrées, il faudrait, outre l'intégrité des agens et l'exactitude nécessaire dans une comptabilité très-minutieuse, que chaque sociétaire payât la part de frais d'administration que son assurance exige, frais qui sont à peu près égaux pour chaque assurance, et que, dans le remboursement des sinistres, la part de chacun fût réglée en raison des dangers auxquels il expose la société. Il suffit ici de connaître les rapports entre ces dangers, tandis que les assurances à primes ont besoin de connaître leur valeur absolue.

Nous avons vu également s'élever divers genres d'assurances sur la vie des hommes. Ici les faits ne manquaient plus et plusieurs géomètres célèbres firent sur cet objet des travaux importans qui ont été adoptés par les tontines et les compagnies d'assurances sur la vie. Ces établissemens sont les seuls qui connaissent convenablement les chances qu'ils assurent.

Nous avons pensé que les assurances contre l'incendie pouvaient aussi s'étayer du calcul. Les études auxquelles nous nous sommes livré pour rechercher les méthodes convenables pour cela nous ont prouvé que les questions les plus simples étaient seules à notre portée. Toutefois, leurs formules seront souvent d'une application tellement laborieuse, que nous ne pensons pas que la solution des questions élevées soit utile pour la pratique. C'est ce qui nous a décidé à présenter un travail aussi incomplet.

Les primes d'assurances dont nous allons parler ne sont précisément que celles que doivent exiger les compagnies pour les risques courus, sans avoir égard à aucun de leurs frais ni au bénéfice qu'elles doivent se réserver ; elles supposent enfin que les assurances, étant faites sans frais sur un très-grand nombre de bâtimens, ne donnent ni perte ni gain.

La mauvaise répartition des primes d'incendie ne doit pas être envisagée seulement sous le rapport de l'intérêt des compagnies, mais encore sous celui de l'intérêt général. Car ceux qui bâtissent n'ignorent pas l'utilité de certaines dispositions : par exemple, de séparer les grands édifices par des maîtres murs; mais la facilité qu'ils trouvent d'assurer au même taux tous les bâtimens servant aux mêmes usages leur fera bientôt abandonner les précautions de la prudence commune; ils auront d'ailleurs pour cela double motif, puisqu'il faudrait qu'ils payassent la prime d'assurance sur l'excédant des dépenses qu'une meilleure disposition aurait occasioné.

Il n'est personne qui ne sente que, toutes choses égales d'ailleurs, il est plus facile d'arrêter les progrès d'un incendie dans un bâtiment étroit que dans un large, dans un bâtiment coupé par des murs que dans un autre semblable où ces murs n'existeraient pas, dans un bâtiment en ligne non fermée que dans un autre de même étendue formant un contour fermé, dont les extrémités se joignent, etc. Ce que le sens commun indique si clairement, comment se fait-il que les compagnies d'assurances n'y aient aucun égard, quoiqu'elles soient si intéressées à le connaître? Sans doute cela tient à ce que, pour de semblables administrations, le bon sens a besoin d'être réduit à un calcul qui donne d'une manière fixe ce que notre jugement n'indique que trop vaguement, et c'est au calcul des probabilités qu'il faut demander la formule : car, dit LAPLACE dans son introduction à la Théorie analytique des probabilités (*Introduction*, *page* cv), « la théorie des probabilités n'est, au fond, que le bon sens » réduit au calcul; elle fait apprécier avec exactitude ce que les » esprits justes sentent par une sorte d'instinct, sans qu'ils » puissent souvent s'en rendre compte. »

Voici un exemple propre à faire juger combien les primes des compagnies sont peu proportionnées aux risques. Supposons qu'il s'agisse d'assurer un grand bâtiment dont les diverses parties sont occupées par différentes familles : suivant les réglemens des compagnies existantes, si les occupeurs précédens font assurer séparément les parties qu'ils habitent, ils paieront la même prime que si le propriétaire assurait en masse toute sa maison ; cependant, dans ce second cas, tous les incendies seraient remboursés en totalité, au lieu que, dans le premier, la partie dans laquelle le feu aurait éclaté serait seule remboursée, et son occupeur devrait payer à ses voisins les pertes que très-probablement son incendie leur aurait occasionées. Or, la prime qu'il devrait payer pour s'assurer contre le risque qu'il court de mettre le feu aux parties voisines, dont on ne tient pas compte, est très-considérable dans les grands édifices ayant beaucoup d'étages, et peut être souvent beaucoup plus grande que celle qu'il devrait payer pour se garantir de l'incendie qui aurait éclaté chez lui.

Si la prime d'assurance doit, dans certains cas, augmenter avec la grandeur des édifices, elle doit au contraire diminuer dans d'autres. Car, supposons un bâtiment très-long occupé, dans une extrémité seulement, par un ménage qui donne les mêmes chances d'incendie que ceux dont nous venons de parler. Tandis qu'il est très-probable qu'un incendie qui aura une fois éclaté dans une petite habitation la consumera entièrement, il est fort à croire, au contraire, que s'il en éclate un dans l'extrémité habitée du bâtiment dont nous parlons, les secours qu'on apportera pourront l'arrêter avant qu'il ait atteint l'autre extrémité. Si c'était le milieu de l'édifice qui fût occupé l'assurance devrait être plus grande.

Les cultivateurs assurent souvent leurs récoltes contre l'incendie ; mais celui qui assure un groupe de 50 meules de grain placées le long d'un chemin devrait payer une prime peut-être trente fois aussi forte que celui qui assure une meule isolée placée de la même manière ; car il y a dans le premier cas 50 fois autant de causes d'incendie que dans le second, et la matière assurée étant très-combustible, il est fort à craindre qu'un incendie, une fois qu'il aura éclaté, ne consume une grande partie des 50 meules.

Les dangers d'incendie varient beaucoup suivant la grandeur des bâtimens, leur nombre d'étages, leur disposition, leurs usages, la prudence de leurs habitans et leur position relativement aux secours. Tous ces élémens, d'où dépendent les primes d'assurance, peuvent se réduire à la probabilité que l'incendie éclate et à celle de sa communication d'un lieu à un autre. Ces deux élémens sont essentiellement distincts et doivent nécessairement entrer dans l'évaluation des primes d'assurance; c'est pour cela qu'on a eu tort, suivant nous, d'assimiler les assurances contre l'incendie à celles sur les risques de mer, sur la vie des hommes et sur la grêle, qui ne dépendent que d'une seule chose; car, quelles que soient la forme d'un champ et la nature de sa récolte dans la même localité, il sera toujours également exposé à la grêle et devra aussi toujours payer la même prime pour se garantir de ce risque.

Comme parmi les élémens dont dépendent les primes d'assurances contre l'incendie, il en est plusieurs sur lesquels on ne peut avoir que des données très-vagues, il est presqu'inutile de dire qu'on ne peut non plus espérer que des approximations des chances d'incendie; mais ces approximations peuvent suffire aux compagnies et à l'assuré, parce que, dans les assurances, les deux parties trouvent ordinairement avantage au marché. Le particulier qui connaît les chances contre lesquelles on l'assure et le bénéfice probable qu'il va procurer à la compagnie trouve, outre l'avantage matériel de l'assurance, celui moral de ne pas avoir sa fortune exposée à une trop grande perte qui pourrait, en changeant son état, lui imposer des privations pénibles. La compagnie trouve au marché l'avantage de recevoir la prime, avantage qui n'est balancé que par la crainte matérielle de l'incendie de la propriété et par ses frais d'administration; elle n'épouve point, comme le particulier, la crainte d'une grande perte qui pourrait exercer sur elle une fâcheuse influence morale, parce qu'elle a des fonds considérables qui forment le gage des assurés et qui sont destinés à payer des sinistres qui se succéderaient d'une manière malheureuse. Mais comme elle étend ses opérations sur un grand nombre de bâtimens dont les incendies sont absolument indépendants, il est extrêmement probable que les chances favorables et contraires se balanceront et amèneront ainsi des résultats réguliers et des bénéfices aussi certains que ceux de l'agriculture; de même que les jeux publics et les loteries, dont les bénéfices ne dépendent absolument que du hasard et sont cependant à peu près réguliers.

Les compagnies d'assurances doivent donc calculer les primes qu'elles exigent d'après les principes de l'espérance mathématique, et par conséquent la somme qu'elles doivent demander pour assurer un édifice doit être égale à la somme des valeurs des diverses parties de cet édifice, multipliées chacune par la probabilité qu'elle sera brûlée dans l'année; plus la part des frais d'administration, plus le bénéfice légitime.

Le propriétaire doit calculer différemment, et c'est le principe de Daniel Bernoulli, sur l'espérance morale, qui lui fera connaître l'importance qu'il y a pour lui d'assurer sa maison. Cette importance, ou la somme qu'il pourrait lui convenir de payer pour qu'il cessât de trouver avantage à l'assurance, sera d'autant plus grande, que la propriété sera une plus grande partie de sa fortune. Pour que l'assurance ait lieu avec avantage réciproque, il faudra donc que la différence entre la crainte morale et la crainte mathématique de l'incendie suffise pour payer les frais d'administration de la compagnie et son bénéfice. Nous reviendrons plus tard sur cet objet important.

Il y a deux manières d'assurer un édifice contre l'incendie : ou l'assurance cesse après qu'un incendie total ou partiel a éclaté, ou l'édifice assuré est, immédiatement après un incendie, reconstruit sur le même plan, continue à courir les mêmes chances et à être assuré. Cet édifice devrait, par conséquent, être encore remboursé si un ou plusieurs nouveaux sinistres avaient lieu dans la même année. Les compagnies d'assurances ne paraissent pas avoir distingué ces deux cas, sur lesquels leurs conditions ne s'expliquent pas. Cela tient sans doute à l'extrême petitesse de la différence qui devrait exister entre les primes dans ces deux modes. Cependant, pour la simplicité des calculs, il y a un très-grand avantage à supposer qu'une partie quelconque d'un édifice, lorsqu'elle est incendiée, est rétablie à l'instant dans l'état primitif et continue à courir les mêmes chances, qui sont assurées comme précédemment : sans cela il serait impraticable d'avoir égard à l'effet d'un incendie partiel, qui changerait toutes les communications des parties d'un édifice, la partie incendiée pourrait contenir encore des élémens combustibles et les incendies partiels pourraient se succéder de toutes sortes de manières, qui changeraient absolument l'édifice et auxquelles il faudrait cependant avoir égard pour appliquer le calcul des probabilités.

Les compagnies se réservent ordinairement la faculté d'annuler la police aussitôt après un incendie total ou partiel, en ne recevant la prime que jusqu'au jour où l'incendie a éclaté. En soumettant les assurances au calcul, il est nécessaire de supposer qu'elles usent toujours de cette faculté ou que l'assurance n'est faite que jusqu'au premier incendie. Dans le calcul on peut supposer, au lieu de cela, que l'assurance est faite pour l'année entière et qu'aussitôt après un incendie total ou partiel l'édifice est rétabli comme auparavant, et qu'il continue, par conséquent, à courir les mêmes chances. La probabilité qu'un incendie né dans un point quelconque se communiquera à un autre aussi quelconque reste alors la même pendant toute l'année, et on peut supposer que chaque partie d'un édifice court en un seul instant la chance d'explosion d'incendie qu'il court pendant tous les instans de l'année.

Les assurances contre l'incendie sont encore essentiellement distinctes de celles contre des risques maritimes, ou contre la grêle, en ce qu'elles garantissent contre une infinité d'événemens qui peuvent arriver à chaque instant, tandis que les autres touchent toujours leur prime entière et ne peuvent rembourser le vaisseau ou la récolte qu'une seule fois. Ainsi, en supposant des risques excessifs, les primes d'assurances contre l'incendie peuvent surpasser la valeur de l'objet assuré, ce qui ne saurait avoir lieu dans les autres assurances.

Probabilité d'explosion d'incendie.

Nous avons déjà remarqué qu'il était impraticable de recueillir un assez grand nombre d'observations pour juger par l'expérience seule les primes d'incendie qu'on doit exiger des divers établissemens. Nous chercherons donc en mettant à profit tout ce que l'expérience a pu faire connaître, à suppléer ce qui nous manque par le calcul. Pour cela nous remarquerons que les primes d'incendie dépendent de ces deux élémens distincts, la probabilité de la naissance du feu dans un lieu quelconque et celle de sa propagation d'un endroit à un autre. En appréciant séparément ces deux élémens, nous parviendrons à déduire du peu de données que l'on a sur les incendies des évaluations aussi exactes que celles que l'on possède sur les risques de mer, qui sont ceux qu'on a assurés depuis le plus long-temps. Cherchons d'abord le moyen d'obtenir la probabilité que le feu se manifestera dans un endroit désigné.

Pour cela remarquons que dans la pratique des assurances on ne peut entrer dans l'examen détaillé de tous les motifs qui peuvent en chaque point d'un édifice donner naissance à un incendie, parce qu'on ne connaît pas même ordinairement tous les usages des bâtimens. Les primes ne sont pas d'ailleurs assez élevées pour permettre un long travail dans l'appréciation des risques. On n'a donc aucun motif de croire que dans des bâtimens de même espèce, une partie combustible quelconque soit plus exposée qu'une autre à donner naissance à l'incendie. Cependant, il existe des cas où l'on peut désirer avoir égard à certaines causes particulières d'incendie qui menacent certains points des bâtimens. Nous montrerons la manière d'avoir égard à ces risques particuliers, dont nous appellerons l'assurance *assurances particulières*, et nous désignerons sous le nom d'*assurances générales* celles des incendies dont la cause est inconnue et telle que l'on n'a à l'avance aucun motif de croire que le feu prendra plutôt en un point qu'en un autre.

Les *assurances particulières* sont donc une augmentation de prime exigée à raison de certains dangers qui menacent des parties connues des bâtimens de chances d'incendies supposées connues *à priori*, et les *assurances générales* sont celles exigées pour tous les risques inconnus et dans le détail desquels la compagnie ne peut ou ne veut pas entrer. Nous allons d'abord nous en occuper.

Si l'on conçoit un bâtiment partagé en un certain nombre n de parties égales, d'après la remarque précédente, on ne connaîtra pas de motif pour que le feu éclate plutôt dans l'une que dans l'autre, et il résulte de cette ignorance que toutes les parties doivent être regardées comme également exposées à devenir le berceau d'un incendie, et que la probabilité que le feu éclate dans le courant d'une année dans une partie quelconque d'entre-elles est égale à la moyenne arithmétique des probabilités réelles inconnues que le feu se manifestera dans chacune des parties.

En effet, A désignant cette probabilité moyenne, n A sera la somme des probabilités d'explosion d'incendie dans les n parties.

Regardons cette somme comme composée d'une infinité d'élémens infiniment petits, qui sont les probabilités que le feu éclatera pendant l'année dans l'édifice considéré. La probabilité que chacun de ces élémens du risque total sera couru par une partie désignée sera $\frac{1}{n}$, puisqu'on n'a aucun motif de croire qu'elle est plus ou moins exposée qu'une autre. Ce qui a lieu pour cet élément a également lieu pour tous les autres. Donc, dans l'hypothèse actuelle, la probabilité qu'une partie désignée donnera lieu à un incendie dans le courant de l'année est $\frac{1}{n} . n\,A = A$ comme nous l'avons annoncé.

Cela posé, la probabilité de la naissance du feu en un point désigné d'un bâtiment est facile à connaître d'après les observations qui ont été recueillies, car on tient note dans les préfectures des incendies qui arrivent; le cadastre possède aussi dans plusieurs départemens des plans détaillés des villes et des campagnes, au moyen desquels on peut connaître le nombre d'habitations et leur étendue; on peut facilement connaître aussi leurs usages. On pourra classer les bâtimens suivant le danger présumé qui résulte de leurs usages, de leur construction, etc.; et noter pour chaque classe le nombre des sinistres observés, le nombre des bâtimens, leur aire et le nombre d'années pendant lesquelles ces observations ont eu lieu. On formera ensuite pour chaque classe les produits du nombre de bâtimens et de la somme de leurs aires par le nombre d'années. Ces produits seront le nombre d'observations faites sur les bâtimens entiers et sur une aire unitaire de leur étendue.

Le calcul des probabilités fait connaître la probabilité des événemens futurs d'après l'observation des évènemens antérieurs; il fait voir que si d'une urne ne renfermant que des boules blanches et noires, mais dont le nombre est complètement inconnu, on a extrait au hasard m boules noires et n boules blanches, en remettant la boule extraite après chaque tirage, la probabilité qu'au tirage suivant on extraira une boule noire sera $\frac{m+1}{m+n+2}$.

La naissance des incendies provenant de causes dans lesquelles les compagnies ne veulent ou ne peuvent entrer doit être regardée comme dépendant uniquement du hasard; et si dans le courant d'une année il y a eu m incendies sur $m+n$ maisons d'une certaine classe, on doit en conclure que la probabilité qu'une maison de la même classe brûlera l'année suivante est $\frac{m+1}{m+n+2}$ la même que celle de la sortie d'une boule noire d'une urne sur le contenu de laquelle on sait uniquement qu'on en a extrait au hasard m boules noires et n boules blanches, en y remettant la boule après chaque tirage.

S'il était possible de faire un assez grand nombre de classes dans les risques des bâtimens pour ne faire entrer dans chacune d'elles que des bâtimens à peu près de même étendue, de même forme et courant des risques égaux à raison de leurs usages et de leur construction, on aurait directement, par la seule expérience, la probabilité d'incendie de chacune de ces classes de maisons; mais les incendies sont très-rares, par conséquent les observations recueillies sont peu nombreuses et il faut, au contraire, pour déduire avec quelque certitude la probabilité des événemens futurs de l'observation des événemens antérieurs, un très-grand nombre d'observations. Pour trouver dans chaque classe ce grand nombre d'observations, nous ne ferons que très-peu de classes en les composant des bâtimens de toute sorte de forme et de grandeur qui, à surface égale, courent à peu près les mêmes risques, par les usages auxquels ils servent et les matériaux qui les composent; alors nous ne calculerons plus la probabilité que le feu éclatera dans une des maisons, mais celle qu'il éclatera dans une étendue unitaire désignée d'un des bâtimens, et on obtiendra cette probabilité d'après le tableau dont nous venons de parler; elle sera égale à une fraction dont le numérateur sera le nombre des sinistres augmenté de un, et le dénominateur le produit du total des aires des bâtimens, par le nombre d'années, augmenté de deux. Lorsque le nombre des observations devient très-considérable, cette probabilité tend sans cesse à se confondre avec le rapport du nombre des sinistres à celui des observations.

Ceci suppose que toute les parties d'égale étendue, dans des bâtimens de même classe, sont également exposées à donner naissance à un incendie. De ce qu'une ferme, par exemple, est double d'une autre, il est naturel de conclure qu'elle renferme en général le double de matériaux combustibles, qu'elle est habitée par un nombre double d'individus qui commettent le double d'imprudences propres à l'exposer à un danger double d'explosion d'incendie. D'ailleurs il n'est pas nécessaire de ranger dans la même classe les bâtimens servant aux mêmes usages; mais bien ceux qui courent à peu près, à étendue égale, les mêmes dangers d'explosion d'incendie.

En calculant l'aire des bâtimens compris dans les observations dont nous venons de parler, il sera nécessaire de prendre pour unité une aire assez grande pour que, en brûlant seule, elle constitue ce qu'on appelle un incendie; car il y a des incendies minimes qui restent ignorés et qui ne figurent pas dans les observations recueillies.

Ce qui précède suppose que la loi de production des incendies est constante, de même que la composition de l'urne, et le bon sens indique qu'elle l'est effectivement. S'il existait des observations recueillies depuis un assez grand nombre d'années, on pourrait juger par la régularité du nombre de sinistres comparé à celui des bâtimens existans, de la constance des causes d'incendies; mais, quoique ces observations manquent, on peut regarder comme certain que les causes de la production des incendies sont constantes, toutes choses égales d'ailleurs. Car ces causes sont l'imprudence ou la méchanceté des hommes, et les causes contraires sont le désir de conserver et l'horreur qu'inspirent les incendies. Or, l'histoire nous montre dans tous les temps les hommes agités des mêmes passions et ne se modifiant qu'à raison de changemens dans leur situation, qui résultent des variations dans la civilisation et les institutions sociales. Ils ont donc aujourd'hui la même incurie, la même imprudence, la même méchanceté et la même horreur du feu qu'ils ont eue dans tous les temps, et par suite les incendies qui en dépendent, suivent encore la même loi, toutes les circonstances restant les mêmes. Nous disons toutes les circonstances restant les mêmes, parce qu'elles ne sont plus les mêmes dans les maisons assurées et dans celles qui ne le sont pas. D'abord les particuliers jugent mieux que les agens des compagnies des risques que courent leurs maisons; ensuite, étant à l'abri des pertes que leur occasionerait l'incendie, ils deviennent plus négligens; il est arrivé aussi que les valeurs assurées étant portées à un prix trop élevé, des particuliers ont eux-mêmes mis le feu à leur maison; d'un autre côté s'il existait des incendiaires qui voulussent se venger d'un particulier en brûlant sa maison, ils n'auraient plus les mêmes moyens de nuire et la maison ne serait pas incendiée.

Depuis 15 à 20 ans que les compagnies d'assurances sont établies en France, cette belle institution y est loin d'avoir produit les heureux résultats qu'on pouvait en espérer, et le nombre des incendies a paru augmenter considérablement. Cela tient-il à une cause qui facilite l'incendie des bâtimens assurés, ou au plus grand nombre de journaux qui enregistrent les sinistres? Voilà une question qu'il serait fort intéressant de résoudre, mais dont la solution exigerait, pour prononcer avec quelque certitude, un grand nombre d'observations qui nous manquent encore; il nous suffit, pour le moment, de faire remarquer qu'on ne doit point évaluer les primes d'après des observations faites sur des maisons non assurées. Dans les tontines et dans tous les établissemens fondés sur la vie des hommes, on a remarqué que les individus sur la tête desquels on payait des rentes vivaient beaucoup plus long-temps que la généralité des hommes; sans doute parce qu'on peut connaître avec quelque probabilité les individus qui doivent atteindre un âge avancé et que les gens aisés, qui seuls ont des rentes, vivent plus long-temps que les autres.

Quant aux dangers particuliers d'incendie, qui sont ceux qui menacent certains points connus des bâtimens, nous supposerons qu'ils seront estimés suivant les cas. Il sera possible cependant encore de les estimer d'après les observations existantes, par la même méthode que les risques généraux, lorsqu'on en trouvera d'assez détaillés pour cela. Au reste, nous ne pensons pas que dans la pratique ordinaire des assurances, il convienne d'avoir égard aux risques particuliers. Nous ne ferons voir la manière d'y avoir égard que pour de grands édifices d'une valeur considérable et en même temps pour rendre notre théorie plus complète.

Quoique la méthode que nous avons donnée dans ce chapitre pour déterminer la probabilité d'explosion d'incendie soit la plus régulière, puisqu'elle résulte de l'observation du nombre des incendies et de celui des bâtimens, nous ne croyons pas que les observations aient été recueillies avec assez de soin pour qu'on puisse encore en tirer des résultats suffisamment exacts, et nous pensons qu'en attendant qu'on possède un assez grand nombre de renseignemens, il vaudra mieux juger des chances par les sommes payées et perçues par les compagnies pour l'assurance des diverses classes d'édifices et déterminer les constantes qui entreront dans les formules que nous allons donner pour les assurances, de manière à ce que ces formules donnent des résultats conformes à ceux des tableaux statistiques que doivent tenir les compagnies d'assurances ou seulement aux primes généralement exigées. Les constantes, ainsi déterminées, devraient ensuite être changées à mesure que des observations plus nombreuses seraient recueillies.

Cette méthode empirique a l'avantage de ne recueillir les observations que sur des bâtimens assurés qui paraissent courir de plus grandes chances que les autres et d'éviter de tomber dans des erreurs graves en calculant les probabilités d'après un nombre trop petit d'événemens, ou d'après des observations inexactes.

Dans ce qui précède nous avons supposé,

1.° Que la naissance des incendies devait être regardée comme ne dépendant absolument que du hasard, et cette supposition a été appuyée de motifs puissans;

2.° Que les observations faites sur les incendies qui ont eu lieu dans l'espace d'une année parmi un certain nombre de maisons peuvent être assimilées à celles faites sur l'extraction de boules noires et blanches d'une urne qui n'en contiendrait que de ces deux couleurs en nombre inconnu de chacune et dans laquelle on remettrait la boule extraite après chaque tirage, et il est clair aussi que cela peut être, pourvu que les maisons soumises aux observations soient en très-grand nombre, égal à celui des boules renfermées dans l'urne. Pourvu encore que les maisons incendiées soient rebâties ou remplacées ailleurs par d'autres, pour que le nombre des maisons exposées soit toujours le même. Il est même clair que quand cela ne serait pas, il n'en résulterait aucune différence sensible, parce qu'il y a un grand nombre de maisons soumises aux observations, et qu'il n'en brûle jamais assez pour que le nombre en soit sensiblement diminué.

§ III. — *De la propagation du feu.*

Après avoir donné les moyens d'estimer la probabilité que le feu prendra naissance en un lieu désigné d'un bâtiment d'une certaine classe, il ne nous reste plus à apprécier, pour avoir les deux élémens nécessaires à nos calculs, que la probabilité de la propagation d'un incendie d'un point à un autre ; ou toutes celles que l'incendie, dévorant une partie désignée d'un bâtiment, se communiquera à toutes les autres parties du même bâtiment et de ceux adjacens.

C'est sur l'ignorance où l'on est des causes qui peuvent produire les incendies que nous avons basé nos premiers principes sur la probabilité de la naissance du feu, et ils ne supposent rien autre que cette ignorance et la constance de la cause qui produit les incendies. Nous ne serons pas aussi heureux en traitant de la propagation du feu ; ici les observations sont bien difficiles à faire et elles ne sont pas recueillies ; nous serons donc réduits à supposer une loi qui donne la probabilité des divers ravages que peut produire un incendie éclaté en un lieu donné. Au surplus, la loi que nous allons admettre n'est pas nécessaire à notre système, nos calculs définitifs devraient seuls être repris en y introduisant une loi nouvelle que l'expérience aurait indiquée comme plus exacte.

Quoique les causes de la communication du feu dans les bâtimens soient évidentes, et que les lois de la distribution de la chaleur soient connues au moins approximativement ; comme il est impraticable d'entrer, pour assurer un édifice, dans le détail de sa construction intime et souvent occulte, et comme il le serait bien plus encore de calculer les probabilités de tous les ravages que l'incendie qui aura éclaté en un point donné, pourrait produire dans toutes les parties d'un édifice, surtout lorsqu'on doit avoir égard à l'effet des secours et à toutes les causes physiques et morales dont ils dépendent, nous regarderons comme une chose impossible le calcul des assurances contre l'incendie fondé sur la liaison intime des parties occultes des bâtimens, sur les lois de la distribution de la chaleur et sur l'effet qu'on peut, dans chaque localité, attendre des secours, et nous nous contenterons de les baser sur l'observation de ce qui se passe ordinairement.

Commençons par examiner ce qui se passe dans l'incendie d'un bâtiment simple, de base rectangulaire, sans étage et de développement unitaire. Par développement, nous entendons ici la longueur en matériaux combustibles que présente la coupe perpendiculaire à la longueur du bâtiment. Il est essentiel de se rappeler que la longueur prise pour unité de développement doit être assez grande pour que l'incendie d'une aire unitaire soit assez notable pour figurer dans les registres où les incendies sont inscrits. Il me semble qu'il serait convenable de prendre le *décamètre* pour cette unité de développement.

Nous n'examinons pas ici les circonstances extrêmement compliquées de la naissance des incendies. La connaissance de ce qui se passe alors n'est pas nécessaire pour résoudre la question qui nous occupe : parce que nous ne donnons le nom d'incendie qu'au feu déjà développé, brûlant à la fois, dans le bâtiment simple et sans étage que nous considérons, tous les matériaux combustibles dans le sens de la largeur, et marchant à droite et à gauche dans le sens de la longueur de l'édifice ; car les incendies minimes, n'étant point notés, ne peuvent être comptés ici. Cela posé, il est clair que l'incendie développé dont nous parlons, marchera en continuant à brûler à la fois toute la hauteur et la largeur du bâtiment, jusqu'à ce qu'on parvienne à l'éteindre, et qu'il s'avancerait avec une vîtesse accélérée si les secours que l'on apporte ne ralentissaient sa marche : car plus la partie qui est menacée de brûler reçoit de calorique rayonnant des matières embrâsées qui l'avoisinent, plus vîte elle aura atteint le degré de chaleur auquel elle s'enflamme; mais cette vîtesse accélérée de l'incendie tendra toujours à devenir uniforme.

Que cet incendie, libre dans l'origine, vienne ensuite à être combattu par des secours, sa vîtesse, d'accélérée qu'elle était, deviendra décroissante après un certain temps; bientôt, les secours augmentant toujours, et l'ardeur du feu étant déjà diminuée sera nulle : l'incendie sera fixé dans la partie que les flammes ont déjà commencé à dévorer. Ceux qui ont su combattre l'incendie dans toute sa force l'empêcheront facilement de s'étendre et ne tarderont pas à l'éteindre.

Lorsque les incendies sont considérables et que les secours dont on peut disposer ne sont pas suffisans pour les combattre directement, on fait ordinairement la part des flammes et on ne s'occupe qu'à couper les communications entre cette part et le reste qu'on s'efforce de conserver; c'est même ce qui arrive le plus souvent. C'est pourquoi nous nous sommes fort étendu sur le cas dans lequel on peut considérer chaque partie comme entièrement consumée lorsqu'elle est atteinte par l'incendie. Dans ces deux cas, plus il y a de matières actuellement en combustion, plus il y a de danger que le feu se propage aux parties voisines; mais aussi, en général, plus l'incendie a déjà fait de ravages, plus il y a de temps écoulé depuis sa découverte, et plus il est arrivé de personnes qui travaillent, tant à éteindre les matières enflammées qu'à couper et à garder les voies que l'incendie pourrait prendre pour s'étendre.

Le calorique rayonnant des matières déjà embrâsées et l'effet des secours sont donc deux causes qui produisent des effets inverses sur la marche du feu. Nous admettrons que l'effet des secours allant toujours croissant, comme celui du feu, la probabilité que l'incendie, ayant brûlé un certain élément de maison, se communiquera à l'élément suivant reste toujours la même, quel que soit le lieu où l'incendie ait pris naissance.

Examinons maintenant la manière dont se propage un incendie dans un bâtiment rectangulaire, simple et sans étage, comme le précédent, mais d'un développement quelconque D.

Il est clair que plus les planchers, la toiture et les autres parties combustibles de ce bâtiment auront de développement ou de longueur totale dans le sens de la largeur de l'édifice, plus l'incendie qui brûle à la fois toute cette largeur aura de force; plus chaque partie qui est sur le point de prendre feu recevra de chaleur, et moins au contraire elle éprouvera l'effet des secours, puisque l'eau ou les autres moyens employés à combattre l'incendie devront être partagés sur un plus grand nombre de parties prêtes à brûler. Désignons maintenant par a la probabilité supposée connue par l'observation des sinistres antérieurs, que dans un bâtiment de développement unitaire, l'incendie arrivé à un certain point se propagera à une longueur unitaire de plus ; et par α la probabilité semblable pour le bâtiment actuel qui a un développement quelconque D. α devra être une fonction de a et de D, telle que

1.° à $a = 0$ corresponde $\alpha = 0$
2.° à $D = 0$ —— id. —— $\alpha = 0$
3.° à $D = 1$ —— id. —— $\alpha = a$
4.° à $D = \infty$ —— id. —— $\alpha = 1$
5.° α doit croître en même temps que a
6.° id. —————— id. —————— D

et enfin, que, quels que soient D et a, la probabilité α ne puisse surpasser l'unité, qui est l'expression de la certitude. Si l'on regarde α et D comme les ordonnées et les abcisses d'une courbe, les trois dernières conditions reviendront à trouver l'équation d'une courbe qui passe par l'origine, dont l'ordonnée correspondante à l'abcisse 1, soit a et qui ait pour asimptote une droite dont l'équation serait $\alpha = 1$. Il y a une infinité de courbes qui satisfont à ces trois conditions; mais la plus simple des courbes ayant une asimptote rectiligne étant une hyperbole équilatère, c'est par une de ces courbes que nous représenterons la relation qui existe entre α et D.

Pour cela désignons par K chacun des axes d'une hyperbole équilatère, et par x, y les coordonnées de cette courbe rapportée à ses asimptotes, prises pour axes des x positives et des y négatives, son équation sera

$$xy = - K^2.$$

Pour faire remplir à cette courbe la condition que l'équation de son asimptote parallèle aux x soit $y' = 1$ il faut la rapporter à un nouvel axe des x' tel que $y = y' - 1$, ce qui donnera l'équation

$$x(y' - 1) = - K^2$$

dans laquelle à $y' = 0$ correspond $x = K^2$.

Enfin, pour que la courbe passe par l'origine, il faut encore transporter l'axe des y parallèlement à lui-même, de K^2 vers les x positives, en faisant $x = x' + K^2$, ce qui transforme l'équation de l'hyperbole en

$$(x' + K^2)(y' - 1) = - K^2$$

ou en mettant D pour x' et α pour y'

$$(D + K^2)(\alpha - 1) = - K^2$$

Cette équation satisfait aux 2.^{e} et 4.^{e} conditions et nous allons déterminer K de manière à ce qu'elle satisfasse à la 3.^{e}; il suffit pour cela de remplacer D par 1 et α par a, ce qui donne l'équation

$$(1 + K^2)(a - 1) = - K^2$$

d'où l'on tire $$K^2 = \frac{1 - a}{a}$$

Ce qui donne pour la relation cherchée entre D et α

$$\left(D + \frac{1 - a}{a}\right)(\alpha - 1) = \frac{a - 1}{a}$$

d'où l'on tire

$$\alpha = \frac{a D}{1 - a + a D},$$

équation qui satisfait aux quatre premières conditions, et qui satisfait aussi aux deux dernières, ainsi qu'on peut le reconnaître en différentiant par rapport à a et par rapport à D. On a en effet après les réductions

$$\frac{d\alpha}{da} = \frac{D}{(1 - a + a D)^2}$$

$$\frac{d\alpha}{dD} = \frac{a(1 - a)}{(1 - a + a D^2)}.$$

Or, a étant une fraction plus petite que l'unité $1 - a$ est une quantité positive. Ainsi ces deux coefficiens différentiels sont toujours positifs, et par conséquent α croît toujours avec a et avec D, ce qu'il fallait prouver.

La formule ci-dessus de α, quoique trouvée d'une manière empirique, satisfaisant à toutes les conditions et étant la plus simple de toutes les formules analogues qui jouissent de ces propriétés, doit être choisie de préférence à toute autre.

Nous exprimerons donc par la formule

$$\alpha = \frac{a\,\mathrm{D}}{1 - a + a\,\mathrm{D}}$$

la probabilité que dans un bâtiment de développement D, le feu, parvenu à un point quelconque, avancera d'une longueur unitaire de plus : a désignant la probabilité semblable pour un bâtiment de développement unitaire.

Nous ne nous sommes pas dissimulé que dans une théorie spéculative il aurait été préférable de ne supposer aucune loi dans la probabilité de propagation du feu, ou plutôt de supposer que cette probabilité suit une progression quelconque, croissante ou décroissante avec la distance déjà incendiée : de sorte que x représentant la longueur déjà brûlée, la probabilité que l'incendie arrivé à une distance x du lieu où il a pris naissance se communiquera à une distance unitaire de plus, soit $a + \alpha x$. a et α étant deux constantes, et α pouvant être positive ou négative, suivant que la progression serait croissante ou décroissante. Nous avons fait des calculs dans cette hypothèse, mais ils ne pourraient que satisfaire la curiosité des lecteurs, car les formules qui en résultent sont inapplicables, par leur extrême complication, et nous tenons à présenter des méthodes praticables; il n'est point probable d'ailleurs qu'on connaisse assez, d'ici à longtemps, la marche des incendies, pour pouvoir déterminer les deux constantes a et α. ; c'est déjà beaucoup que de déterminer à-peu-près la première a en regardant la seconde comme nulle, ou de déterminer la probabilité de la communication du feu en la regardant comme constante pendant toute la durée de l'incendie. Quand cela ne serait pas nécessaire pour ne pas sortir de ce qui est praticable, il est à croire que α serait encore regardé comme nul ; parce que, si cette quantité n'est pas telle, elle est toujours extrêmement petite. En effet, dans les édifices ruraux, où il y a peu de secours à espérer, on en a peu aussi au premier instant, de sorte que la propagation du feu est toujours fort probable dans tous les instans et peut être regardée comme constante; dans les grandes villes, le grand nombre d'habitans qui circulent à toute heure fait croire que l'incendie à peine déclaré sera découvert et combattu avec efficacité, de sorte que la probabilité de la propagation y restera toujours petite et à peu près constante aussi, pendant toute la durée de l'incendie. Elle serait constante encore dans un incendie abandonné à lui-même ; car dans ce cas il est fort probable que le feu ne s'arrêterait que lorsqu'il ne trouverait plus de matière combustible ; la probabilité de la communication serait donc toujours à peu près égale à l'unité, et par conséquent constante pendant toute la durée de l'incendie.

Cette loi de la constance dans la probabilité de propagation d'incendie, nous l'admettrons également pour un bâtiment séparé en différentes parties par des cloisons. Ces cloisons, outre qu'elles peuvent arrêter l'incendie, fournissent aux travailleurs un moyen commode de le combattre en le coupant ou en employant tous leurs efforts à empêcher seulement la communication au-delà de la cloison ; dans ce cas, qui est celui ordinaire des bâtimens d'habitation, on peut considérer l'incendie comme marchant par sauts brusques d'une pièce à la voisine, et pour les assurances générales, dans lesquelles on néglige les différences qui peuvent exister dans les chances de propagation au-delà de diverses cloisons, nous supposerons encore qu'à chaque cloison il y a une probabilité égale d'éteindre le feu, quelle que soit la grandeur de la partie déjà consumée depuis l'origine de l'incendie.

Ce que nous venons de dire sur la propagation des incendies ne doit s'entendre que de la propagation dans le sens horizontal; pour le sens vertical, on ne peut plus admettre que la probabilité de communication d'un étage à l'autre reste la même, quel que soit le nombre des étages en feu. La flamme, et plus encore la fumée, empêchent de porter secours dans les parties supérieures à l'incendie; la chute des matériaux en feu produit un effet semblable pour les parties inférieures; ensuite les édifices élevés font, lorsque la flamme les a percés, l'office d'un tuyau de cheminée, et le tirage qu'ils produisent augmente l'intensité du feu. La probabilité de propagation augmente donc toujours ici avec le nombre des étages en feu, et cette probabilité est beaucoup plus grande de bas en haut que dans le sens opposé.

Nous désignerons par a et b respectivement la probabilité de communication d'incendie de l'étage dans lequel l'incendie a pris naissance à celui supérieur et à celui inférieur. $1-a$ et $1-b$ seront donc respectivement les espérances d'éteindre le feu avant qu'il se soit communiqué à l'un ou à l'autre de ces étages. Dès que plusieurs étages seront en feu à la fois, le danger augmentera et nous admettrons qu'au-dessus comme au-dessous, les espérances qu'on a d'éteindre l'incendie avant qu'il ait atteint un nouvel étage sont en raison inverse du nombre des étages en feu. Ainsi, par exemple, le feu prenant au deuxième étage, les espérances qu'on a de l'éteindre avant qu'il se soit communiqué au troisième et au premier sont $1-a$ et $1-b$. Si ensuite les deuxième, troisième et quatrième étages brûlent à la fois, les espérances que le feu ne se communiquera pas au cinquième et au premier seront $\frac{1-a}{3}$ et $\frac{1-b}{3}$.

Nous avons démontré dans le chapitre précédent qu'en partageant un édifice en un certain nombre de parties égales, toutes doivent être regardées comme également exposées aux dangers généraux de naissance d'incendie. Néanmoins elles courent des risques très-différens, parce qu'il faut compter aussi les risques de l'incendie communiqué, qui diffèrent suivant la position des parties. Malgré cette différence, si l'on représente les valeurs assurées dans les parties 1, 2, 3, ... n, par s_1, s_2, ... s_n dont la somme égale s, et les probabilités d'incendie des diverses parties par une cause quelconque, sont p_1, p_2, p_3, ... p_n, dont la somme est n'; je dis 1.° que si l'on ignore la position des objets assurés on devra payer l'assurance d'une quelconque des parties une somme égale au produit de la probabilité d'incendie de cette partie par le n.me de la somme totale des parties assurées, ou par la moyenne des sommes assurées.

2.° Que si l'on ignore aussi la probabilité d'incendie de la partie qu'il est question d'assurer, son assurance est égale au produit de la probabilité moyenne, par la somme moyenne;

3.° Que l'assurance de toutes les parties réunies est égale à la probabilité moyenne par la somme totale des objets assurés.

Dans le premier cas, celui où il est question d'assurer une partie quelconque, celle N.° K, par exemple, si l'on connaissait la somme s_k pour laquelle elle est assurée, on devrait donner pour l'assurance, suivant le principe de l'espérance mathématique, $p_k \cdot s_k$; mais comme on connaît seulement la somme totale s des objets assurés, et que ces objets peuvent n'être détruits qu'en partie, on doit les concevoir partagés en un nombre infini de parties de valeur infiniment petite ds. Il n'y a, par hypothèse, aucun motif de croire que l'objet élémentaire se trouvera plutôt dans une des n parties que dans l'autre; par conséquent $\frac{1}{n}$ est la probabilité qu'il se trouvera dans la partie N.° K; ainsi son assurance sera $p_k \frac{ds}{n}$ et si l'on désigne par z l'assurance cherchée, on aura

$$z = \int p_k \frac{ds}{n}$$

L'intégrale étant prise entre les limites o et s. En intégrant, il vient $z = p_k \frac{s}{n}$, ce qu'il fallait premièrement démontrer.

2.o Si l'on ignorait et la position des objets assurés et la probabilité d'incendie p_k de la partie qu'il est question d'assurer pour déterminer l'assurance z à payer pour la partie désignée, nous remarquerons d'abord que si la somme totale s des objets assurés vient à augmenter de ds, comme on n'a aucun motif de croire que le nouvel objet infiniment petit se trouve plutôt dans la partie k que dans une des $n - 1$ autres, on a

$$dz = p_k \cdot \frac{ds}{n}$$

Supposons maintenant que la probabilité moyenne p augmente d'une quantité infiniment petite dp, à raison de l'augmentation $n\,dp$ des chances d'incendie d'une seule des parties : comme on n'a pas non plus aucun motif de croire que c'est celle N.o K plutôt qu'une autre, on a

$$dp_k = \frac{1}{n} \cdot ndp$$

qui donne en intégrant $p_k = p$; en substituant cette valeur de p_k dans celle de dz il vient

$$dz = p \cdot \frac{ds}{n}$$

d'où l'on tire enfin en intégrant depuis $s = o$ jusqu'à $s = S$

$$z = \frac{p \cdot S}{n}$$

ce qu'il fallait secondement démontrer.

Enfin, comme d'après ce qui précède l'assurance de chaque partie est $\frac{p\ S}{n}$; celles des n parties ou l'assurance totale est égale à p S ; c'est-à-dire au produit de la probabilité moyenne par la somme totale, ce qu'il fallait troisièmement démontrer.

Nous avons cru devoir appuyer sur les notions préliminaires parce qu'elles renferment les bases des calculs qui vont suivre, et que ces bases consistent dans des hypothèses plus ou moins susceptibles de contestation, qu'on ne saurait distinguer trop soigneusement des vérités mathématiques. Avant d'entrer dans notre théorie nous allons rappeler ici les principes posés dans ces préliminaires et les hypothèses que nous avons dû faire.

1.re Hypothèse.— Les compagnies, en assurant contre l'incendie, ne peuvent pas ou ne veulent pas entrer dans l'examen détaillé de la construction intime des édifices ni des causes qui pourraient rendre plus ou moins facile la naissance ou la communication du feu dans une partie d'un bâtiment plutôt que dans une autre, non plus que dans l'examen du lieu qu'occupe chaque objet assuré.

2.me Hypothèse. — Les incendies proviennent uniquement du hasard et leur cause est constante ; ou l'on n'a aucun motif de croire que toute chose égale d'ailleurs, l'incendie d'un bâtiment sera plus ou moins facile qu'il l'a été précédemment. Il résulte de là que l'observation des sinistres antérieurs peut faire connaître la probabilité que le feu éclatera dans une partie de grandeur donnée d'un bâtiment de la même nature et qui doit servir aux mêmes usages que ceux qui ont été soumis aux observations.

3.$^{\text{me}}$ Hypothèse. — Dans un bâtiment simple et sans étage l'incendie marche dans le sens de la longueur, en consumant toute la largeur, et lorsqu'on ignore l'ardeur qu'aura le feu en arrivant à un point donné, l'espérance qu'on a de l'éteindre avant qu'il se soit avancé d'une certaine longueur reste toujours la même pendant toute la durée de l'incendie.

Si le bâtiment est coupé par des cloisons, l'espérance qu'on a d'éteindre le feu à chacune d'elles sera la même quel que soit le lieu où l'incendie ait pris naissance.

Définition. — Dans un bâtiment simple et sans étage, nous appelons *développement* la longueur totale de la largeur de ses planchers, de sa toiture et de ses autres parties combustibles, largeur que l'on voit dans la coupe du bâtiment faite dans le sens de sa largeur.

4.$^{\text{me}}$ Hypothèse. — a exprimant la probabilité de propagation d'incendie dans un bâtiment de développement unitaire, la probabilité semblable α pour un bâtiment de développement quelconque D sera

$$\alpha = \frac{a\,\mathrm{D}}{1 - a + a\,\mathrm{D}}$$

ou dans un bâtiment composé de plusieurs corps que l'on regarde comme devant être brûlés par sauts brusques sans qu'il y ait d'espérance d'éteindre le feu ailleurs qu'aux cloisons qui séparent ces corps de bâtiment, et a désignant la probabilité du passage à une cloison dans un bâtiment de développement unitaire; la probabilité semblable pour un bâtiment de même nature et de développement quelconque D, sera donnée par la même expression que ci-dessus. La légitimité de cette hypothèse est suffisamment prouvée ci-dessus.

5.$^{\text{me}}$ Hypothèse.— Dans l'incendie d'un bâtiment à plusieurs étages, assez petit pour que chaque étage brûle entièrement en même temps, nous regarderons comme différentes les probabilités de propagation du ſeu de bas en haut et de haut en bas, et nous admettrons que lorsqu'un nombre quelconque i d'étages brûlent à la fois, l'espérance qu'on a d'empêcher l'incendie de consumer un nouvel étage est la i.^{me} partie de ce qu'elle était lorsqu'un seul étage était en feu.

PREMIÈRE PARTIE.

Assurance des édifices dans lesquels une pièce peut être considérée comme brûlée entièrement dès que l'incendie a entamé une de ses parties.

Quoique les parties qui composent les édifices ne brûlent point tout d'un coup, la méthode qu'on emploie pour combattre les incendies et la réverbération de la chaleur contre les murs, font que, dans les édifices ordinaires, les diverses pièces sont très-souvent, ou sauvées de l'incendie, ou brûlées entièrement. Ainsi le cas que nous considérons ici trouvera beaucoup d'applications.

Considérons une maison très-petite qui brûle entièrement dès que l'incendie y éclate, et supposons d'abord qu'elle soit isolée ou qu'elle ne puisse être brûlée par un incendie déclaré ailleurs. Donnons-lui le N.o 0 et représentons par A_0 la probabilité que le feu y éclatera dans le cours d'une année, et par S_0 la partie de la somme pour laquelle la maison et son mobilier sont assurés qu'il faudrait rembourser en cas d'incendie. Il est essentiel d'observer que, comme il y a des matériaux et de meubles incombustibles, et qu'on parvient ordinairement à sauver une partie des meubles, la somme à rembourser en cas de sinistre est presque toujours moindre que celle pour laquelle l'édifice et le mobilier qu'il renferme sont assurés. Nous nous contenterons à ce sujet d'avoir fait cette remarque, et, pour abréger, nous dirons quelquefois la somme assurée ; mais il sera entendu que c'est seulement la partie de cette somme qu'il faudrait rembourser en cas de sinistre que nous désignons ainsi.

Nous avons fait voir au chapitre I.er que c'est d'après le principe de l'espérance mathématique que les compagnies doivent calculer leurs primes, et qu'ainsi la somme qu'elles doivent exiger pour l'assurance annuelle de la maison considérée est $A_0 S_0$. Il est encore entendu que cette somme n'est que la partie de la prime destinée à payer les sinistres, et que la compagnie devra en outre demander ce qui lui est nécessaire pour ses frais de gestion et son bénéfice. Il faut encore se rappeler, avant d'aller plus loin, que la probabilité d'incendie d'une maison dans le cours d'une année n'est point un évènement simple. Nous supposons ici qu'immédiatement après un incendie total ou partiel la maison est rebâtie sur le même plan et continue à courir les mêmes chances, A_0 est donc la somme des probabilités que l'incendie aura lieu à chacun des instans de l'année; par conséquent, cette quantité, quoique très-petite dans les cas ordinaires, peut être supérieure à l'unité. C'est ce qui aurait lieu si le nombre des incendies qui éclatent annuellement était ordinairement supérieur à celui des maisons existantes.

Supposons maintenant que la maison N.o 0, que nous avons considérée, soit contiguë à une autre de même espèce N.o 1 placée à sa droite. A_1 indiquant la probabilité que le feu éclatera dans l'année dans cette nouvelle maison, et a_1 celle que le feu, ayant éclaté au N.o 1, se communiquera au N.o 0. La probabilité de l'évènement composé, savoir que le feu éclatera dans l'année au N.o 1, et que s'y étant déclaré il se communiquera au N.o 0, est $A_1 a_1$, et comme la maison N.o 0 est toujours soumise aux chances d'incendie par le fait de la maison voisine, puisqu'en tous cas les édifices incendiés sont censés reconstruits immédiatement; l'existence de la maison N.o 1 est une nouvelle cause indépendante de celles qu'elle porte en elle-même, par laquelle elle peut être brûlée. La probabilité de son incendie dans l'année, qui est la somme des probabilités des deux causes indépendantes, est donc $A_0 + A_1 a_1$ et son assurance doit être $S_0 (A_0 + A_1 a_1)$.

Supposons maintenant qu'à côté de la maison N.º 1 il s'en trouve encore une N.º 2. A_2 désignant la probabilité que le feu éclatera dans l'année dans cette maison, et a_2 la probabilité que le feu, y étant allumé, se propagera au N.º 1. L'existence de cette nouvelle maison sera pour celle N.º 0 une nouvelle cause d'incendie indépendante des deux autres. La probabilité d'incendie du N.º 0 sera donc accrue de la probabilité de l'évènement composé de ceux-ci : 1.º que le feu éclate au N.º 2; 2.º qu'il se communique du N.º 2 au N.º 1, et 3.º qu'il se communique encore du N.º 1 au N.º 0, probabilité qui est $A_2 . a_2 . a_1$. La probabilité d'incendie de la maison considérée est donc, dans ce cas, $A_0 + A_1\, a_1 + A_2\, a_1\, a_2$ et son assurance est égale au produit de cette dernière quantité par S_0.

Les raisonnemens que nous venons de faire s'appliquent facilement à un nombre quelconque de petites maisons contiguës placées sur une ligne non fermée. Ainsi, si à droite de la maison N.º 0 considérée se trouve un nombre quelconque m de maisons contiguës; en désignant en général par A_x la probabilité de naissance d'incendie dans une quelconque N.º x de ces maisons, et par a_x la probabilité que le feu, étant dans cette maison, se propagera à la voisine N.º $x - 1$. La probabilité d'incendie dans l'année de la maison N.º 0 sera

$$A_0 + A_1\, a_1 + A_2\, a_1\, a_2 + A_3\, a_1\, a_2\, a_3 \ldots\ldots + A_m\, a_1\, a_2\, a_3 \ldots a_m$$

puisque, pour que la maison considérée brûle par le fait de l'une quelconque N.º x du groupe, il faut le concours de tous ces évènemens indépendans :

La naissance du feu en x, dont la probabilité est A_x,
La propagation du N.º x au N.º $x - 1$, dont la prob. est a_1
Id........ $x - 1$ ...... $x - 2$ ... id.......... a_{x-1}
....
Id......... 3 ...... 2 ...... id.......... a_3
Id......... 2 ...... 1 ...... id.......... a_2
Id......... 1 ...... 0 ...... id.......... a_1

La probabilité de l'évènement composé est donc $A_x a_1 a_2 \ldots a_x$ qui est précisément le terme général de l'expression ci-dessus.

On arriverait au même résultat en désignant en général par q_x la probabilité que le feu se communiquera du N.o x au N.o 0, q_{x+1} sera celle du N.o $x+1$: Or, pour que l'incendie se communique de $x+1$ à 0, il faut d'abord qu'il se propage du N.o $x+1$ au N.o x; évènement dont la probabilité est a_{x+1}, et ensuite du N.o x au N.o 0, évènement dont la probabilité est q_x; et comme ces deux évènemens sont indépendans, on a $q_{x+1} = a_{x+1}\, q_x$. En intégrant cette équation aux différences, ou en multipliant membre à membre la série d'équations qui résulteraient des différentes valeurs de l'indice, on aurait $q_x = a_1\, a_2\, a_3 \ldots\ldots a_x$; puis, en multipliant cette probabilité de propagation par celle de naissance d'incendie, on aurait la même valeur que ci-dessus. Je ne donne cette solution analytique que comme un exemple de la méthode qui conviendra pour résoudre des questions plus élevées.

Si la même maison avait encore à sa gauche un nombre n de maisons contiguës, en exprimant les probabilités relatives à leur incendie par le même symbole que précédemment; mais dans lesquels les indices seront à la gauche au lieu de la droite, la probabilité d'incendie de la maison considérée, probabilité que je désigne par ${}_n\mathrm{P}_m$, sera

$$ {}_n\mathrm{P}_m = \left\{ \begin{array}{l} A_0 + A_1 a_1 + A_2 a_1 a_2 + A_3 a_1 a_2 a_3 \ldots + A_m a_1 a_2 a_3 \ldots a_m \\ \quad + {}_1A\, {}_1a + {}_2A\, {}_1a\, {}_2a + {}_3A\, {}_1a\, {}_2a\, {}_3a \ldots + {}_nA\, {}_1a\, {}_2a\, {}_3a \ldots {}_na \end{array} \right\} (1 $$

En désignant également par ${}_n\mathrm{U}_m$ l'assurance de la maison considérée qui est contiguë à une ligne de m autres à droite et de n autres à gauche, et en désignant toujours par S_0 la somme qu'il faudrait payer en cas de sinistre, on a

$$ {}_n\mathrm{U}_m = S_0 \left\{ \begin{array}{c} A_0 + A_1 a_1 + A_2 a_1 a_2 + A_3 a_1 a_2 a_3 \ldots\ldots \\ \ldots\ldots + A_m a_1 a_2 \ldots a_m \\ + {}_1A\, {}_1a + {}_2A\, {}_1a\, {}_2a + {}_3A\, {}_1a\, {}_2a\, {}_3a \ldots\ldots \\ \ldots\ldots + {}_nA\, {}_1a\, {}_2a\, {}_3a \ldots {}_na \end{array} \right\} (2) $$

Supposons qu'outre les maisons du problème précédent il se trouve en contact avec les maisons N.o m' à droite et n' à gauche, un embranchement perpendiculaire de μ maisons à droite et de ν à gauche. En employant les mêmes symboles que précédemment, dans lesquels les lettres porteront un accent pour désigner les probabilités d'incendie des maisons de ces embranchemens et en leur donnant les N.os 1, 2,.... μ à partir de m' et 1, 2,.... ν à partir de n', il est clair que l'existence de ces embranchemens rendra la chance d'incendie du N.o 0 la même que si les probabilités $A_{m'}$, ${}_{n'}A$ étaient accrues de

$$A'_1\, a'_1 + A'_2\, a'_1\, a'_2 \ldots\ldots + \mu A' a'_1 a'_2 \ldots\ldots a'_\mu$$

$$\text{et de}\quad {}_1A'\,{}_1a' + {}_1A'\,{}_1a'\,{}_2a' \ldots\ldots + {}_\nu A'\,{}_1a'\,{}_2a' \ldots {}_\nu a' \qquad (3)$$

qui sont les probabilités d'incendie des maisons N.o m' à droite et n' à gauche de la ligne principale par le fait des embranchemens. Il faudra donc, dans ce cas, ajouter ces probabilités respectivement à celles $A_{m'}$, ${}_{n'}A$ de la formule (1).

En général, lorsqu'à une ligne principale viendront aboutir des embranchemens à certaines maisons, il suffira d'ajouter aux probabilités de naissance d'incendie dans ces maisons les probabilités qu'elles seront incendiées par un incendie allumé dans chacune de celles de leurs embranchemens respectifs.

Dans les expressions ci-dessus les divers termes se rapportent aux chances d'incendie que font courir à la maison considérée N.o 0 les maisons de la ligne principale dont le numéro à droite ou à gauche est indiqué par l'indice aussi à droite ou à gauche des lettres A et celles des embranchemens désignées par les indices des lettres A'. Si la compagnie d'assurance pouvait exercer efficacement son recours contre les propriétaires ou locataires des maisons qui auraient causé l'incendie, il est clair qu'il ne faudrait pas tenir compte des termes représentant les chances d'incendie provenant de l'existence de ces maisons; et, en général, si le groupe de maisons appartient à différens propriétaires, chaque terme $A_k \ a_1 \ a_2 \ \ldots\ldots \ a_k$ devra être multiplié par la probabilité que la maison N.o o étant incendiée par un incendie provenant de celle N.o k, on ne sera pas remboursé par le propriétaire ou le locataire de cette maison N.o k.

Il faut considérer les maisons dont nous avons parlé jusqu'ici comme des élémens de maison dont l'ensemble ne forme le plus souvent qu'une seule propriété qu'il est question d'assurer entièrement; alors il n'y a point de recours à exercer, et pour avoir l'assurance totale, il faut prendre la somme des assurances de toutes les parties élémentaires que nous avons appelées maisons. Ainsi, par exemple, pour assurer des édifices ruraux, il faut d'abord avoir déterminé les probabilités qu'un incendie éclatera dans l'année dans les différens corps de bâtiment, tels que grange, écurie, étables de diverses espèces, remises, habitations, etc., ce sera les quantités A; puis il faudra estimer les probabilités que le feu, étant dans un des corps, se communiquera à celui contigu. On estimera pour cela les probabilités moyennes de communication d'incendie d'un bâtiment d'une construction à un bâtiment d'une autre; par exemple, d'un bâtiment en pierre et couvert en chaume à un autre en torchis et couvert en pannes. On aura ainsi la quantité a et il ne s'agira plus que d'appliquer la formule (2) à chaque corps de bâtiment de l'édifice et de prendre la somme des assurances de tous les corps.

Il est un cas qui se présente souvent dans les bâtimens des fermes et auquel les formules précédentes ne peuvent s'appliquer. C'est celui où les bâtimens sont construits autour d'une cour et forment une ligne fermée. Dans ce cas, l'incendie déclaré sur un point quelconque peut se communiquer à chacun des autres de deux manières, en se propageant dans l'un et l'autre sens; les dangers y sont donc plus grands, et il serait à désirer qu'une juste appréciation des chances fît élever la prime dans ce cas et modifier cette manière de bâtir.

Cherchons l'assurance d'un corps quelconque N.o o dans un édifice bâti autour d'une cour et se rejoignant par les deux bout s. Soit S_0 la somme qui serait à rembourser en cas de sinistre et m le nombre des corps analogues que nous supposons numérotés de gauche à droite 1, 2, 3....$(m-1)$. Désignons encore par A_x en général la probabilité que le feu prendra dans l'année dans le corps N.o x; par a_x celle que le feu, après avoir brûlé le N.o x, se communiquera à celui $x-1$, et enfin par ${}_x a$ celle que le feu, après avoir brûlé x, se communiquera de l'autre sens au N.o $x+1$.

Dans le cas actuel, l'incendie éclaté dans un corps quelconque N.o x pourra brûler celui N.o o en marchant de droite à gauche ou en sens inverse. Les probabilités de ces deux évènemens sont

$$A_x \quad a_1 \quad a_2 \quad a_3 \ldots\ldots a_x$$

$$A_x \quad {}_{(x+1)}a \quad {}_{x+2}a \quad {}_{x+3}a \ldots\ldots {}_m a$$

Comme le corps considéré peut être brûlé de deux manières par l'effet d'un évènement unique, que dans le cas où il serait brûlé de l'une des manières, on ne reconstruirait pas immédiatement assez vîte pour qu'il pût encore être brûlé par l'incendie marchant de l'autre sens; il faut, pour avoir la chance provenant de la case x, déduire de la somme des deux probabilités ci-dessus celle que l'incendie se propagera jusqu'au N.o o dans les deux sens à la fois. Or, cette dernière probabilité est celle du concours de trois évènemens indépendans; savoir: 1.o la naissance du feu en x'; 2.o la propagation du feu de x à o de droite à gauche, dont la probabilité est a, $a_2 \ldots\ldots a_x$; 3.o sa propagation dans l'autre sens, dont la probabilité est ${}_{x+1}a \; {}_{x+2}a \ldots {}_m a$. La probabilité de l'évènement composé est donc

$$A_x \cdot a_1 \, a_2 \, a_3 \ldots\ldots a_x \cdot {}_{x+1}a \; {}_{x+2}a \ldots\ldots {}_m a;$$

et celle de l'incendie du N.o o par la cause du N.o x est

$$A_x \left\{ a_1\, a_2\, a_3 \ldots\ldots a_x + {}_{x+1}a\ {}_{x+2}a \ldots\ldots {}_{m}a \right.$$
$$\left. - a_1\, a_2\, a_3 \ldots\ldots a_x \cdot {}_{x+1}a \cdot {}_{x+2}a \ldots\ldots {}_{m}a \right\} \ldots\ldots (4)$$

Pour avoir maintenant la probabilité que le corps N.o o sera incendié par une quelconque des causes qui le menacent; comme l'édifice est censé rebâti immédiatement après un incendie quelconque, et qu'ainsi toutes les causes agissent indépendamment les unes des autres, il faut prendre la somme des expressions semblables formées en donnant à l'indice x tous les numéros. On a donc, en désignant par le symbole $(P_{o,m})$ la probabilité que, dans un groupe d'édifices formant une ligne fermée et composée de m corps, le corps N.o o sera brûlé dans l'année.

$$(P_{o,m}) =$$
$$\left\{ \begin{array}{l} \quad A_o \\ \quad + A_1 \,(a_1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots + {}_{2}a \cdot {}_{3}a \cdot {}_{4}a \ldots {}_{m}a - a_1\ {}_{2}a\ {}_{3}a\ {}_{4}a \ldots\ldots {}_{m}a) \\ \quad + A_2 \,(a_1\, a_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots + \quad {}_{3}a\ {}_{4}a \ldots {}_{m}a - a_1\, a_2 \cdot {}_{3}a\ {}_{4}a \ldots\ldots {}_{m}a) \\ \quad + A_3 \,(a_1\, a_2\, a_3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots + {}_{4}a\ {}_{5}a \ldots\ldots {}_{m}a - a_1\, a_2\, a_3\ {}_{4}a\ {}_{5}a \ldots\ldots {}_{m}a) \\ \quad + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \quad + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \quad + A_{m-1} \,(a_1\, a_2\, a_3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots a_{m-1} \\ \ldots + \qquad\qquad {}_{m}a - a_1\, a_2\, a_2 \ldots\ldots a_{m-2}\ {}_{m}a) \end{array} \right\} (5)$$

Si on suppose, ainsi que cela est exact en général, que la probabilité de communication de l'incendie au-delà des cloisons qui séparent les corps de bâtiment, est la même lorsque l'incendie marche dans un sens ou dans l'autre, il en résultera en général $a_{x+1} = {}_x a$ et l'expression ci-dessus deviendra

$$
(P_{o,m}) = \left\{
\begin{array}{llcr}
 & A_0 & & \\
 & A_i & (a_1 \ldots\ldots\ldots + & a_2\ a_3\ a_4 \ldots\ldots a_m) \\
+ & A_2 & (a_1\ a_2 \ldots\ldots + & a_3\ a_4 \ldots\ldots a_m) \\
+ & A_3 & (a_1\ a_2\ a_3 \ldots\ldots + & a_4 \ldots\ldots a_m) \\
+ & \ldots & & \\
+ & \ldots & & \\
+ & A_{m-1} & (a_1\ a_2\ a_3 \ldots a_{m-1} + & \ldots\ldots\ldots a_m) \\
- & \multicolumn{3}{l}{\{A_1 + A_2 + A_3 \ldots\ldots A_{m-1}\}\, a_1\ a_2\ a_3 \ldots a_m}
\end{array}
\right\} \quad (6)
$$

L'assurance du corps N.° o sera $S_o\,(P_{o,m})$. On calculera de même celle de tous les autres corps de l'édifice, puis on prendra leur somme pour avoir l'assurance totale.

Supposons maintenant qu'à l'une ou à plusieurs des maisons N.° m', n', etc., viennent aboutir des embranchemens composés de μ', ν', etc. maisons. Il suffira, pour trouver l'assurance, d'augmenter les probabilités A_m, A_n, etc., de la naissance d'incendie dans ces maisons, de la chance qu'elles courent par le fait de l'existence de toutes celles qui composent les embranchemens qui viennent les joindre; c'est-à-dire que A_m, par exemple, devra être augmenté de

$$A'_1\, a'_1 + A_2\, a'_1\, a'_2 + A'_3\, a'_1\, a'_2\, a'_3 \ldots\ldots + A'_\mu\, a'_1\, a'_2 \ldots a'_\mu \quad (7)$$

en désignant comme précédemment par un accent les probabilités relatives aux maisons du premier embranchement.

Enfin, s'il était question d'assurer une maison d'un des embranchemens, celle N.° o', je désigne par f' le nombre de maisons depuis o' jusqu'au bout de l'embranchement, et par k' le nombre de celles qui séparent le N.° o' de l'édifice circulaire: je calcule comme précédemment la probabilité d'incendie par le fait de tous les corps de bâtiment, hormis ceux de l'embranchement dont la maison à assurer fait partie. On n'aura plus égard alors qu'aux maisons de l'embranchement et à celle de l'édifice circulaire auquel elles aboutissent, et le problème sera ramené à assurer dans un groupe d'édifices en ligne une maison qui en a f' à sa gauche et $k+1$ à sa droite. La probabilité $A^k{}_{+1}$ sera ($P_{o/m}$) donnée par la formule (6).

On résoudrait avec la même facilité tous les cas analogues.

Les formules qui précèdent font connaître les assurances que nous avons appelées *particulières*, dans lesquelles on a égard à la valeur de chaque partie des édifices et des meubles qu'ils renferment. Ces formules ont l'inconvénient d'être fort compliquées et de dépendre d'un grand nombre d'élémens que souvent on ne connaîtra pas suffisamment. C'est pour cela que lorsqu'on n'aura point de motif de croire qu'un des corps soit plus exposé qu'un autre à donner naissance à l'incendie, et que les cloisons présenteront toutes à peu près le même obstacle à la propagation de l'incendie, il conviendra, dans la pratique, de regarder comme égales toutes les probabilités A_1, A_2.... etc. de naissance d'incendie, ainsi que toutes celles a_1 a_2 a_3.... etc. de propagation d'un corps à celui voisin. En faisant

$$A_1 = A_2 = A_3 = \text{ etc. } = A$$

et

$$a_1 = a_2 = a_3 = \ldots \text{etc. } = a$$

La formule (2) donnera alors

$${}_nU_m = S_o\, A \left\{ \begin{array}{l} 1 + a + a^2 + a^3 \ldots\ldots\ldots + a^m \\ \quad + a + a^2 + a^3 \ldots + a^n \end{array} \right\}$$

Chaque ligne de l'accolade forme la somme d'une progression géométrique qui peut être écrite sous forme finie au moyen d'un théorème connu ; ce qui donne

$${}_nU_m = S_o : A \left(\frac{1 - a^{m+1} + a - a^{n+1}}{1 - a} \right) \ldots\ldots (8)$$

Cette expression étant en fonction de m et n fait voir que l'assurance doit varier avec la position dans le groupe d'édifices de la maison à assurer. En faisant le nombre total des maisons $m + n + 1 = \mu$, on peut mettre la formule sous la forme

$$ {}_{n}U_{m} = \frac{S_0\ A}{1 - a} \left\{ 1 + a - \left(a^{m+1} + a^{\mu-m} \right) \right\} $$

dans laquelle le terme soustractif $\left(a^{m+1} + a^{\mu-m}\right)$ seul contient m.

Si la maison à assurer était d'un rang plus avancé vers la gauche, m aurait une unité de plus et ce terme serait

$$ \left(a^{m+2} + a^{\mu-m-1} \right) $$

dont le rapport avec le premier est

$$ \frac{a^{m+2} + a^{\mu-m-1}}{a^{m+1} + a^{\mu-m}} = a \cdot \frac{1 + a^{\mu-1}}{1 + a^{\mu-1-2m}} $$

Supposons que la maison à assurer soit située vers la droite ou que l'on ait $m < n$; comme $\mu - 1 = m + n$ on aura $\mu - 1 > 2m$, c'est-à-dire que l'exposant de a au dénominateur de la seconde fraction sera positif. a étant un nombre plus petit que l'unité, et son exposant $\mu - 1$ au numérateur étant plus grand de $2m$ que celui de dénominateur, la fraction $\frac{1 + a^{\mu-1}}{1 + a^{\mu-1-2m}}$ aura son numérateur plus petit que son dénominateur, et sera elle-même inférieure à l'unité. D'une autre part, le facteur a est aussi plus petit que l'unité; donc le produit est inférieur à l'unité; donc, lorsque la maison est plus rapprochée du milieu du groupe de maisons, les termes additifs qui entrent dans le calcul de son assurance restant les mêmes, les termes soustractifs sont moindres; donc, lorsque les chances de naissance d'incendie et de communication sont les mêmes pour tous les corps de bâtiment qui composent un édifice en ligne, l'assurance d'un certain corps est à son minimum lorsqu'il est placé à l'une des extrémités; elle augmente toujours à mesure qu'il se rapproche du milieu, et est à son maximum lorsqu'il est au milieu ou qu'il a autant d'autres corps à droite qu'à gauche.

On voit par la formule (8) que, lorsque les nombres m et n de maisons contiguës à celle à assurer croissent, l'assurance augmente, puisque les termes soustractifs a^{m+1}, a^{n+1} qui seuls contiennent ces nombres, diminuent, et il est clair que la formule devait l'indiquer ici, puisque chaque nouvelle maison est une nouvelle cause d'incendie. Cependant il ne faudrait point se faire une idée exagérée de l'augmentation de danger qui résulte d'édifices placés à une certaine distance de ceux à assurer. En effet, ne considérons les maisons contiguës que d'un seul côté en faisant $n = o$, nous aurons

$$ {}_{o}U_{m} = \frac{S_{o} . A}{1 - a} \left(1 - a^{m+1} \right) $$

Si le nombre m de maisons était infini, on aurait pour la limite des assurances, a^{m+1} devenant infiniment petit,

$$ {}_{o}U_{\infty} = \frac{S_{o} . A}{1 - a} $$

d'où
$$ \frac{{}_{o}U_{m}}{{}_{o}U_{\infty}} = 1 - a^{m+1} $$

Tel est le rapport des assurances de la maison dans les deux cas où elle a m maisons à sa droite et un nombre infini. Si l'on se borne à demander l'assurance à moins de $\frac{1}{100}$ près, et il serait ridicule de demander davantage, il suffit de faire $a^{m+1} = \frac{1}{100}$, et de résoudre cette équation par rapport à m pour connaître jusqu'à quel nombre de maisons il y a lieu de compter les chances d'incendie provenant du dehors. *Passé ce nombre, on pourra toujours regarder le nombre de maisons contiguës comme infini et prendre* $\frac{S_0 . A}{1 - a}$ *pour l'assurance; c'est-à-dire qu'il faut diviser l'assurance que paierait la maison si elle était isolée, par l'espérance qu'on a d'éteindre l'incendie à chaque cloison qu'il doit franchir.*

Dans de grandes villes, comme Paris, où les secours contre l'incendie sont très-prompts et très-grands, il n'arrive peut-être qu'une fois sur cent que le feu se communique d'une maison à l'autre. En le supposant ainsi, il faut poser $1 - a = \frac{100}{101}$. Alors l'assurance de la maison isolée étant représentée par l'unité, celle de la maison contiguë à un nombre indéfini de maisons d'un même côté serait 1,01. Pour une seule maison contiguë, l'assurance serait $1 + \frac{1}{101}$, qui diffère très-peu de celle pour un nombre indéfini de maisons.

Lorsque les maisons sont bâties en pierre et qu'elles sont dans des villes où les secours sont organisés, je suppose qu'il arrive une fois sur neuf que l'incendie se propage d'une maison à la voisine, alors l'assurance de la maison isolée étant 1, celle dans le cas où il y a une maison contiguë est 1,1 pour deux maisons du même coté 1,11, pour trois 1,111, et enfin pour un nombre indéfini $\frac{10}{9}$ ou 1,11111.... Cet exemple est propre à faire sentir que, sur les assurances, l'effet des maisons contiguës ajoutées les unes à la suite des autres est le même que celui des chiffres décimaux mis à la droite d'une première fraction décimale sur la valeur de cette fraction. Quoique la fraction soit augmentée par chaque chiffre comme l'assurance par chaque nouvelle maison, il y a dans les deux cas une limite qui ne peut être dépassée et qui diffère très-peu de l'expression des premiers chiffres, ou de l'assurance, en ayant égard aux premières maisons.

Dans les édifices ruraux, qui sont ordinairement éloignés de tout secours et où les bâtimens sont très-combustibles, il est au contraire nécessaire d'avoir égard aux risques provenant de maisons éloignées. Ainsi, par exemple, si $a = \frac{9}{10}$ et qu'on veuille avoir l'assurance à $\frac{1}{100}$ près, il faudra compter par la formule (8) tant que le nombre m de maisons ne sera pas au moins égal à celui déterminé par l'équation $a^{m+1} = \frac{1}{100}$, ou $(\frac{9}{10}^{m+1}) = \frac{1}{100}$, on trouve $m = 42{,}7$. Ainsi, dans ce cas, il faudrait compter jusqu'à la 43.me maison. Si elles sont en plus grand nombre on pourra, sans erreur d'un centime, supposer qu'il y en a indéfiniment, et employer la formule $\frac{S_0 . A}{1 - a}$. On trouvera que, dans ce cas, l'assurance doit être $10 . S_0 A$, dix fois celle que devrait payer la même maison si elle était isolée. Enfin, si le nombre de maisons contiguës était de chaque côté de plus de 43, l'assurance serait $19 . S_0 A$ — 19 fois celle de la maison supposée isolée.

Ces résultats, en faisant voir qu'il est inutile d'avoir égard aux édifices qui sont un peu éloignés de celui qu'il est question d'assurer lorsque la probabilité de propagation est petite, font voir aussi que, dans le cas contraire, il est nécessaire de compter les chances qui proviennent d'édifices fort éloignés.

Supposons maintenant qu'il soit question d'assurer un édifice composé de μ corps de bâtiment placés en ligne, dans lesquels A et a soient respectivement les probabilités d'explosion d'incendie et de propagation, et S_1, S_2, $S_3 \ldots . S_\mu$ indiquent les sommes qu'il faudrait rembourser en cas de sinistres des divers corps N.os 1, 2, 3, ... μ, à partir de la gauche vers la droite.

L'assurance demandée, que je désignerai par $\Sigma\, U_\mu$, est évidemment la somme des quantités que l'on obtiendra en mettant successivement dans la formule (8)

Pour..............	S^0	n	m
Pour la 1.re maison à gauche....	S_1	0	$\mu - 1$
Id. 2.e id. id......	S_2	1	$\mu - 2$
	S_3	2	$\mu - 3$
	....	..	..
	....	...	...
	S_μ	$\mu - 1$	0

Il viendra donc, en faisant, pour abréger, la somme totale des sommes à rembourser $S_1 + S_2 + S_3 \ldots\ldots + S_\mu = S$.

$$\Sigma U_\mu = \frac{A}{1-a}\left\{\begin{array}{llll} S_1 & (1 - a^\mu) & + a - a) \\ S_2 & (1 - a^{\mu-1} & + a - a^2) \\ S_3 & (1 - a^{\mu-2} & + a - a^3) \\ S_4 & (1 - a^{\mu-3} & + a - a^4) \\ \ldots\ldots & & \\ S_\mu & (1 - a & + a - a^\mu) \end{array}\right.$$

$$\Sigma U_\mu = \frac{A}{1-a}\left\{ S(1+a) - \left[S_1 (a + a^\mu) + S_2 (a^2 + a^{\mu-1}) + S_3 (a^3 + a^{\mu-2}) \ldots\ldots + S_\mu (a^\mu + a) \right] \right\} \ldots (9)$$

Si les valeurs S_1, S_2, S_3, etc., étaient égales, ou plutôt si l'on assurait l'édifice en bloc sans se donner la peine de faire une évaluation de chaque corps, cas dans lequel il faudrait encore (voyez l'introduction) calculer en faisant $S_1 = S_2$ $S_3 \ldots\ldots$ etc. $= \frac{S}{\mu}$. La formule deviendrait

$$\Sigma\, U_\mu = \frac{A}{1-a}\left\{ S\,(1+a) - \frac{2S}{\mu}\left(\frac{a-a^{\mu-1}}{1-a}\right)\right\}$$

$$= \frac{A\,S}{(1-a)^2}\left(1 - a^2 - \frac{2}{\mu}\left(a - a^{\mu+1}\right)\right) \ldots\ (10)$$

Telle est la formule de l'assurance d'un groupe de μ maisons de même valeur exposées aux mêmes chances d'explosion d'incendie et dont toutes les cloisons présentent le même obstacle à la propagation.

Le nombre des cloisons est ici $\mu - 1$, et la formule donne l'assurance en fonction de ce nombre.

Dans cette formule, A est la probabilité que le feu prendra dans l'année à chacune des maisons élémentaires, et, par conséquent, μA est la probabilité qu'il prendra dans le groupe entier considéré comme un seul édifice. En désignant cette probabilité par g, nous aurons $A = \frac{g}{\mu}$, et l'assurance d'un édifice entier dont g exprime toutes les chances d'explosion d'incendie, sera, d'après la formule (10),

$$\Sigma\, U_\mu = \frac{S\,g}{\mu\,(1-a^2)}\left\{1 - a^2 - \frac{2a}{\mu}\left(1 - a^\mu\right)\right\} \ldots\ldots (11)$$

ou, en développant et exécutant la division par $(1-a)^2$

$$\Sigma\, U_\mu = \frac{2\,S\,g}{\mu^2}\left(\frac{\mu}{2} + (\mu-1)\,a + (\mu-2)\,a^2 + (\mu-3)\,a^3 \ldots\right.$$
$$\left.\ldots\ldots + 2a^{\mu-2} + a^{\mu-1}\right) \ldots\ (11)$$

Dans les applications, il faut arrêter la suite au terme où a a l'exposant $\mu - 1$, puisque c'est $a^{\mu-1}$ qui est son dernier terme.

Ainsi, pour $\mu = 1, 2, 3, 4, 5$, on trouvera successivement

$$\Sigma U_1 = 2 S g \frac{1}{2} = S g$$

$$\Sigma U_2 = 2 S g \frac{1 + a}{4}$$

$$\Sigma U_3 = 2 S g \frac{3/_2 + 2a + a^2}{9}$$

$$\Sigma U_4 = 2 S g \frac{2 + 3a + 2a^2 + a^3}{16}$$

$$\Sigma U_5 = 2 S g \frac{5/_2 + 4a + 3a^2 + 2a^3 + a^4}{25}$$

Ces formules me paraissent devoir être utiles dans la pratique. Elles donnent l'assurance d'un édifice partagé en un nombre μ de parties supposées de même valeur et donnant lieu aux mêmes chances d'explosion d'incendie, les séparations étant faites par des cloisons qui sont censées présenter toutes le même obstacle à la propagation de l'incendie : l'assurance est donnée en fonction du nombre de parties dans lequel l'édifice est partagé. Ainsi, par exemple, supposons qu'il s'agisse d'assurer deux grandes usines semblables, de même valeur et courant les mêmes chances d'explosion d'incendie; la première, sans aucune cloison, et la seconde avec trois cloisons qui la partagent en quatre parties d'égale valeur et courant les mêmes chances; l'effet de chaque cloison, à raison de sa construction et de la localité, étant supposé tel qu'il y ait quatre à parier contre un qu'elle arrêtera l'incendie; l'assurance de la seconde usine devra être 3,36 fois moindre que celle de la première.

Les incendies dépendant d'un grand nombre de causes, il est à craindre qu'on ne possède jamais la connaissance des probabilités élémentaires qui doivent servir à calculer directement les assurances ; mais nous espérons qu'au moyen de notre théorie on pourra, dans un grand nombre de cas, les calculer, en prenant pour base celles d'autres édifices analogues. Nos formules peuvent aussi donner facilement la solution d'une foule de questions qu'il serait trop long de traiter ici. Ainsi, par exemple, supposons qu'on ne sache pas si l'édifice est tout d'une ou s'il a une cloison au milieu, et qu'on regarde ces deux cas comme également probables, l'assurance sera $\frac{1}{2} \Sigma U_1 + \frac{1}{2} \Sigma U_2 = SG. \frac{3+a}{4}$; c'est-à-dire la somme des assurances dans les divers cas, multipliées chacune par la probabilité du cas dans lequel elle est calculée.

Si les cloisons partageaient l'édifice en parties de valeurs différentes et ne courant pas les mêmes chances de naissance d'incendie, les formules (11) ne seraient plus applicables. Dans les assurances que nous avons appelées générales, comme on n'entre pas dans l'examen détaillé du lieu et de la valeur de chaque objet, on doit supposer que les valeurs et les chances de naissance d'incendie sont proportionnelles aux longueurs des diverses parties. Ainsi, en désignant par x_1, x_2, $x_3 \ldots\ldots x_n$, les longueurs des n parties dans lesquelles l'édifice est partagé et en prenant la longueur totale pour unité, on aura $x_1 + x_2 + x_3 \ldots\ldots \ldots + x_n = 1$. En désignant toujours par S la somme à rembourser en cas d'incendie de l'édifice entier, les sommes analogues pour les diverses parties seront $S.x_1$, $S.x_2 \ldots\ldots S.x_n$. Enfin G désignant encore la probabilité que le feu prendra dans l'année dans l'édifice entier, Gx_1, Gx_2, $Gx_3 \ldots\ldots Gx_n$ seront les probabilités semblables pour les diverses parties.

Désignons maintenant par ΣU_n l'assurance inconnue de toutes les parties. Suivant notre notation on aura

$$\Sigma U_n = {}_0U_{n-1} + {}_1U_{n-2} + {}_2U_{n-3} \ldots\ldots + {}_{n-1}U_0.$$

En appliquant la formule (2) nous aurons, en écrivant dans une même colonne les termes qui proviennent des chances d'une même partie et en mettant en facteur commun le produit SG, qui se trouve à tous les termes :

$$\Sigma\, U_n = SG$$

$$\left\{\begin{array}{lllll} & x_1 x_1 + a & x_1 x_2 + a^2 & x_1 x_3 \ldots + a^{n-1} & x_1 x_n \\ + a & x_2 x_1 + & x_2 x_2 + a & x_2 x_3 \ldots + a^{n-2} & x_2 x_n \\ + a^2 & x_3 x_1 + a & x_3 x_2 + & x_3 x_3 \ldots + a^{n-3} & x_3 x_n \\ + a^3 & x_4 x_1 + a^2 & x_4 x_2 + a & x_4 x_3 \ldots + a^{n-4} & x_4 x_n \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ + a^{n-1} & x_n x_1 + a^{n-2} & x_n x_2 + a^{n-3} & x_n x_3 \ldots + & x_n x_n \end{array}\right\} (12)$$

Puis, en ordonnant $\Sigma\, U_n = 2\, SG$

$$\left\{\begin{array}{ll} {}^1\!/_2 & (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 \ldots + x_n^2) \\ + a & (x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_4 + x_4 x_5 \ldots + x_{n-1} x_n) \\ + a^2 & (x_1 x_3 + x_2 x_4 + x_3 x_5 + x_4 x_6 \ldots + x_{n-2} x_n) \\ + a^3 & (x_1 x_4 + x_2 x_5 + x_3 x_6 + x_4 x_7 \ldots + x_{n-3} x_n) \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ + a^{n-1} & x_1 x_n \end{array}\right\} (12)'$$

La loi que suivent ces termes est facile à saisir : la première ligne est la demi somme des carrés des longueurs des parties ; la seconde est le produit de a puissance un par la somme des produits de deux facteurs x, dont l'indice du second est supérieur de un à celui du premier, et, en général, la parenthèse qui multiplie a_k est la somme des produits de deux facteurs x dont les indices diffèrent de k unités.

Lorsque toutes les parties sont égales et deviennent $\frac{1}{\mu}$, la formule devient celle N.o (11)'.

Proposons-nous maintenant de déterminer la manière de séparer un édifice par des cloisons en deux, trois ou quatre parties, de manière à ce que l'assurance soit un minimum. En regardant toujours les sommes à rembourser en cas de sinistre et les probabilités d'explosion d'incendie comme proportionnelles aux longueurs des parties.

Soit k la longueur de l'édifice et pour le cas d'une seule cloison, soit x la longueur d'une des parties et $k-x$ celle de la seconde. L'assurance, d'après la formule (2), est

$$\Sigma \mathrm{U}_2 = {}_0\mathrm{U}_1 + {}_1\mathrm{U}_0 = \frac{\mathrm{S}x}{k}\left\{\frac{x\mathrm{G}}{k} + \frac{(k-x)\,\mathrm{G}}{k}\,a\right\}$$
$$+ \frac{\mathrm{S}\,(k-x)}{k}\left\{\frac{x\,\mathrm{G}}{k}\,a + \frac{(k-x)\,\mathrm{G}}{k}\right\}$$

ou

$$\Sigma\ \mathrm{U}_2 = \frac{\mathrm{S\,G}}{k^2}\left\{x^2 + 2\,ax\,(k-x) + (k-x)^2\right\}$$

pour que l'assurance soit un minimum, il faut que $\frac{d(\Sigma\,\mathrm{U}_2)}{dx} = 0$; on a donc, en différentiant et égalant à 0 le coefficient différentiel,

$$2x + 2a\,(k-x) - 2ax - 2\,(k-x) = 0,$$

équation qui donne $x = \frac{k}{2}$, c'est-à-dire que la cloison doit être au milieu pour que l'assurance soit un minimum. L'assurance, dans ce cas, est égale à $\mathrm{S\,G}\ \frac{1+a}{2}$.

Pour deux cloisons, comme il est clair que les deux parties extrêmes courent les mêmes chances, puisqu'on ne suppose aucun motif pour que l'une brûle plutôt que l'autre, je nomme x la longueur de chacune de ces parties; celle du milieu sera $k-2x$.

Pour appliquer commodément la formule (2), je forme le tableau suivant des quantités qui doivent y remplacer S_0, A, m et n.

	S°	A	m	n
1.re partie à gauche.	$\frac{S\,x}{k}$	$\frac{G\,x}{k}$	2	0
2.e partie id...	$\frac{S\,(k-2x)}{k}$	$\frac{G\,(k-2x)}{k}$	1	1
3.e partie id...	$\frac{S\,x}{k}$	$\frac{G\,x}{k}$	0	2

On a, en faisant sortir le facteur commun $\frac{S\,G}{k^2}$,

$$\Sigma\,U_3 = \frac{SG}{k^3}\left\{\begin{array}{l} x\left(x + a\,(k-2\,x) + a^2x\right) \\ + \left(k-2x\right)\left(a\,x + (k-2\,x) + ax\right) \\ + \;x\left(a^2x + a\,(k-2\,x) + x\right) \end{array}\right\}$$

$$= \frac{SG}{k^3}\left(2\,x^2 + 2\,a^2\,x^2 + 4\,a\,x\,(k-2\,x) + (k-2\,x)^2\right)$$

En prenant pour la condition demandée $\frac{d\,(\Sigma\,U_3)}{d\,x} = 0$, on trouve $x = \frac{k}{3-a}$, c'est-à-dire que pour que l'assurance soit un minimum, il faut que les deux parties extrêmes soient $\frac{k}{3-a}$ et que, par conséquent, celle du milieu soit égale à $\frac{1-a}{3-a}$.

Dans le cas particulier où $a = {}^1/_2$, les parties extrêmes doivent être les $\frac{2}{5}$ et celle du milieu $\frac{1}{5}$ de la longueur totale.

En supposant le bâtiment construit de la manière la plus avantageuse, d'après la formule (12), l'assurance sera, en faisant comme dans cette formule $k = 1$,

$$2SG \left\{ \begin{array}{l} {}^1/_2 \left\{ \left(\frac{1}{3-a}\right)^2 + \left(\frac{1-a}{3-a}\right)^2 + \left(\frac{1}{3-a}\right)^2 \right\} \\ + a \left\{ \frac{1}{3-a} \cdot \frac{1-a}{3-a} + \frac{1-a}{3-a} \cdot \frac{1}{3-a} \right\} \\ + a^2 \left(\frac{1}{3-a}\right)^2 \end{array} \right\}$$

$$= SG \, \frac{3 + 2a - a^2}{(3-a)^2} = SG \, \frac{1+a}{3-a}.$$

Dans ce cas le plus favorable, lorsque $a = {}^1/_2$, l'assurance est les $\frac{3}{5}$ de SG, ou les $\frac{3}{5}$ de l'assurance du même bâtiment s'il n'avait pas de cloisons.

Si les parties dans lesquelles le bâtiment est partagé étaient égales, l'assurance serait peu différente de ce qu'elle est dans le cas le plus favorable, car la formule (11) donne pour le cas de $a = {}^1/_2$ l'assurance $= \frac{11}{18}$ ou 0,61111 . SG.

Passons maintenant au cas où l'édifice doit être divisé en quatre parties et cherchons la manière la plus avantageuse, sous le rapport de l'incendie, de placer les trois cloisons. Nous supposons toujours que les sommes à payer en cas de sinistre et les probabilités de naissance d'incendie sont proportionnelles aux longueurs des diverses parties, et nous continuerons à désigner par S et G les mêmes quantités que dans le problême précédent. Comme il n'y a aucun motif pour que les parties extrêmes soient plus grandes l'une que l'autre, elles seront égales dans le cas actuel et nous les appellerons toutes les deux x, les deux parties intermédiaires devant aussi être égales seront chacune de $(\frac{1}{2}-x)$, en prenant toujours la longueur totale de l'édifice pour unité.

En appliquant la formule (12) il vient, en remarquant que les lignes des termes relatives aux troisième et quatrième parties sont égales à celles des deuxième et première.

$$\Sigma U_4 = 2 S G$$

$$\left\{\begin{array}{l} x^2 + ax\left({}^1/_2 - x\right) + a^2x\left(\frac{1}{2}-x\right) + a^3x^2 \\ + ax\left(\frac{1}{2}-x\right) + \left(\frac{1}{2}-x\right)^2 + a\left({}^1/_2 - x\right)^2 + a^2x\left({}^1/_2 - x\right) \end{array}\right\}$$

Puis, en développant et réduisant

$$\Sigma U_4 = 2 S G \left\{\left(2 - a - 2a^2 + a^3\right)x^2 - \left(1 - a^2\right)x + \tfrac{1}{4}\left(1 + a\right)\right\}$$

Pour que l'assurance soit un minimum, il faut que $\frac{d(\Sigma U_4)}{dx} = 0$, ce qui donne, en différentiant l'équation ci-dessus,

$$2\left(2 - a - 2a^2 + a^3\right)x - \left(1 - a^2\right) = 0,$$

d'où l'on tire $x = \frac{1 - a^2}{2(2 - a - 2a^2 + a^2)} = \frac{1}{2(2-a)}$.

Ainsi, pour que l'assurance soit un minimum, il faut que les deux parties extrêmes soient $\frac{1}{2(2-a)}$ de la longueur totale et que les deux autres soient $\frac{1}{2(2-a)}$ de cette même longueur.

Dans le cas particulier où $a = {}^1/_2$, les parties extrêmes sont ${}^1/_3$ et celles du milieu $\frac{1}{6}$ de la longueur totale.

L'assurance est dans ce cas, en appliquant la formule (12) et faisant sortir le facteur commun $\left(\frac{1}{2(2-a)}\right)^2$:

$$\Sigma\, U_4 = \frac{2\,S\,G}{4(2-a)^2}$$

$$\left\{\begin{array}{l} 1\left(1+a(1-a)+a^2(1-a)+a^3\right) \\ +(1-a)\left(a+(1-a)+a(1-a)+a^2\right) \end{array}\right\}$$

$$= \frac{2\,S\,G}{4(2-a)^2}\left\{\begin{array}{l} (1+a) \\ +(1-a)(1+a) \end{array}\right\}$$

$$\Sigma\, U_4 = \frac{S\,G}{2(2-a)^2}(2-a)(1+a) = SG.\ \frac{1+a}{2(2-a)}$$

dans le cas particulier de tout à l'heure où $a = \frac{1}{2}$ l'assurance $= SG\,\frac{3}{6} = \frac{SG}{2}$ c'est-à-dire précisément moitié de ce qu'elle serait s'il n'y avait pas de cloisons.

a étant toujours $= \frac{1}{2}$, on trouve que l'assurance est pour l'édifice sans cloisons,

ou en une seule partie, $SG\,\frac{3}{3}$

en deux parties, $SG\,\frac{3}{4}$

en trois parties, $SG\,\frac{3}{5}$

en quatre parties, $SG\,\frac{3}{6}$.

Il est remarquable que les numérateurs de ces fractions restant constans, les dénominateurs augmentent d'une même quantité à chaque cloison. Cela n'est point particulier à la valeur $\frac{1}{2}$ que nous avons prise : en effet, les assurances *minimum* sont pour l'édifice

$$\left.\begin{array}{lll} \text{en une seule partie,} & SG & = SG\,\frac{1+a}{1+a} \\[2ex] \text{en deux id., une cloison,} & SG\,\frac{1+a}{2} & = SG\,\frac{1+a}{1+a+(1-a)} \\[2ex] \text{en trois id., deux cloisons,} & SG\,\frac{1+a}{3-a} & = SG\,\frac{1+a}{1+a+2(1-a)} \\[2ex] \text{en quatre id., trois cloisons,} & SG\,\frac{1+a}{2(2-a)} & = SG\,\frac{1+a}{1+a+3(1-a)} \end{array}\right\}\ (13)$$

d'où nous croyons pouvoir conclure par analogie qu'en général, l'assurance, lorsqu'il y a un nombre c de cloisons placées le plus avantageusement possible, est

$$SG\,\frac{1+a}{1+a+c\,(1-a)} \qquad (14)$$

Nous ne nous étendrons pas davantage sur ces questions de minimum, dont la solution nous conduirait trop loin, et nous passerons au cas où l'on ignore la position des cloisons en résolvant la question suivante :

Quelle est l'assurance d'un édifice séparé en deux parties par une cloison dont on ignore la position ? Nous supposons que la plus petite des deux parties a au moins la longueur donnée L, et qu'il n'y a aucun motif de croire que la cloison soit plutôt à une des places qui ne font pas de partie plus petite que L qu'à une autre. Nous désignerons par u l'assurance cherchée ; a sera toujours la probabilité que le feu, étant d'un côté, se propagera à l'autre en franchissant la cloison, et nous prendrons encore la longueur de l'édifice pour unité.

Il peut se présenter ici une infinité de cas correspondant à toutes les positions que peut avoir la cloison ; u est la somme des assurances dans tous ces cas. Les deux extrémités du bâtiment dans la longueur L ne pouvant être le lieu de la cloison, il ne reste pour ce lieu que la longueur $1-2\,\mathrm{L}$. Soit x la distance variable de la cloison à l'extrémité gauche du bâtiment ; cette cloison pouvant occuper sans aucune préférence toutes les parties de la longueur $1-2\mathrm{L}$, la probabilité qu'elle se trouvera comprise entre les longueurs x et $x+dx$ est $\frac{dx}{1-2\mathrm{L}}$ et dans ce cas l'assurance calculée par la formule (12) est :

$$\mathrm{SG}\left(x^2+2\,a\,x\,(1-x)+(1-x)^2\right)$$
$$=\mathrm{SG}\left(1-2\,(1-a)\,x+2\,(1-a)\,x^2\right),$$

quantité qui, multipliée par la probabilité de ce cas, donne pour un élément de l'assurance cherchée :

$$du=\frac{\mathrm{SG}}{1-2\,\mathrm{L}}\left(dx-2\,(1-a)\,x\,dx+2\,(1-a)\,x^2\,dx\right).$$

En intégrant il vient :

$$u=\frac{\mathrm{SG}}{1-2\,\mathrm{L}}\left(x-(1-a)\,x^2+\frac{2}{3}(1-a)\,x^3+\text{const.}\right)$$

L'intégrale devant être prise entre les limites L et $1-\mathrm{L}$ on trouve :

$$\text{Const.}=-\left(\mathrm{L}-(1-a)\,\mathrm{L}^2+\frac{2}{3}\,(1-a)\,\mathrm{L}^3\right).$$

En substituant cette valeur, mettant pour x l'autre limite $(1 - L)$ et réduisant, on a pour la valeur définie de l'assurance cherchée :

$$u = SG \left\{ a + \frac{2}{3}(1 - a)\left(\frac{(1 - L)^3 - L^3}{1 - 2L} \right) \right\} \qquad (15)$$

Dans le cas particulier où la cloison peut être indifféremment à toutes les places comprises entre le quart et les trois quarts du bâtiment, on a $L = \frac{1}{4}$. En supposant en outre $a = \frac{1}{2}$, on trouve :

$$u = SG. \frac{74}{96} = 0{,}7708.\ S^G$$

Ce nombre 0,7708 diffère bien peu de celui de 0,75 que nous avons trouvé pour l'assurance minimum dans le cas d'une cloison et de $a = \frac{1}{2}$, ce qui fait voir qu'il y a peu d'importance à compter avec exactitude la position des cloisons.

Revenons à l'assurance d'un édifice formant une ligne fermée, ou d'un édifice que nous appellerons simplement fermé, et cherchons ce qu'elle devient lorsque les probabilités de naissance et de propagation d'incendie sont partout les mêmes. En appelant A et a ces deux probabilités, on a, d'après la formule (6) pour la probabilité d'incendie de la partie N.o 0 :

$$\left(P_{0/m}\right) = A + 2A\left(a + a^2 + a^3 \ldots + a^{m-1}\right)$$

$$- (m - 1) A a^m = A \left\{ 1 + 2\frac{a - a^m}{1 - a} - (m - 1) a^m \right\}$$

L'assurance de cette partie est égale à cette quantité par la somme S_0 qu'il faudrait rembourser en cas d'incendie ; il en serait de même de toutes les autres parties de l'édifice ; de sorte qu'en désignant par S la somme qu'il faudrait rembourser en cas d'incendie de l'édifice entier, on a pour son assurance, que je désigne par $\left(\Sigma\, U_m\right)$:

$$\left(\Sigma\, U_m\right) = AS \left\{ 1 + 2\,\frac{a - a^m}{1 - a} - (m - 1)\, a^m \right\}$$

expression qui est indépendante des valeurs particulières des parties. A désigne ici la probabilité de naissance d'incendie dans une seule des parties; il est plus convenable de mettre au lieu de cette lettre $\frac{G}{m}$, G exprimant la probabilité de naissance d'incendie dans l'édifice entier, on a alors :

$$\left(\Sigma\, U_m\right) = \frac{SG}{m} \left\{ 1 + 2\,\frac{a - a^m}{1 - a} - (m - 1)\, a^m \right\} \qquad (16)$$

Formule qui donne l'assurance en fonction du nombre m de cloisons dans le cas où toutes les parties courent les mêmes chances d'explosion d'incendie.

Occupons nous maintenant du cas où dans un bâtiment fermé, on regarde les probabilités de naissance d'incendie et la somme à rembourser comme proportionnelles aux longueurs des diverses parties. Désignons, comme pour les bâtimens en ligne, la longueur totale par l'unité; par G la probabilité de naissance d'incendie dans l'édifice entier, et par x_1, x_2, $x_3 \ldots x_m$ les longueurs des parties N.os 1, 2, 3... m; les probabilités A_1, A_2, ... A_m de la formule (6) seront remplacées ici par Gx_1, Gx_2, Gx_3, ... Gx_m, et les sommes S_1, S_2, ... S_m par Sx_1, Sx_2, ... Sx_m, l'assurance de la partie N.o 1 sera, d'après la formule (6)

$$\left(U_1, m\right) = SG\, x_1 \left\{ \begin{array}{l} x_1 \\ + x_2 \left(a + a^{m-1}\right) \\ + x_3 \left(a^2 + a^{m-2}\right) \\ \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \\ + x_m \left(a^{m-1} + a\right) \\ - \left(1 - x_1\right) a^m \end{array} \right\} \qquad (17)$$

Pour avoir l'assurance de l'édifice entier il faut prendre la somme de m, formules semblables à celle ci-dessus, prises avec les indices convenables à chacune des parties. En prenant cette somme de la même manière que nous avons fait pour obtenir la formule (12)' on trouve :

$$(\Sigma\, U_m) = SG$$

$$\left\{ \begin{array}{llllll} (1 + a^m) & (x_1^2 & + x_2^2 & + x_3^2 \ldots\ldots & + x_m^2) \\ + (a + a^{m-1}) & (x_1 x_2 & + x_2 x_3 & + x_3 x_4 \ldots & + x_m x_1) \\ + (a^2 + a^{m-2}) & (x_1 x_3 & + x_2 x_4 & + x_3 x_5 \ldots & + x_m x_2) \\ + (a^3 + a^{m-3}) & (x_1 x_4 & + x_2 x_5 & + x_3 x_6 \ldots & + x_m x_3) \\ + \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots \\ + (a^{m-1} + a) & (x_1 x_m & + x_2 x_1 & + x_3 x_2 \ldots & + x_m x_{m-1}) \\ - a^m \end{array} \right\} (18)$$

Si les corps de bâtiment formant l'édifice qu'il est question d'assurer avaient une largeur différente, et si l'on supposait que leur valeur et leur probabilité d'incendie sont proportionnelles à leur aire au lieu de l'être à leur longueur, la formule ci-dessus serait encore applicable, en prenant pour unité l'aire totale de tous les corps de bâtiment, et en désignant par x^1, x^2 ...., etc., les aires de ces corps au lieu de leur longueur. Si l'on voulait avoir égard à ce que la propagation de l'incendie au-delà d'une cloison large est plus facile qu'au delà d'une étroite, il faudrait avoir recours à la formule (6).

Si dans un bâtiment fermé d'égale largeur on avait à placer un certain nombre de cloisons de manière à rendre l'assurance un minimum, il faudrait les placer à distance égale. En effet, considérons une cloison quelconque qui sépare la partie N.° n de la suivante, il n'y a aucune raison pour que dans le cas de l'assurance minimum les parties situées à sa droite soient différentes de celles situées à sa gauche; elles seront donc symétriques par rapport à la cloison et l'on aura $x_n = x_{n+1}$; en donnant maintenant à l'indice n toutes les valeurs de 1 à m, on aura $x_1 = x_2 = x_3 \ldots\ldots = x_m$, ce qui prouve l'énoncé.

De l'assurance d'un bâtiment à plusieurs étages, dans lequel chaque étage entamé par l'incendie est regardé comme entièrement détruit.

Occupons-nous maintenant de l'assurance d'un bâtiment à plusieurs étages, dans lequel chaque étage brûle entièrement à la fois et puisse être considéré comme entièrement détruit dès qu'il a été entamé par l'incendie; c'est le cas d'un grand nombre de bâtimens de ville qui n'ont qu'une petite façade et beaucoup d'étages. Numérotons les étages à partir du rez-de-chaussée, qui s'appellera N.° 1, jusqu'au grenier qui sera N.° c, et représentons comme précédemment par S_1, S_2, $S_3 \ldots$, S_c les sommes à rembourser en cas d'incendie des étages N.° 1, 2, 3...., c, et par A_1, A_2, A_3...., A_c les probabilités que le ſeu éclatera dans l'année dans ces mêmes étages.

D'après ce que nous avons dit chapitre III, en traitant de la propagation de l'incendie dans un édifice de l'eſpèce qui nous occupe, a et b déſignant reſpectivement les probabilités de propagation du ſeu de bas en haut et de haut en bas, de l'étage où l'incendie a pris naiſſance à celui voiſin. L'eſpérance d'éteindre le ſeu lorſqu'il a déjà brûlé, en montant, un nombre quelconque i d'étages est $\frac{1-a}{i}$ et la même eſpérance lorque le ſeu, en deſcendant, a déjà brûlé un nombre i' d'étages est $\frac{1-b}{i'}$.

Déſignons maintenant par a_i la probabilité de propagation lorſqu'en montant il y a déjà un nombre i d'étages de brûlés. D'après ce que nous venons de dire l'eſpérance $1-a_i$ qu'on a d'éteindre le ſeu à cet étage est $\frac{1-a}{i}$; on a donc :

$$1-a_i=\frac{1-a}{i} \text{ d'où l'on tire } a_i=\frac{i-1+a}{i}$$

Par la même raiſon on a, en déſignant par b_i la probabilité de propagation en deſcendant :

$$b_{i'}=\frac{i'-1+b}{i'}$$

En donnant aux indices i et i' leurs différentes valeurs, on a pour les probabilités de propagation :

	en montant	en descendant
après 1 étage	a	b
2 id.	$\frac{1+a}{2}$	$\frac{1+b}{2}$
3 id.	$\frac{2+a}{3}$	$\frac{2+b}{3}$
4 id.	$\frac{3+a}{4}$	$\frac{3+b}{4}$
5 id.	$\frac{4+a}{5}$	$\frac{4+b}{5}$

et ainsi de suite.

Cherchons maintenant l'assurance de l'étage N.o x de notre édifice; pour cela cherchons d'abord l'assurance de cet étage contre la chance qu'il court d'être brûlé par un incendie allumé à un étage quelconque N.o y.

Si y est plus grand que x il faudra que le feu se communique en descendant à $(y - x)$ étages successifs, et pour que cet évènement composé ait lieu, il faudra

	Évènement dont la probabilité est
1.° que le feu prenne au N.° y..................	A_y
2.° qu'il se communique du N.° y à celui $(y-1)$...	b
3.° id. de $(y-1)$ à $(y-2)$...	$\frac{1+b}{2}$
4.° id. de $(y-2)$ à $(y-3)$...	$\frac{2+b}{3}$
5.° id. de $(y-3)$ à $(y-4)$...	$\frac{3+b}{4}$
....	
id. de $(x+1)$ à x..........	$\frac{y-x-1+b}{y-x}$

La probabilité de l'incendie du N.° x par le fait de l'existence du N.° y, qui est celle de l'évènement composé résultant du concours de tous les évènemens ci-dessus est donc :

$$\mathrm{A}y \,.\, b\,\frac{1+b}{2}\,.\,\frac{2+b}{3}\,.\,\frac{3+b}{4}\cdots\frac{y-x-1+b}{y-x} \qquad (19)$$

Si y avait été plus petit que x on aurait eu par la même raison, pour la même probabilité de l'incendie du N.° x, par le fait du N.° y :

$$\mathrm{A}y \,.\, a\,\frac{1+a}{2}\,.\,\frac{2+a}{3}\,.\,\frac{3+a}{4}\cdots\frac{x-y-1+a}{x-y} \qquad (20)$$

Désignons maintenant par le symbole ${}_e\overline{\mathrm{U}}_x$ l'assurance de l'étage N.° x dans un édifice de e étages. Cette assurance étant la somme de toutes celles qui proviennent de l'existence de tous les étages de l'édifice, on aura en donnant à y dans les formules (19) et (20) toutes les valeurs qu'il peut avoir et en multipliant le tout par la somme Sx qu'il faudrait rembourser en cas de sinistres :

$${}_e\overline{\mathrm{U}}_x = \mathrm{S}_x$$
$$\left(\begin{aligned} &\mathrm{A}_x + \mathrm{A}_{x+1} b + \mathrm{A}_{x+2}\,.\,b\frac{1+b}{2} + \mathrm{A}_{x+3}\,.\,b\frac{1+b}{2}\,.\,\frac{2+b}{3}\cdots \\ &\qquad \cdots \mathrm{A}_e\, b\,\frac{1+b}{2}\,.\,\frac{2+b}{3}\cdots\frac{e-x-2+b}{e-x-1} \\ &+ \mathrm{A}_{x-1}\, a + \mathrm{A}_{x-2}\, a\,.\,\frac{1+a}{2} + \mathrm{A}_{x-3}\, a\,\frac{1+a}{2}\,.\,\frac{2+a}{3}\cdots \\ &\qquad \cdots + \mathrm{A}_1\, a\,\frac{1+a}{2}\,.\,\frac{2+a}{3}\cdots\frac{x-2+a}{x-1} \end{aligned}\right) \qquad (21)$$

en prenant par cette formule l'assurance de tous les étages, on aura celle de l'édifice entier, qui est égale à leur somme.

Dans le plus grand nombre de cas les probabilités de naissance d'incendie et les sommes assurées diffèrent d'un étage à l'autre et il faudra opérer comme ci-dessus; cependant il y a aussi des cas où toutes les quantités A et S pourront être regardées comme égales. Dans bien des fabriques, telles que les filatures, les sommes assurées et les chances de naissance d'incendie sont à peu près les mêmes à chaque étage. Faisons donc, pour ce cas, toutes les probabilités A_1, $A_2 \ldots\ldots A_e = A$ et toutes les sommes S_1, S_2, $S_3 \ldots\ldots S_e$ égales chacune à $\frac{S}{e}$, S étant la somme à rembourser pour l'incendie de l'édifice entier, en désignant par $\Sigma\, \overline{U_e}$ l'assurance d'un bâtiment de e étages et en prenant la somme des e formules qu'on obtient en donnant dans la formule (21) toutes les valeurs possibles à l'indice x, on a

$$\Sigma\, \overline{U_e} = \frac{SA}{e}$$

$$\left\{\begin{array}{l} e + (e-1)(a+b) + (e-2)\left(a\,.\frac{1+a}{2} + b\,.\frac{1+b}{2}\right) \\ \quad + (e-3)\left(\frac{a(1+a)\,(2+a)}{1\,.\,2\,.\,3} + \frac{b\,(1+b)\,(2+b)}{1\;\;2\;\;3}\right) \\ + (e-4)\left\{\frac{a(1+a)(2+a)(3+a)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4\,.} + \frac{b(1+b)(2+b)(3+b)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4\,.}\right\} \\ \quad ..+\left\{\frac{a\,(1+a)(2+a)\ldots(e-2+a)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,.\,(e-1)} + \frac{b\,(1+b)\ldots(e-2+b)}{1\,.\,2\,.\,(e-1)}\right\} \end{array}\right\} \quad (22)$$

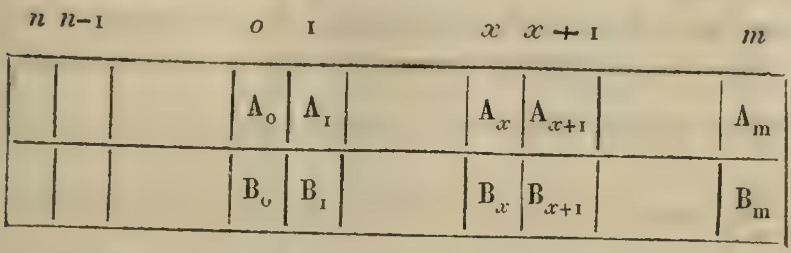
En appliquant cette formule on remarque que les primes d'assurance doivent croître avec une grande rapidité à mesure que le nombre des étages augmente. Pour en donner une idée nous présentons ici un tableau calculé pour le cas particulier où $a = 0{,}8$ et $b = 0{,}4$: nous trouvons que pour $e = 1$, ce qui est le cas d'un rez-de-chaussée pavé couvert d'un toit qui peut seul brûler; on a

NOMBRE D'ÉTAGES.	TAUX DE L'ASSURANCE.
1	A . 1,00
2	A . 1,60
3	A . 2,133
4	A 2,624
5	A — 2,918
6	A — 3,500
7	A — 3,942
8	A — 4,342

Ces nombres sont les taux ou les prix de l'assurance, et doivent être multipliés par les sommes qui seraient à rembourser en cas d'incendie des édifices entiers pour donner l'assurance. Ainsi, si dans un bâtiment de six étages, qui est dans les conditions de notre application, on demande $3\frac{1}{2}$ du mille, il faudrait pour l'assurance d'un bâtiment semblable employé aux mêmes usages ou courant les mêmes chances et qui n'aurait qu'un rez-de-chaussée ne demander que 1 du mille.

Jusqu'ici, en traitant de l'assurance des maisons contiguës, nous avons supposé que l'incendie marchait en brûlant les maisons entières. Cette supposition n'étant pas toujours légitime, nous allons calculer l'assurance d'une maison avec étage, faisant partie d'un groupe de maisons semblables, dans chacune desquelles le feu peut prendre soit au rez-de-chaussée soit au premier et se communiquer à la maison désignée. Au lieu d'un groupe de maisons, ce pourra être si l'on veut une partie d'un édifice d'un étage, partagé par un certain nombre de cloisons.

Supposons qu'il s'agisse d'assurer la maison N.° *o*, ayant un rez-de-chaussée B_0 et un premier A_0, et étant placée entre *m* maisons semblables à sa droite et n à sa gauche, ainsi que le représente la figure ci-dessous :



Dans cette figure les maisons sont désignées par des N.os qui, partant de la maison à assurer N.° o, vont à droite jusqu'à la dernière N.o m et à gauche jusqu'à la première N.o n. Les cases de la ligne du bas, marquées B, représentent les rez-de-chaussée ; celles du haut, marquées A, représentent les premiers. Les lettres A et B, avec le N.o de la maison pour indice, qui désignent les cases, représenteront dans nos calculs les probabilités de naissance d'incendie dans ces mêmes cases.

Cette question présente un cas que nous n'avons pas rencontré jusqu'ici. Celui, en quelque sorte, de deux incendies simultanés ; d'un incendie qui, par exemple, ayant pris naissance dans une maison de N.° supérieur à x, brûlerait à la fois les deux cases du N.° x. Il est clair qu'il en résulte de grands obstacles pour ceux qui combattent l'incendie et que leurs secours doivent alors se partager des deux côtés, en s'attachant de préférence et avec plus de facilité à la partie où l'incendie est le plus avancé. Ce n'est donc pas deux incendies marchant au hasard comme sur les cases d'un damier ; la chaleur extrême qui enflammerait bientôt les parties qui seraient entre eux, et la manière dont les secours sont dirigés, en font un incendie unique plus fort que le premier. Conformément à ce que nous avons dit plus haut en traitant de la propagation du feu dans des bâtimens de développemens différens, nous admettrons que dans ce cas, le feu continuera à marcher en brûlant à la fois les deux lignes, ou qu'il sera éteint des deux côtés à la fois et nous assimilerons l'incendie de ces deux lignes contiguës à celui d'un bâtiment sans étage, de développement double. a devant dans nos calculs désigner la probabilité de propagation dans le sens horizontal, soit aux cloisons du haut soit à celles du bas, $\frac{2a}{1-a+2a}$ ou $\frac{2a}{1+a}$ représentera la probabilité de propagation dans l'incendie simultané du haut et du bas; puisque, d'après ce que nous avons dit chapitre III, a étant la probabilité de propagation dans un bâtiment de développement unitaire, $\frac{aD}{1-a+aD}$ sera la probabilité semblable, dans un édifice de même nature et de développement quelconque D.

Nous désignerons par b la probabilité de propagation dans le sens vertical, soit en montant soit en descendant.

Pour résoudre le problême nous allons d'abord chercher, comme précédemment, la probabilité que la partie A_0 de la maison à assurer sera brûlée par un incendie qui aura éclaté déjà dans une des cases du N.o x. Nous désignerons cette probabilité par Z_x. En la multipliant par A_x, nous aurons la probabilité de l'incendie de A_0, par un incendie qui viendrait à éclater dans l'année dans la maison N.o x.

Nous désignerons aussi par p_x, q_x, respectivement, les probabilités que le feu ayant éclaté en A_x et B_x, brûlera la partie à assurer A_0. On aura donc $p_x + q_x = Z_x$.

Ceci posé, supposons l'incendie déclaré dans la case A_{x+1} et cherchons la probabilité p_{x+1} qu'il se communiquera de là en A_0.

Il peut d'abord arriver quatre cas, savoir :

	PROBABILITÉ DU CAS.
1.° Non communication en A_x ni en B_{x+1}........................	$(1-a)(1-b)$
2.° Communication en A_x et non communication en B_{x+1}..........	$a(1-b)$
3.° id. en B_{x+1} et id. en A_x...........	$b(1-a)$
4.° id. en A_x et communication en B_{x+1}.............	ab

Les 3.ᵉ et 4.ᵉ cas se divisent chacun en deux, savoir : ceux où le feu qui est en B_{x+1} ne se communiquera pas ou se communiquera en B_x; ainsi que cela est marqué au tableau suivant avec les probabilités de chaque cas.

N.° des cas.	Communication d'incendie.	Non communication.	Probabilité du cas.	Communication.	Non communication.	Probabilité du cas.	Probabilité d'incendie de A_0 dans les cas ci-contre.
1.er	»	A_{x+1} à A_x A_{x+1} à B_{x+1}	$(1-a)(1-b)$				o
2.ᵉ	A_{x+1} à A_x	A_{x+1} à B_{x+1}	$a(1-b)$				p_x
3.ᵉ	A_{x+1} à B_{x+1}	A_{x+1} à A_x	$b(1-a)$		B_{x+1} à B_x	$b(1-a)^2$	o
				B_{x+1} à B_x	....	$ab(1-a)$	q_x
4.ᵉ	A_{x+1} à A_x A_{x+1} à B_{x+1}	»	ab		B_{x+1} à B_x	$ab(1-a)$	p_x
				B_{x+1} à B_x	....	a^2b......	$\left(\frac{2a}{1+a}\right)^x$

La dernière colonne contient les probabilités de l'incendie de A_0 dans chacun des cas du tableau. Pour reconnaître son exactitude, il suffit de remarquer que quand l'incendie est communiqué en A_x sans l'être en B_x, c'est comme s'il avait éclaté en A_x, et la probabilité d'incendie pour A_0 est alors P_x. Il en est de même pour B_x, lorsque cette case est atteinte par l'incendie sans que celle supérieure le soit; c'est, relativement au danger que court A_0, la même chose que si le feu était éclaté en B_x; et enfin, d'après ce que nous avons admis tout à l'heure lorsque le feu est à la fois en A_x et B_x, il marche comme un incendie unique et la probabilité de propagation à chaque cloison étant $\frac{2a}{1+a}$ celle pour le passage à x cloisons est $\left(\frac{2a}{1+a}\right)^x$

En prenant maintenant, d'après les principes du calcul des probabilités, la somme des produits des probabilités de chaque cas par celles de la dernière colonne; que le cas existant, l'évènement aura lieu, on a l'équation aux différences finies

$$p_{x+1} = a(1-b)p_x + ab(1-a)q_x + ab(1-a)p_x + a^2b\left(\frac{2a}{1+a}\right)^x$$

ou en réduisant

$$p_{x+1} = a(1-ab)p_x + a(b-ab)q_x + a^2b\left(\frac{2a}{1+a}\right)^x \ldots.(a)$$

Si l'on avait cherché q_{x+1} par le même moyen que celui ci-dessus, on aurait formé un tableau qui ne différerait du premier qu'en ce que tous les A seraient changés en B et les p_x en q_x et réciproquement.

On a donc, en changeant dans (a) les p en q et réciproquement,

$$q_{x+1} = a(1 - ab)\,q_x + a(b - ab)\,p_x + a^2 b \left(\frac{2a}{1+a}\right) \ldots \text{(b)}$$

puis en ajoutant (a) et (b) et substituant à Z_{x+1} et Z_x pour $p_{x+1} + q_{x+1}$ et $p_x + q_x$, il vient

$$Z_{x+1} = a(1 - ab)Z_x + a(b - ab)\,Z_x + 2\,a^2 b \left(\frac{2a}{1+a}\right)^x$$

ou $$Z_{x+1} = (a + ab - 2\,a^2 b)\,Z_x + 2\,a^2 b \left(\frac{2a}{1+a}\right)^x \ldots \text{(c)}$$

Pour intégrer cette équation aux différences finies, nous allons la comparer à celle $y_1 = Ry + Q$ qui a été intégrée par Lagrange et qui, dans le cas où R est constant, est résolue par

$$y = R^x\ \Sigma\ \frac{Q}{R^{x+1}} + \text{const.}$$

on a donc ici en faisant

$$R = a\ (1 + b - 2\ ab)$$

$$Q = 2\ a^2 b \left(\frac{2a}{1+a}\right)^x$$

$$Z_x = a^x\ (1 + b - 2\ ab)^x\ \Sigma \frac{2\ a^2 b \left(\frac{2a}{1+b}\right)^x}{a^{x+1}\ (1 + b - 2\,ab)^{x+1}} + \text{const.}$$

en faisant sortir du signe Σ le facteur constant $\dfrac{2\ a^2 b}{a\ (1 + b - 2\,ab)}$

$$Z_x = 2\ a^{x+1}\ b\,(1 + b - 2\,ab)^{x-1}$$
$$\Sigma \left\{\frac{2}{(1+a)(1+b-2\,ab)}\right\}^x + \text{const.}$$

mais

$$\Sigma \left\{ \frac{2}{(1+a)\,(1+b-2\,ab)} \right\}^{x}$$

$$= \frac{2^{x}}{\left\{2-(1+a)(1+b-2\,ab)\right\}\left(1+a\right)^{x-1}\left(1+b-2\,ab\right)^{x-1}}$$

On a donc en supprimant le facteur $(1+b-2\,ab)^{x-1}$ qui se trouve au numérateur et au dénominateur du premier terme

$$Z_x = \frac{2^{x+1}\;b\;a^{x+1}}{\left\{2-(1+a)(1+b-2\,ab)\right\}\left(1+a\right)^{x-1}}$$

$$+\,2\,b\,a^{x+1}\left(1+b-2\,ab\right)^{x+1}\text{const.} \qquad \text{(d)}$$

Pour déterminer la constante, nous remarquerons que lorsque la maison N.o o existe seule, ou que $x = o$, la probabilité d'incendie de A_o lorsqu'on suppose successivement l'incendie allumé en A_o et en B_o est $1+b$; on a donc en faisant $x = o$ dans l'équatio n(d)

$$\left(1+b\right) = \frac{2\,ab\,(1+a)}{2-(1+a)(1+b-2\,ab)} + \frac{2\,ab}{1+b-2\,ab}.\ \text{Const.}$$

d'où l'on tire

$$\text{Const.} = \frac{(1+b)\,(1+b-2\,ab)}{2\,ab} - \frac{(1+a)(1+b-2\,ab)}{2-(1+a)(1+b-2ab)}$$

En substituant dans (d) il devient

$$Z_x = \frac{2^{x+1}\,b\;a^{x+1}}{\left\{2-(1+a)(1+b-2ab)\right\}\left(1+a\right)^{x-1}}$$

$$+\,a^{x}\,(1+b)\,(1+b-2\,ab)^{x} - \frac{2\,b\,a^{x+1}\,(1+a)\,(1+b-2\,ab)^{x}}{2-(1+a)(1+b-2\,ab)}$$

Cette expression peut être simplifiée. En faisant les espérances de non propagation $1 - a = \alpha$ et $1 - b = \beta$ on trouve que

$$2 - (1 + a)(1 + b - 2ab) = \alpha\beta + 2a^2b$$

On a alors

$$Z_x = \frac{1}{\alpha\beta + 2a^2b}$$

$$\left\{\begin{array}{l} 4a^2b\left(\dfrac{2a}{1+a}\right)^{x-1} + \Big\{(1+b)(\alpha\beta+2a^2b) - 2ab(1+a)\Big\} \\ \times\left(a + ab - 2a^2b\right)^x \end{array}\right\} \tag{e}$$

Telle est la probabilité que la case A_0 serait brûlée par deux incendies allumés successivement en A_x et B_x : en la multipliant par $A_x + B_x$, qui est la probabilité de naissance d'incendie dans les deux cases du N.o x et en multipliant le produit par S_0, somme à rembourser en cas d'incendie de A_0, on aura l'assurance cherchée de cette case contre les dangers qu'elle court par le fait du N.o x. Cette assurance sera donc

$$\frac{S_0(A_x + B_x)}{\alpha\beta + 2a^2b}$$

$$\left\{\begin{array}{l} 4a^2b\left(\dfrac{2a}{1+a}\right)^{x-1} + \Big\{(1+b)(\alpha\beta+2a^2b) - 2ab(1+a)\Big\} \\ \times\left(a + ab - 2a^2b\right)^x \end{array}\right\} \tag{22}$$

La case inférieure B_0 étant placée de la même manière, par rapport à toutes les autres, que celle supérieure, et les dangers de propagation de haut en bas étant ici regardés comme égaux à ceux dans le sens opposé, la formule de son assurance sera semblable et n'en différera qu'en ce que S'_0, lettre par laquelle je désigne la valeur de la case actuelle B_0 remplacera S_0.

On pourra au moyen de la formule (22) calculer l'assurance de toutes les parties de l'édifice contre les risques que leur font courir chacune des autres, et par conséquent calculer l'assurance de l'édifice entier; mais s'il y avait beaucoup de parties ce serait un travail impraticable.

Pour les assurances que nous avons appelées *générales*, dans lesquelles on n'entre point dans l'examen détaillé des chances de naissance d'incendie et de la valeur particulière des différentes parties, on regarde toutes les probabilités $A_x + B_x$ de naissance d'incendie dans tous les numéros comme égales entre elles, et toutes les sommes $S_0 + S'_0$ assurées dans chaque numéro comme égales aussi. Désignons donc par A la probabilité de naissance d'incendie dans l'une ou l'autre des cases d'un des numéros, et par S la somme à rembourser en cas d'incendie des deux cases d'un numéro quelconque; nous aurons pour l'assurance du N.° *o* contre toutes les chances qu'il court de la part des parties qui seront prises dans les limites de l'intégrale

$$\Sigma \frac{A\,S}{\alpha\,\beta + 2\,a^2 b} \left\{ \begin{array}{l} 4\,a^2\,b\left(\dfrac{2\,a}{1+a}\right)^{x-1} + \Big\{(1+b)\,(\alpha\,\beta + 2\,a^2\,b) - 2\,ab\,(1+a)\Big\} \\ \times\left(a + ab - 2\,a^2\,b\right)^x \end{array} \right\}$$

$$\text{Or } \Sigma\left(\frac{2\,a}{1+a}\right)^{x-1} = \frac{\left(\dfrac{2\,a}{1+a}\right)^{x-1}}{\dfrac{2\,a}{1+a} - 1} = \frac{2\,a}{a-1}\left(\frac{2a}{1+a}\right)^{x-2} + \text{const.}$$

Et $\Sigma(a+ab-2a^2b)^x = \dfrac{(a+ab-2a^2b)^x}{a+ab-2a^2b-1} + \text{Const.}$

Ainsi l'assurance cherchée est en général

$$\frac{AS}{\alpha\beta+2a^2b}\left\{\begin{array}{c} \dfrac{8a^3b}{a-1}\left(\dfrac{2a}{1+a}\right)^{x-2} \\ -\left\{\dfrac{(1+b)(\alpha\beta+2a^2b)-2ab(1+a)}{1-(a+ab-2a^2b)}\right\} \\ (a+ab-2a^2b)^x+\text{Const.} \end{array}\right\}$$

En ne comptant pas d'abord les chances que la maison N.o o court de son propre fait, il faudra prendre l'intégrale de 1 à m pour les risques provenant des maisons à droite et de 1 à n pour ceux provenant des maisons à gauche.

L'intégrale devant alors s'évanouir quand $x = o$ on a

$$\text{Const.} = -\frac{8a^3b}{a-1}\left(\frac{1+a}{2a}\right)^2$$

$$+\frac{\left\{(1+b)(\alpha\beta+2a^2b)-2ab(1+a)\right\}}{1-(a+ab-2a^2b)}$$

et l'assurance prise du N.o 1 au N.o x sera, en mettant $-\alpha$ pour $(a-1)$

$$\frac{AS}{\alpha B+2a^2b}\left\{\begin{array}{c} \dfrac{2ab}{\alpha}(1+a)^2\left\{1-\left(\dfrac{2a}{1+a}\right)^x\right\} \\ +\left\{(1+b)(\alpha\beta+2a^2b)-2ab(1+a)\right\} \\ \times\dfrac{\left\{1-(a+ab-2a^2b)^x\right\}}{1-(a+ab-2a^2b} \end{array}\right\}$$

En mettant m et n pour x dans cette formule, prenant la somme des deux résultats et ajoutant à cette somme AS $(1+b)$ pour l'assurance de la maison N.° o contre les risques qu'elle court par son fait propre; on trouve pour l'assurance de la maison o qui en a m semblables à droite et n autres à gauche; assurance que je désigne par ${}_{n}\overset{1}{U}_{m}$,

$$
{}_{n}\overset{1}{U}_{m} = AS\,(1+b) + \frac{A\,S}{\alpha\beta + 2a^2b}
\times \left\{
\begin{array}{l}
\dfrac{2ab\,(1+a)^2}{\alpha} \left\{ 2 - \left(\dfrac{2a}{1+a}\right)^m - \left(\dfrac{2a}{1+a}\right)^n \right\} \\
+ \left\{ (1+b)(\alpha\beta + 2a^2b) - 2ab\,(1+a) \right\} \\
\times \dfrac{2 - (a+ab-2a^2b)^m - (a+ab-2a^2b)^n}{1 - (a+ab-2a^2b}
\end{array}
\right\} \quad (23)
$$

Si l'on voulait avoir l'assurance du groupe entier des $n+1+m$ parties doubles, il faudrait faire $n+1+m = \mu$ et $n+1 = y$, d'où $n = y-1$ et $m = \mu - y$; et considérer la maison N.° o de tout à l'heure, comme celle N.° y dans un groupe de μ maisons, sur lesquelles les numéros seraient mis de 1 à μ en commençant par la gauche. Il faudrait ensuite intégrer cette expression, aux différences finies, entre les limites 1 et μ, par rapport à y. Pour effectuer cette intégration, nous ne nous occuperons d'abord que des deux polynomes $2 - \left(\frac{2a}{1+a}\right)^m - \left(\frac{2a}{1+a}\right)^n$ et $2 - (a+ab-2a^2b)^m - (a+ab-2a^2b)^n$ qui seuls contiendront la variable y.

Le premier devient, en faisant $\frac{2a}{1+a} = \mathrm{a}$

$$2 - \mathrm{a}^{\mu-y} - \mathrm{a}^{y-1}$$

et le second en faisant $a + ab - 2a^2 b = \mathrm{b}$

$$2 - \mathrm{b}^{\mu-y} - \mathrm{b}^{y-1}$$

qui ne diffère du premier que par le changement de a en b. Occupons nous d'intégrer le premier, ce qui nous donnera en même temps l'intégrale du second.

$$\Sigma\, \mathrm{a}^{\mu-y} = \frac{\mathrm{a}^{\mu-y}}{\frac{1}{\mathrm{a}} - 1} = \frac{\mathrm{a}^{\mu-(y-1)}}{1 - \mathrm{a}}$$

$$\Sigma\, \mathrm{a}^{y-1} = \frac{\mathrm{a}^{y-1}}{\mathrm{a} - 1}$$

$$\Sigma\left(2 - \mathrm{a}^{\mu-y} - \mathrm{a}^{y-1}\right) = 2y - \frac{\mathrm{a}^{\mu-(y-1)} - \mathrm{a}^{y-1}}{1 - \mathrm{a}} + \mathrm{Const.}_1$$

$$\Sigma\left(2 - \mathrm{b}^{\mu-y} - \mathrm{b}^{y-1}\right) = 2y - \frac{\mathrm{b}^{\mu-(y-1)} - \mathrm{b}^{y-1}}{1 - \mathrm{b}} + \mathrm{Const.}_2$$

L'intégrale de la formule (23) est donc en faisant

$$\frac{(1+b)\ (\alpha\beta + 2a^3 b) - 2ab\,(1+a)}{1 - (a + ab - 2a^2 b)} = \mathrm{C}$$

$$\Sigma\ U_{\mu} =$$

$$\mathrm{AS} \left\{ \begin{array}{c} (1+b)y + \dfrac{1}{\alpha\beta + 2a^2 b} \\ \left\{ \dfrac{2ab(1+a)^2}{\alpha} \left(2y - \dfrac{\mathrm{a}^{\mu-(y-1)}\ \mathrm{a}^{-y-1}}{1-\mathrm{a}} + \mathrm{Const.}_1 \right) \right. \\ \left. + \mathrm{C} \left(2y - \dfrac{\mathrm{b}^{\mu-(y-1)} - \mathrm{b}^{y-}}{1-\mathrm{b}} + \mathrm{Const.}_2 \right) \right\} \end{array} \right\} \quad (24)$$

Lorsque $y = 1$ ou qu'on ne prend l'assurance que de la maison N.° 1, on a

$$\mathrm{AS} \left\{ \begin{array}{c} (1+b) + \dfrac{1}{\alpha\beta + 2a^2 b} \\ \left\{ \dfrac{2ab(1+a)^2}{\alpha} \left(2 - \dfrac{\mathrm{a}^{\mu} - 1}{1-\mathrm{a}} + \mathrm{Const.}_1 \right) \right. \\ \left. + \mathrm{C} \left(2 - \dfrac{\mathrm{b}^{\mu} - 1}{1-\mathrm{b}} + \mathrm{Const.}_2 \right) \right\} \end{array} \right\}$$

En calculant cette assurance de la maison N.° 1 par la formule (23), on aurait eu

$$\mathrm{AS} \left\{ \begin{array}{c} (1+b) + \dfrac{1}{\alpha\beta + 2a^2 b} \\ \left\{ \dfrac{2ab(1+a)^2}{\alpha} \left(2 - \mathrm{a}^{\mu-1} - 1 \right) + \mathrm{C} \left(2 - \mathrm{b}^{\mu-1} - 1 \right) \right\} \end{array} \right\}$$

Pour que ces deux expressions s'accordent il faut que

$$- \frac{\mathrm{a}^{\mu} - 1}{1-\mathrm{a}} + \mathrm{Const.}_1 = - \mathrm{a}^{\mu-1} - 1$$

$$- \frac{\mathrm{b}^{\mu} - 1}{1-\mathrm{b}} + \mathrm{Const.}_2 = - \mathrm{b}^{\mu\ 1} - 1$$

d'où l'on tire

$$\text{Const.}_1 = \frac{-\left(a^{\mu-1}+1\right)\left(1-a\right)+a^{\mu}-1}{1-a}$$

$$\text{Const.}_2 = \frac{-\left(b^{\mu-1}+1\right)\left(1-b\right)+b^{\mu}-1}{1-b}$$

Ces expressions étant substituées dans les parenthèses qui contiennent les constantes à la formule (24), les transforment en

$$2y - \frac{a^{\mu-(y-1)} - a^{y-1} + (a^{\mu-1}+1)(1-a) - a\mu + 1}{1-a}$$

$$2y - \frac{b^{\mu-(y-1)} - b^{y-1} + (b^{\mu-1}+1)(1-b) - b^{\mu} + 1}{1-b}$$

Pour prendre l'assurance de l'édifice entier, il faut faire $y=\mu$, ce qui réduit ces expressions à

$$2\left(\mu - \frac{1-a^{\mu}}{1-a}\right) = 2\left\{\mu - \frac{1+a}{1-a}\left(1 - \left(\frac{2a}{1+a}\right)^{\mu}\right)\right\}$$

$$2\left(\mu - \frac{1-b^{\mu}}{1-b}\right)$$

En substituant dans la formule (24) et faisant toujours $y=\mu$, il vient

$$\Sigma \overset{1}{U}_{\mu} = AS\left\{(1+b)\mu + \frac{1}{\alpha\beta+2a^2b}\times\right.$$

$$\left\{\frac{4ab(1+a)^2}{\alpha}\left(\mu - \frac{1+a}{1-a}\left(1-\left(\frac{2a}{1+a}\right)^{\mu}\right)\right)\right.$$

$$\left.\left. + 2C\left(\mu - \frac{1-b^{\mu}}{1-b}\right)\right\}\right\} \ldots\ldots (25)$$

Telle est enfin l'assurance cherchée d'un édifice avec étage, partagé en μ parties égales. On y a fait pour abréger :

$$\alpha = 1 - a \qquad \beta = 1 - b$$

$$a + ab - 2\,a^2\,b = \mathrm{b}$$

$$\frac{(1 + b)\ (\alpha\,\beta + 2\,a^2\,b\,) - 2\,a\,b\,(1 + a)}{1 - \mathrm{b}} = \mathrm{C}$$

Dans le cas particulier où b, qui est la probabilité de propagation de l'incendie dans le sens vertical, $= \frac{3}{4}$ et où a, qui exprime cette probabilité dans le sens horizontal, $= \frac{1}{2}$ on a pour l'assurance d'un édifice composé de μ parties semblables ayant chacune un étage :

$$\mathrm{AS}\left\{\tfrac{7}{4}\,\mu + 13,5\left(\mu - 3 + (\tfrac{2}{3})^{\mu}\right) + 2\,\left(\mu - 2 + 2\,(\tfrac{1}{2})^{\mu}\right)\right\}$$

Formule qui est commode pour les applications. Mais il n'en serait pas de même si les chances d'explosion d'incendie dans les diverses parties où les valeurs de ces parties étaient inégales. Il faudrait alors avoir recours à la formule (22) pour calculer séparément les assurances de chaque partie contre les risques provenant pour chacune d'elles de l'existence de chacune des autres, ce qui serait presque impraticable si le nombre des parties était considérable.

DEUXIÈME PARTIE.

Des assurances contre l'incendie des édifices où le feu doit être considéré comme marchant par degrés infiniment petits, et où l'incendie peut être arrêté à un point quelconque.

---

§ I.er

Assurance d'un bâtiment rectangle.

Lorsqu'un bâtiment long brûle, on cherche à éteindre l'incendie avant qu'il soit arrivé aux murs où on pourrait plus facilement l'arrêter; la réverbération de la chaleur, qui contribuait à faire brûler comme d'un seul coup les pièces de grandeur ordinaire que nous avons considérées, ne produit ici le même effet que sur les parties les plus voisines du feu. Les incendies des édifices longs doivent donc être considérés comme marchant par degrés infiniment petits et pouvant être arrêtés en un point quelconque.

Cherchons d'abord l'assurance Z d'un bâtiment simple, d'égale largeur partout, qui, par sa nature, doive brûler à la fois dans toute sa largeur et sa hauteur, et dans lequel l'incendie marche dans le sens de la longueur comme sur une ligne droite.

Soit s la somme que devraient rembourser les assureurs si l'édifice entier venait à brûler.

K la longueur du bâtiment.

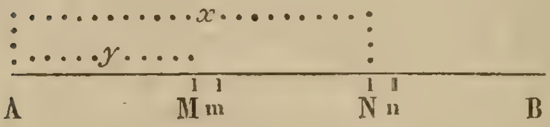
D le développement ou la longueur en matériaux combustibles qui se trouve dans la coupe faite perpendiculairement à la longueur du bâtiment.

A la probabilité que dans le cours d'une année le feu prendra naissance dans une aire unitaire des parties combustibles du bâtiment. L'aire combustible du bâtiment entier est ici DK.

a la probabilité supposée connue par l'expérience que, dans un bâtiment de développement unitaire et de même nature que celui dont il s'agit, l'incendie, étant arrivé à un point quelconque, se communiquera à une longueur unitaire de plus.

α la probabilité que dans notre bâtiment de développement D, le feu, étant arrivé à un point quelconque, se propagera à une longueur unitaire plus avant. D'après ce que nous avons dit § III des préliminaires, on peut estimer que

$$\alpha = \frac{a\,D}{1 - a + a\,D}$$



Représentons le bâtiment à assurer par la ligne AB, qui a la même longueur k, et regardons-le comme composé d'une infinité de tranches infiniment étroites qui seront représentées par les élémens infiniment petits de la ligne. Soit M^{m} un quelconque de ces élémens, placé à la distance y de l'extrémité A, que je prends pour origine. dy étant la longueur de cet élément, son aire dans le bâtiment, en matériaux combustibles, est $D.dy$. Comme il s'agit ici d'assurances générales, dans lesquelles on n'a point égard à la valeur particulière des parties intégrantes des édifices, la somme à rembourser en cas d'incendie de l'élément M^{m} doit être comptée comme égale à la valeur moyenne $\frac{S}{K}\,dy$.

La tranche considérée M^{m} peut brûler par l'effet d'un incendie survenu dans une quelconque des autres : soit N^{n} cette tranche, dans laquelle on suppose l'incendie éclaté, et soit x sa distance à l'origine ; dx étant sa largeur, son aire en matériaux combustibles est $D\,dx$, et par conséquent $AD\,dx$ est la probabilité de l'événement supposé que le ſeu éclate dans l'année dans la tranche Nn.

Le ſeu étant en N, à la distance x de l'origine, la probabilité qu'il s'avancera vers M d'une longueur unitaire est

$$\alpha = \frac{a\,\mathrm{D}}{1 - a + a\,\mathrm{D}},$$

et comme nous admettons que les probabilités de propagation restent constantes pendant tout le cours de l'incendie, la probabilité que de là il s'avancera encore d'une longueur unitaire est encore α et ainsi de suite; de sorte que les probabilités qu'il s'avancera des longueurs 1, 2, 3, 4, etc., sont α, α^2, α^3, α^4..., et enfin que la probabilité qu'il viendra brûler la tranche Mm, éloignée de $x - y$, est α^{x-y}, et que la probabilité de l'événement composé, que le ſeu prendra dans l'année dans la tranche Nn, et qu'il viendra consumer la tranche Mm, est $\mathrm{AD}\,\alpha^{x-y}\,dx$.

Il est essentiel d'observer que dans cette expression, l'exposant $x - y$ doit être positif, ou qu'il ne doit être pris que jusqu'à ce qu'il ait la valeur 0 : car il est clair qu'une tranche qui serait placée à gauche de M à la même distance $y - x$ que celle Nn l'est à droite ferait courir les mêmes chances et que la probabilité d'incendie de Nn par son fait serait également $\mathrm{AD}\,\alpha^{x-y}\,dx$, et non $\mathrm{AD}\,\alpha^{-(x-y)}\,dx$; comme la donnerait la différentielle si on l'appliquait à la partie située à gauche de M pour lesquels $x - y$ est négatif. Pour les tranches situées de ce côté, $y - x$ devra donc remplacer $x - y$.

La somme à payer en cas d'incendie de la tranche Mm étant $\frac{\mathrm{S}\,dy}{\mathrm{K}}$, l'assurance de cette tranche contre les risques qu'elle court de la part de celle Nn est $\frac{\mathrm{S}\,dy}{\mathrm{K}}\,\mathrm{AD}\,\alpha^{x-y}\,dx$.

L'intégrale de cette expression sera l'assurance de Mm contre les risques que lui font courir les parties du bâtiment placées entre les limites de l'intégrale, et en prenant pour ces limites les extrémités du bâtiment, on aura l'assurance de la tranche Mm contre tous les dangers auxquels elle est exposée.

En intégrant de nouveau l'expression obtenue, par rapport à y, et prenant l'intégrale entre les limites de la partie qu'il est question d'assurer, on aura l'assurance de cette partie. Désignons par z l'assurance d'une certaine partie de l'édifice, partie qui sera déterminée plus tard par les limites de l'intégrale. En traduisant ce qui précède en langage analytique, on a

$$\frac{d^2 z}{dx \,.\, dy}\, dx.dy = \frac{\text{S A D}}{\text{K}}\, \alpha^{x-y}\, dx.dy \qquad \text{(a)}.$$

Cette équation est facile à intégrer, car

$$\int \alpha^{x-y}\, dx = \frac{\alpha^{x-y}}{l\,\alpha} + \text{Const.}$$

en désignant par l la caractéristique des logarithmes naturels (*).

On a donc pour l'assurance de la tranche Mm,

$$\frac{dz}{dy}\, dy = \frac{\text{S A D}}{\text{K}} \left\{ \frac{\alpha^{x-y}}{l\,\alpha} + \text{Const.} \right\} dy \qquad \text{(b)};$$

mais quand $x = y$ l'assurance est nulle : on a donc

$$\frac{\alpha^0}{l\,\alpha} + \text{Const.} = 0\,;\ \text{d'où Const.} = -\frac{1}{l\,\alpha}.$$

Il faut ensuite mettre k pour x afin d'avoir l'assurance de Mm contre tous les risques provenant de toutes les tranches situées à sa droite ; ce qui donne

---

(*) Nous désignerons toujours dans ce mémoire par cette même caractéristique l, les logarithmes naturels ou hyperboliques. Ceux dont les tables ne les donnent pas pourront les obtenir en multipliant les logarithmes tabulaires par 2,302585.

$$\frac{\text{S A D}}{k\, l\, \alpha}\,(\alpha^{k-y}-1)\,dy \qquad (c),$$

et comme les tranches placées à gauche entre A et M font courir en Mm les mêmes chances d'incendie que si elles étaient placées à droite, on a pour l'assurance de ces tranches de gauche une expression qui ne diffère de celle-ci qu'en ce que la longueur y de la partie gauche OM remplacera celle $k-y$ de l'autre partie, cette expression sera donc

$$\frac{\text{S A D}}{k\, l\, \alpha}\,(\alpha^{y}-1)\,dy.$$

L'assurance de tous les risques que court la tranche Mm est donc

$$\frac{dz}{dy}\,dy=\frac{\text{S A D}}{k\, l\, \alpha}\left\{\alpha^{k-y}+\alpha^{y}-2\right\}dy \qquad (d).$$

En intégrant maintenant par rapport à y, il vient

$$z=\frac{\text{S A D}}{k\, l\, \alpha}\left\{-\frac{\alpha^{k-y}}{l\,\alpha}+\frac{\alpha^{y}}{l\,\alpha}-2y+\text{Const.}\right\}$$

Pour avoir l'assurance z du bâtiment entier, il faut prendre cette intégrale entre les limites o et k. z étant o à la première limite, on a

$$\text{Const.}=\frac{\alpha^{k}}{l\,\alpha}-\frac{1}{l\,\alpha}.$$

Substituant cette valeur et mettant k pour y, on obtient pour l'assurance demandée du bâtiment entier

$$z=\frac{\text{S A D}}{k\, l\, \alpha}\left\{-\frac{1}{l\,\alpha}+\frac{\alpha^{k}}{l\,\alpha}-2k+\frac{\alpha^{k}}{l\,\alpha}-\frac{1}{l\,\alpha}\right\}$$

ou $$z=\frac{2\,\text{S A D}}{k\,(l\,\alpha)^{2}}\,(\alpha^{k}-1-k\,l\,\alpha) \qquad (1),$$

formule qui résout la question proposée. En y remplaçant α^k par sa valeur en série

$$1 + (l\alpha)\,k + (l\alpha)^2\,\frac{k^2}{1.2} + (l\alpha)^3\,\frac{k^3}{1.2.3}\ \text{.... etc., il vient}$$

$$z = 2\,\mathrm{S\,A\,D}\left\{\frac{k}{1.2} + l\alpha\,\frac{k^2}{1.2.3} + (l\alpha)^2\,\frac{k^3}{1.2.3.4} + (l\alpha)^3\,\frac{k^4}{1.2.3.4.5}\ \ldots\ldots\ \text{etc.}\right\} \qquad (1)',$$

formule dont la série ne deviendra convergente que quand le nombre de ses termes moins un sera supérieur à $k\,(l\alpha)$, et qui ne pourrait servir aux applications que dans le cas où la probabilité de propagation α serait très-grande, c'est-à-dire très-peu inférieure à l'unité.

Proposons-nous maintenant de calculer l'assurance d'une longueur h, à partir d'une des extrémités du même bâtiment. En désignant par S_h la somme assurée, la valeur de la tranche Mm sera $\frac{\mathrm{S}_h}{h}\,dy$, par conséquent l'expression générale de z ne différera de celle du premier problème que par le changement $\frac{\mathrm{S}_h}{h}$ en $\frac{\mathrm{S}}{\mathrm{K}}$. Les limites de l'intégrale étant o et h, au lieu de o et k, la constante qui est déterminée par la première limite sera la même, et il faudra ensuite remplacer y par h, ce qui donnera pour l'assurance demandée

$$\frac{\mathrm{S}_h\,\mathrm{A\,D}}{h\,(l\alpha)^2}\left\{\alpha^k + \alpha^h - \alpha^{k-h} - 1 - 2\,h\,l\alpha\right\} \qquad (2).$$

S'il était question de prendre l'assurance d'une partie du même bâtiment comprise entre les longueurs h et h', prises à partir d'une des extrémités, on y parviendrait facilement en prenant l'intégrale entre les limites $y = h$ et $y = h'$. La constante serait

$$\frac{\alpha^{k-h}}{l\alpha} - \frac{\alpha^h}{l\alpha} + 2h,$$

et on trouverait pour l'assurance demandée, en désignant par $S_{h-h'}$ la somme assurée,

$$\frac{S_{(h-h')}\ A\ D}{(h'-h)(l\alpha)^2}\left\{\alpha^{h'} - \alpha^h - 2(h'-h)\,l\alpha - (\alpha^{k-h'} - \alpha^{k-h})\right\} \ (3).$$

Lorsque $a = 0$, c'est-à-dire lorsque la probabilité de propagation d'incendie est nulle, ou que le bâtiment est incombustible, l'assurance est nulle. C'est là une proposition évidente; mais il est intéressant de faire voir comment elle est indiquée par la formule.

a étant égal à zéro, α est aussi nul, puisque sa valeur est $\frac{a\,D}{1 - a + a\,D}$, et en faisant $\alpha = 0$ dans la formule (1), on a

$$2\ \frac{S\ A\ D}{k}\left(-\frac{1}{(l\alpha)^2} - \frac{k}{l\alpha}\right);$$

or, α étant nul, $l\alpha = -\infty$ et l'assurance exprimée par la formule ci-dessus est nulle.

Il est facile de voir qu'à mesure que la longueur k du bâtiment augmente, l'assurance augmente aussi. Cependant cette augmentation a une limite, qui est $-\frac{2\,S\,A\,D}{l\alpha}$. Pour le prouver, faisons $k = \frac{1}{f}$ la formule (1) qui est

$$\frac{2\,S\ A\ D}{k\,(l\alpha)^2}\left\{\alpha^k - 1 - k\,l\alpha\right\},$$

se changera en

$$\frac{2\,\mathrm{S\,A\,D}}{l\,\alpha}\left\{\frac{f\alpha^{\frac{1}{f}}}{l\,\alpha}-\frac{f}{l\,\alpha}-1\right\}.$$

Or, à la limite que nous cherchons, k est infini et f nulle, et comme $\alpha^{\frac{1}{f}}$ est inférieur à l'unité, quelque grand que soit l'exposant $\frac{1}{f}$, la supposition de $f = 0$ réduit la formule à son dernier terme, c'est-à-dire à $-\frac{2\,\mathrm{S\,A\,D}}{l\,\alpha}$ comme nous l'avons annoncé; donc cette quantité est la limite des assurances des bâtimens dont la longueur augmente indéfiniment.

L'expression $\frac{dz}{dy}dy = \frac{\mathrm{S\,A\,D}}{k\,(l\,\alpha)}\,(\alpha^{k-y}+\alpha^{y}-2)\,dy$, qui donne l'assurance de l'élément Mm placé à la distance y de l'origine, n'étant point indépendante de y, fait voir que l'assurance des diverses tranches doit varier avec leur position. Si donc le bâtiment renfermait des objets assurés, il faudrait, pour calculer avec exactitude, avoir égard à leur situation. Il est aisé de reconnaître que le milieu du bâtiment est la partie la plus exposée; il ne s'agit pour cela que de déterminer les valeurs de y qui rendent la fonction ci-dessus un *maximum*. En égalant pour cela le coefficient différentiel de cette fonction à o, on a

$$-l\,\alpha.\alpha^{k-y}+l\,\alpha\;\alpha^{y}=o;$$

$$\text{d'où}\quad k-y=y\quad\text{et}\quad y=\frac{k}{2},$$

ainsi que nous l'avons dit. Il est facile de reconnaître encore par des applications numériques que les extrémités sont les parties qui courent le moins de risques, quoique l'assurance ne soit pas pour ces points un *minimum*, analytiquement parlant.

L'assurance de la tranche du milieu étant

$$\frac{\mathrm{S\,A\,D}}{k\,l\,\alpha}\left(2\,\alpha^{\frac{k}{2}} - 2\right) dy,$$

et celle de chacune des tranches des extrémités

$$\frac{\mathrm{S\,A\,D}}{k\,l\,\alpha}\left(\alpha^{k} - 1\right) dy.$$

Le rapport de ces deux assurances extrêmes est égal à

$$\frac{2}{1 + \alpha^{\frac{k}{2}}},$$

qui est toujours plus grand que l'unité, puisque α est une fraction plus petite que un, et ce rapport va toujours en augmentant à mesure que k augmente.

Dans le cas où le bâtiment dont nous nous occupons renferme des matières extrêmement combustibles, telles que la poudre, la résine, des matières grasses, du sucre, des liqueurs spiritueuses, etc., il y a certitude que le feu se propagera. On a donc

$a = 1$ et $\alpha = \dfrac{a\,\mathrm{D}}{1 - a + a\,\mathrm{D}} = 1$ également. La formule

(1) prend alors la forme indéterminée

$$z = \frac{2\,\mathrm{S\,A\,D}}{k.(0)^{0}}\left\{1 - 1 - 0\right\} = \frac{0}{0}.$$

Pour obtenir la véritable valeur de cette fonction, il faut, suivant les principes connus, différentier par rapport à α les deux termes de la fraction, tant que l'un des deux au moins cesse de s'évanouir par la supposition de $\alpha = 1$. En différentiant une première fois les deux termes de la fraction

$$\frac{\alpha^k - 1 - k\,l\,\alpha}{(l\,\alpha)^2},$$

il vient

$$\frac{k.\alpha^{k-1} - \frac{k}{\alpha}}{\frac{2\,l\,\alpha}{\alpha}} = \frac{k\,(\alpha^k - 1)}{2\,l\,\alpha},$$

fraction dont les deux termes s'évanouissent encore lorsqu'on fait $\alpha = 1$. En différenciant de nouveau ses deux termes par rapport à α, on a

$$\frac{k^2\,\alpha^{k-1}}{\frac{2}{\alpha}} = \frac{k^2\,\alpha^k}{2},$$

fraction qui devient $\frac{k^2}{2}$ lorsqu'on y fait $\alpha = 1$; c'est donc $\frac{k^2}{2}$ qui est la véritable valeur de la fraction dans ce cas. L'assurance est donc, lorsqu'il y a certitude que le feu une fois éclaté consumera tout le bâtiment,

$$\text{S A D K} \qquad (4)$$

quantité qui croît proportionnellement à la somme assurée et à l'aire en matériaux combustibles D K.

Si, comme cela arrive ordinairement, la somme assurée croît en proportion de l'aire du bâtiment, l'assurance doit croître comme le carré de cette même aire.

L'assurance donnée par la formule (3), d'une partie déterminée du bâtiment, prend aussi la forme indéterminée $\frac{0}{0}$, lorsqu'on y fait $\alpha = 1$. En différentiant deux fois de suite par rapport à α comme ci-dessus, on trouve que l'assurance est dans ce cas

$$\text{S}_{h-h'}\ \text{A D K},$$

$S_{h-h'}$ désignant la valeur de la partie assurée. Ainsi quelle que soit la partie qu'on assure dans un bâtiment où la propagation de l'incendie est certaine, l'assurance doit toujours être en raison composée de la somme assurée et de l'aire combustible de l'édifice entier. Ces résultats pouvaient s'obtenir de même par la formule (1)', dont la série se réduit à son premier terme lorsque $\alpha = 1$, mais il était utile de lever les difficultés que pouvait présenter l'application de la formule (1).

Dans la théorie qui précède nous avons supposé que les chances d'explosion d'incendie sont dans chaque tranche proportionnelles à l'étendue des matériaux combustibles qui s'y trouvent. Cette supposition, convenable lorsqu'on ne considère qu'un édifice, cesse de l'être dans certains cas, lorsqu'il s'agit de comparer les assurances de divers édifices de même construction, servant aux mêmes usages, mais de grandeur différente. Ainsi, par exemple, de ce qu'un atelier de filature serait dix fois aussi grand qu'un autre de même construction, il ne faudrait point conclure que les chances d'explosion d'incendie y sont dix fois aussi grandes; car il arrive quelquefois qu'elles y sont moindres, parce que cet atelier, à raison de son importance, est constamment surveillé. Si donc on admet qu'une salle de bâtiment d'une certaine espèce court, quelle que soit sa grandeur, une certaine crainte G d'explosion d'incendie, cette même crainte étant exprimée dans les formules précédentes par A K D, il faudrait, pour les rendre applicables au cas actuel, remplacer A par $\frac{G}{K\,D}$, ce qui donnerait pour l'assurance de l'édifice entier

$$\frac{2\,S\,G}{k^2\,(l\alpha)^2}\left(\alpha^k - 1 - k\,l\,\alpha\right), \qquad (5)$$

$$\text{ou } S\,G\left\{1 + \frac{k\,l\alpha}{3} + \frac{(k\,l\alpha)^2}{3.4} + \frac{(k\,l\alpha)^3}{3.4.5} + \ldots, \text{etc.}\right\}(5)',$$

formules qui se réduisent à S G lorsque $\alpha = 1$.

Il est facile de reconnaître que les assurances calculées par la formule (1) croissent avec les longueurs k des bâtimens, et que l'inverse a lieu pour celles calculées au moyen de la formule (5).

§ II.

De l'assurance d'un bâtiment formant une ligne fermée dans lequel on considère l'incendie comme marchant par degrés infiniment petits.

Lorsque les deux extrémités du bâtiment se rejoignent, ou que ces bâtimens renferment un certain espace en faisant le tour d'une cour, ils sont de ceux que nous avons déjà appelés fermés et dans lesquels les chances d'incendie sont différentes, puisque le feu, étant éclaté dans une partie quelconque, peut se communiquer à chacune des autres dans deux sens différens.

Soit O M N le plan de la ligne, milieu d'un bâtiment fermé, qui ne contient aucune cloison et qui est tel qu'un incendie consumerait à la fois toute sa hauteur et sa largeur, en brûlant des élémens perpendiculaires aux façades, de manière à ce que son mouvement puisse être assimilé à celui d'un point sur la ligne milieu.

Désignons par k la longueur de cette ligne milieu O M N, et maintenons d'ailleurs toutes les dénominations posées dans le problême précédent.

Le bâtiment représenté par la figure (*Pl.* 2) est de forme annulaire; mais quoique les angles changent un peu les chances de propagation du feu, on pourra, sans inconvénient, appliquer la théorie qui va suivre à l'assurance des bâtimens fermés de forme polygonale ou autre, pourvu que la largeur soit régulière, ainsi que nous le supposons.

Prenons arbitrairement sur la ligne milieu un point o pour origine des longueurs, et regardons le bâtiment comme composé d'élémens infiniment petits, terminés par des plans verticaux perpendiculaires à la ligne milieu. Soit, comme dans le premier problême, Mm un élément dont nous allons d'abord chercher l'assurance et y la distance O M de l'origine à cet élément, et soit Nn un autre élément dans lequel nous supposons l'incendie éclaté, et x sa distance N O à l'origine.

La longueur que le feu doit consumer en allant de N à M est $x - y$, de sorte que, de même que dans le premier problême, la probabilité que l'élément M sera incendié par le fait de celui N et par un incendie marchant dans le sens N M est $A D \alpha^{x-y} d x$. La longueur M A N que l'incendie aurait à parcourir pour aller brûler M de l'autre sens est $k - (x - y)$. Ainsi la probabilité que l'élément Mm sera brûlé dans ce sens par un incendie éclaté dans celui Nn, est $A D \alpha^{k-(x-y)} d x$, et la probabilité que Mm sera brûlé par l'une ou l'autre des causes est

$$A D (\alpha^{x-y} + \alpha^{k-(x-y)}).$$

Quoique l'incendie puisse venir de N en M dans deux sens différens, l'élément Mm ne serait remboursé qu'une fois s'il était brûlé par les deux causes. Il faut donc déduire de la probabilité ci-dessus celle que la tranche Mm sera brûlée par les deux causes, ou le produit des deux probabilités ci-dessus.

La somme à payer en cas d'incendie de la tranche y, est $\frac{S\, dy}{k}$; on a donc d'après le principe de l'espérance mathématique

$$\frac{d^2 z}{dy\, dx} = \int \frac{S\, dy}{k} \int A D . dx \left\{ \alpha^{x-y} + \alpha^{k-(x-y)} - \alpha^k \right\} \text{(e)}$$

$$\frac{dz}{dy} = \int \frac{S A D}{k} dy \left(\frac{\alpha^{x-y}}{l \alpha} - \frac{\alpha^{k-(x-y)}}{l \alpha} - \alpha^k x + \text{Const.} \right)$$

Pour obtenir l'assurance de la tranche y contre les risques provenant de toutes les parties du bâtiment, il faut prendre l'intégrale depuis $x = y$ jusqu'à $x = k + y$; on a donc

$$\text{Const.} = -\frac{1}{l\alpha} + \frac{\alpha^k}{l\alpha} + \alpha^k y,$$

ce qui donne pour l'assurance de la tranche y

$$\frac{\text{S A D } dy}{k}\left\{\frac{\alpha^k}{l\alpha} - \frac{1}{l\alpha} - \alpha^k(k+y) - \frac{1}{l\alpha} + \frac{\alpha^k}{l\alpha} + \alpha^k y\right\}$$

$$= \frac{\text{S A D } dy}{k.l\alpha}\left\{2\alpha^k - 2 - k.l\alpha.\alpha^k\right\}.$$

En intégrant par rapport à y, on a

$$\frac{\text{S A D}}{k l\alpha}\, y\,(2\alpha^k - 2 - k.l\alpha.\alpha^k) + \text{Const.}$$

Quand on prend l'assurance de l'édifice entier, la constante est nulle et on a

$$z = \frac{\text{S A D}}{l\alpha}\,(2\alpha^k - 2 - k\, l\alpha\, \alpha^k) \qquad (6),$$

et enfin l'assurance d'une longueur quelconque h du même bâtiment

$$= \frac{\text{S A D } h}{k\ l\alpha}\,(2\alpha^k - 2 - k\, l\alpha\, \alpha^k) \qquad (7).$$

On trouverait encore ici de la même manière que dans le problême précédent, que dans le cas où $\alpha = 1$, l'assurance d'une longueur quelconque h de l'édifice est S A D h.

Dans le cas de la formule (5), où au lieu de supposer la probabilité d'explosion d'incendie proportionnelle à l'étendue des parties combustibles, on admet qu'elle est égale à une constante G dans l'édifice entier, quelle que soit sa longueur, il faut encore remplacer A par $\frac{G}{D\,k}$, et l'expression de l'assurance d'une longueur quelconque h de l'édifice devient

$$\frac{S\,G\,h}{k^2.\,l\alpha}\left(2\,\alpha^k - 2 - k\,l\,\alpha\,\alpha^k\right) \qquad (8).$$

Lorsque la probabilité a est nulle, ou que le bâtiment est incombustible, celle α, qui est $\frac{a\,D}{1 - a + a\,D}$, est aussi nulle et l'assurance d'une partie quelconque de bâtiment, calculée dans l'hypothèse de la formule (7), ou dans celle de la formule (8), est nulle. En effet, la parenthèse divisée par $l\alpha$, qui est la même dans ces deux formules, peut être mise sous la forme

$$2.\,\frac{\alpha^k - 1}{l\,\alpha} - k\,\alpha^k.$$

Or, lorsque $\alpha = 0$, $k\,\alpha^k$ égale 0, et le terme $2\,\frac{\alpha^k - 1}{l\,\alpha}$, ayant pour diviseur $l\alpha$ qui $= -\infty$, est nul aussi. Ainsi les deux formules (7) et (8), ayant pour facteur cette parenthèse, sont nulles dans le cas de $a = 0$. C'est là une chose évidente, mais il convenait de faire voir comment elle est indiquée par l'analyse.

Dans les bâtimens dont les extrémités se rejoignent, comme dans les autres, l'assurance augmente avec la longueur et elle a aussi une limite. Nous allons faire voir que cette valeur que l'assurance ne saurait dépasser est $-\frac{2\,S\,A\,D}{l\,\alpha}$, la même que pour les bâtimens en ligne droite.

En effet, faisons $\alpha = \frac{1}{\beta}$, α étant plus petit que un, β sera plus grand que 1, et son logarithme sera additif ; la formule (6), savoir :

$$\frac{\mathrm{SAD}}{l\,\alpha}\left\{\,2\,\alpha^k - 2 - k\,l\,\alpha\,\alpha^k\,\right\}$$

deviendra

$$2\,\frac{\mathrm{SAD}}{l\,\alpha}\left\{\frac{1}{\beta^k}\left(1 - k\,l\,\beta\right) - 1\right\}$$

β^k étant développé en série est d'après un théorême connu

$$\beta^k = 1 + l\,\beta.k + \frac{1}{1.2}\left(l\beta.k\right)^2 + \frac{1}{1.2\,3}\left(l\,\beta\,.\,k\right)^3 + \ldots \text{etc.}$$

et

$$\frac{1}{\beta^k}\left(1 - \frac{k\,l\beta}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{1 + l\,\beta.k + \frac{1}{1.2}\left(l\,\beta.k\right)^2 + \frac{1}{1.2.3}\left(l\beta.k\right)^3 + \text{etc.}}$$

$$- \frac{{}^1/_2}{\frac{1}{l\,\beta.k} + 1 + \frac{1}{1.2}\,l\beta.k + \frac{1}{1.2.3}\left(l\beta.k\right)^2 + \text{etc.}}$$

expression dans laquelle les deux dénominateurs deviennent infinis par la supposition de k infini. On a donc $\alpha^k\left(1 - \frac{k\,l\alpha}{2}\right) = 0$ lorsque k est infini, et il ne reste plus dans la formule que $-\frac{2\,\mathrm{SAD}}{l\,\alpha}$ comme nous l'avons annoncé. Telle est la limite des assurances pour les bâtimens dont les extrémités se rejoignent comme pour les autres.

Cette égalité des deux limites se conçoit facilement ; car dans un bâtiment fermé infiniment long, il est infiniment peu probable, ou il est impossible que l'incendie se communique d'un point à un autre en faisant le grand tour ou en brûlant une longueur infinie, et les chances auxquelles chaque point est exposé se trouvent les mêmes que dans un bâtiment en ligne droite. Il est clair aussi que le désavantage, sous le rapport des dangers d'incendie, qu'il y a à faire des édifices fermés diminue à mesure que les chances de propagation d'incendie sont moindres et que l'édifice est plus long.

De l'assurance d'un bâtiment contigu à plusieurs autres et d'un groupe de bâtimens dans lesquels on considère le feu comme marchant par degrés infiniment petits.

Proposons-nous maintenant de chercher l'assurance d'un bâtiment rectangle, qui a à sa droite m bâtimens de même espèce et n à sa gauche. Les cloisons ne présentant au feu qu'un obstacle qui n'est point insurmontable et l'incendie étant considéré comme devant marcher par degrés infiniment petits pris dans le sens de la longueur seulement; de sorte que nous regardons l'incendie comme devant brûler à la fois les tranches formées par des plans verticaux infiniment voisins, perpendiculaires à la longueur.

Désignons la maison à assurer par le N.° 0, celle à sa droite, par les N.os 1, 2, 3, ... m, en allant de la maison à assurer vers l'extrémité droite, et celles à gauche par les N.os 1, 2,.., n, à gauche, en commençant de la maison 0 vers l'extrémité gauche.

Nous conserverons toutes les dénominations prises pour l'assurance d'un bâtiment isolé et pour distinguer les quantités relatives aux différentes maisons, nous placerons au bas de la lettre, en indice, à droite ou à gauche respectivement, le numéro de la maison à droite ou à gauche ; ainsi par exemple :

$_n a$, $_{n-1}a$ . . . ; a, a_0, a_1, a_2 . . . . a_m, désigneront les probabilités de propagation d'incendie dans des bâtimens de développement unitaire, qui seraient combustibles au même degré que ceux dont ils portent le numéro.

$_n\alpha$ . . . . $_1\alpha$, α_0, α_1, α_2 . . . . α_m désigneront les probabilités que dans les bâtimens dont ils portent le numéro, le feu, étant parvenu en un point quelconque, avancera encore d'une longueur unitaire, et on a toujours

$$\alpha_0 = \frac{a_0\,D_0}{1 - a_0 + a_0\,D_0}$$

et en général dans un quelconque des bâtimens :

$$\alpha_i = \frac{a_i\,D_i}{1 - a_i + a_i\,D_i}$$

Les assurances des diverses maisons seront désignées par z avec le numéro de la maison pour indice. Il en sera de même des longueurs et des développemens de chaque maison, qui seront désignés par k et D avec le numéro de la maison pour indice.

De plus, nous désignerons par $_n c$, $_{n-1}c$, $_2 c$, $_1 c$, les probabilités respectives que l'incendie franchirait les cloisons entre les N.^{os} n et $n - 1$, $n - 1$ et $n - 2$, 2 et 1, 1 et o à gauche s'il les atteignait, et par c_1, c_2, ... c_m, les probabilités semblables pour les cloisons entre les N.^{os} o et 1, 1 et 2, $(m - 1)$ et m.

Nous avons vu que l'assurance du N.^{o} o contre les risques qui ne proviennent que de lui-même est, conformément à la formule (1) :

$$\frac{2\,S_0\,A_0\,D_0}{k_0\,(l\,\alpha_0)^2}\left\{\frac{k_0}{\alpha_0} - 1 - k_0\,l\,\alpha_0\right\} \ldots\ldots\ldots (a\,o)$$

Considérons maintenant une tranche infiniment étroite du bâtiment o, placée à la distance y de l'extrémité gauche de ce bâtiment, extrémité que nous prenons pour origine des longueurs. dy étant la largeur infiniment petite de cette tranche, la somme à rembourser, si elle venait à brûler serait $\frac{S_0\,dy}{k_0}$.

Nous allons maintenant chercher son assurance contre les risques qu'elle court du fait d'une autre tranche que nous supposerons successivement placée dans les bâtimens 1, 2..., etc. Nous désignerons toujours par x la distance de cette tranche à l'origine.

La probabilité que la tranche dy sera brûlée par un incendie éclaté dans celle dx, que nous supposons d'abord placée dans bâtiment N.° 1, est un évènement composé des quatre suivans, qui sont indépendans :

	PROBABILITÉS DE L'ÉVÈNEMENT.
1.° Que l'incendie naisse dans l'élément dx...	$A_1\, D_1\, dx$
2.° L'incendie supposé éclaté en dx atteigne la cloison N.° 1..............	$\alpha_1^{x-k_0}$
3.° Id. arrivé contre la cloison N.° 1, la franchisse.............	c_1
4.° Id. passe au-delà de la cloison, se communique à dy.........	$\alpha_0^{k_0-y}$

La probabilité de l'évènement composé est donc

$$A_1\, D_1\, C_1\, \alpha_0^{k_0-y} \cdot \alpha_1^{x-k_0} \cdot dx$$

ainsi l'assurance de la tranche *dy* contre les risques provenant de celle *dx* est

$$\frac{d^2 z_1}{dx\,dy}\,dx\,dy = \frac{S_0}{k_0}\,A_1\,D_1\,C_1\;\alpha_0^{k_0-y}\,.\;\alpha_1^{x-k_0}\,.\,.\;dx\,dy$$

En intégrant par rapport à x il vient, en désignant par l la caractéristique des logarithmes naturels,

$$\frac{dz_1}{dy}\,dy = \frac{S_0\,A_1\,D_1\,C_1}{K_0\,.\,l\alpha_1}\,\alpha_0^{k_0-y}\left(\alpha_1^{x-k_0} + \text{Const.}\right)$$

L'assurance contre tous les risques provenant du bâtiment N.° 1 devant être prise entre les limites $x = k_0$ pour laquelle l'assurance est nulle et $x = k_0 + k_1$, pour laquelle elle est complète, on a

$$\text{Const.} = -\,\alpha_1^{k_0-k_0} = -\,1$$

Et l'assurance complète de la tranche *dy* contre tous les risques provenant du N.° 1 sera

$$\frac{S_0\,A_1\,D_1\,C_1}{K_0\,(l\,\alpha_1)}\,\alpha_0^{k_0-y}\left(\alpha_1^{k_1} - 1\right)\,dy$$

En intégrant par rapport à y il vient

$$\frac{S_0\,A_1\,D_1\,C_1}{K_0\,(l\,\alpha_0)\,(l\,\alpha_0)}\left(-\,\alpha_0^{k_0-y} + \text{Const.}\right)\left(\alpha_1^{k_1} - 1\right)$$

Pour avoir l'assurance de toutes les parties du N.° *o* contre les risques provenant du N.° 1, il faut prendre cette intégrale entre les limites $y = o$ et $y = k_0$. La constante est donc $\alpha_0^{k_0}$ et l'intégrale complète est

$$\frac{S_0\, A_1\, D_1\, C_1}{K_0\, (l\alpha_0)\,(l\,\alpha_1)} \left(\alpha_0^{k_0} - 1\right)\left(\alpha_1^{k_1} - 1\right) \ldots\ldots (a\ 1)$$

Supposons maintenant la tranche dx placée dans le bâtiment N.° 2, toujours à la distance x de l'origine et cherchons encore l'assurance du N.° o contre les risques provenant du premier bâtiment N.o 2.

Pour que la tranche dy soit brûlée par un incendie éclaté dans celle dx, il faut le concours de ces six évènemens indépendans :

	PROBABILITÉS DES ÉVÉNEMENS.
1.° Naissance du feu dans l'année dans l'élément dx	$A_2\, D_2\, dx$
2.° Propagation de l'incendie jusqu'à la cloison N.° 2	$\alpha_2^{x-(k_0+k_1)}$
3.° Passage de l'incendie à la cloison N.° 2	c_2
4.° Propagation de l'incendie dans toute la longueur du bâtiment N.° 1	$\alpha_1^{k_1}$
5.° Passage de l'incendie au-delà de la cloison N.° 1	c_1
6.° Propagation jusqu'à la tranche dy	$\alpha_0^{k_0-y}$

L'assurance de l'élément dy contre les risques provenant de celui dx est donc

$$\frac{S_0}{K_0} A_2 D_2 C_1 C_2 \alpha_1^{k_1} \cdot \alpha_0^{k_0-y} \cdot \alpha_2^{x-(k_0+k_1)} \cdot dx\ dy$$

En intégrant par rapport à x et prenant l'assurance pour les risques du bâtiment N.° 2 entier, c'est-à-dire entre les limites k_0+k_1 et $k_0+k_1+k_2$, on a

$$\frac{S_0}{K_0}\,\frac{A_2 D_2 C_1 C_2}{l\,\alpha_2}\,\alpha_1^{k_1} \cdot \alpha_0^{k_0-y}\left(\alpha_2^{x-(k_0+k_1)} + \text{Const.}\right) dy$$

La const. $= -1$ et l'intégrale complète est

$$\frac{S_0}{K_0}\,\frac{A_2 D_2 C_1 C_2}{l\,\alpha_2}\,\alpha_1^{k_1}\ \alpha_0^{k_0-y}\left(\alpha_2^{k_2} - 1\right) dy$$

En intégrant maintenant par rapport à y nous avons

$$\frac{S_0}{K_0}\,\frac{A_2 D_2 C_1 C_2}{l\,\alpha_0 \cdot l\,\alpha_2}\,\alpha_1^{k_1}\left(-\alpha_0^{k_0-y} + \text{Const.}\right)\left(\alpha_2^{k_2} - 1\right)$$

L'intégrale devant être prise entre les limites o et k_0, la constante $=\alpha_0^{k_0}$ et l'intégrale complète ou l'assurance du N.° o les risques provenant du N.° 2 est

$$\frac{S_0}{K_0}\,\frac{A_2 D_2 C_1 C_2}{l\,\alpha_0 \cdot l\,\alpha_2}\,\alpha_1^{k_1}\left(\alpha_0^{k_0} - 1\right)\left(\alpha_2^{k_2} - 1\right) \ldots\ldots (a\,2)$$

La loi des expressions des assurances contre les risques provenant des maisons voisines est ici manifeste. Il y aura pour facteurs, 1.° les probabilités c_1, c_2, c_3, etc., que l'incendie franchira les diverses cloisons qui sont sur son passage; 2.°

celles $\alpha_1^{k_1}$, $\alpha_2^{k_2}$, $\alpha_3^{k_3}$, etc., qu'il se propagera d'une extrémité à l'autre des bâtimens qu'il doit brûler pour arriver à celui qu'il est question d'assurer. On trouverait donc en général pour l'assurance du N.° *o* contre les risques provenant d'un numéro quelconque *i*,

$$\frac{S_0}{K_0} A_i D_i C_1 C_2 C_3 \ldots C_i \alpha_1^{k_1} \alpha_2^{k_2} \ldots \alpha_{i-1}^{k_{i-1}} \left(\frac{\alpha_0^{k_0} - 1}{l \alpha_0}\right) \left(\frac{\alpha_i^{k_i} - 1}{l \alpha_i}\right)$$

Ou en faisant, en général, pour abréger

$$A_x \quad D_x = a_x$$

$$\frac{\alpha_x^{k_x} - 1}{l \alpha_x} = E_x$$

$$\alpha_x^{k_x} = F_x$$

$$\frac{S_0 \quad E_0}{K_0} \quad a_i \; E_i \; C_1 \; C_2 \; C_3 \ldots . \; C_i \; F_1 \; F_2 \ldots . \; F_{i-1}$$

C'est ce qu'il serait très-facile de démontrer rigoureusement. L'assurance du bâtiment N.° *o* contre tous les risques qu'il court étant la somme des assurances (a 0), (a 1), (a 2), etc., contre les risques provenant de toutes les parties, est donnée par l'expression

$$(9)$$

$$ {}_nZ_m = \frac{S_0}{K_0} \left\{ \begin{array}{l} 2\, a_0 \,(E_0 - K_0) \\ + E_0 \left\{ \begin{array}{l} a_1 E_1 C_1 + a_2 E_2 C_1 C_2 F_1 + a_3 E_3 C_1 C_2 C_3 F_1 F_2 \ldots . \\ \ldots . + a_m E_m C_1 C_2 \ldots C_m F_1 F_2 \ldots F_{m-1} \\ + {}_1a\, {}_1E\, {}_1C + {}_2a\, {}_2E\, {}_1C\, {}_2C\, {}_1F + {}_3a\, {}_3E\, {}_1C\, {}_2C\, {}_3C\, {}_1F\, {}_2F \ldots . \\ \ldots \ldots + {}_na\, {}_nE\, {}_1C\, {}_2C \ldots {}_nC\, {}_1F\, {}_2F \ldots {}_{n-1}F \end{array} \right. \end{array} \right. $$

Il est utile pour prendre l'assurance d'un groupe de maisons d'avoir cette expression en fonction du numéro qu'aurait la maison à assurer si les numéros étaient mis à partir de la première maison à gauche qui s'appellerait N.° 1. Alors en désignant par i le numéro dans la nouvelle série de la maison à assurer, qui portait le N.° o, et par μ le nombre $n + 1 + m$ des maisons, on a

$$i = n + 1 \qquad \text{ou} \qquad n = i - 1$$
$$m = \mu - i$$

On aura les nouveaux numéros en ajoutant i aux anciens à droite. Quant aux numéros à gauche, qui sont négatifs, il faudra au contraire déduire de i l'ancien numéro à gauche. On aura ainsi pour l'assurance de la maison N.° i dans un groupe de μ maisons en ligne

$$(9)'$$

$$ {}_{i}Z_{\mu} = \frac{S_i}{K_i} $$

$$\left\{\begin{array}{l} 2\, a_i \left(E_i - K_i \right) \\ + E_i \left\{ \begin{array}{l} \left(\begin{array}{r} a_{i+1}\, E_{i+1}\, C_{i+1} + a_{i+2}\, E_{i+2}\, C_{i+1}\, C_{i+2}\, F_{i+1} \\ + a_{i+3}\, E_{i+3}\, C_{i+1}\, C_{i+2}\, C_{i+3}\, F_{i+1}\, F_{i+2} \qquad\qquad \\ \ldots\ldots + a_{\mu}\, E_{\mu}\, C_{i+1}\, C_{i+2} \ldots C_{\mu}\, F_{i+1}\, F_{i+2} \ldots F_{\mu-1} \end{array} \right) \\ + a_{i-1}\, E_{i-1}\, C_{i-1} + a_{i-2}\, E_{i-2}\, C_{i-1}\, C_{i-2}\, F_{i-2} + \ldots\ldots \\ \ldots\ldots + a_{1}\, E_{1}\, C_{i-1}\, C_{i-2} \ldots C\;\, F_{i-1}\, F_{i-2} \ldots F_{2} \end{array} \right. \end{array}\right.$$

S'il était question d'assurer le groupe entier de $n + 1 + m$ maisons considéré comme un édifice unique, ou seulement d'une partie de ce groupe, il suffirait de prendre la somme des assurances de toutes les maisons qu'on se proposerait d'assurer.

S'il s'agissait d'assurer un bâtiment de largeur uniforme séparé en $n + 1 + m$ parties par $n + m$ cloisons également espacées, et si, comme cela a lieu dans les assurances que nous avons appelées générales, on n'avait point égard aux causes qui peuvent exposer certaines parties à de plus grands dangers d'explosion d'incendie, ou rendre certaines parties ou certaines cloisons plus combustibles, il faudrait regarder toutes les quantités désignées par la même lettre diversement numérotée comme égales entr'elles et en les désignant par la même lettre sans numéro, il viendra, en remplaçant, pour abréger, α^k par F,

$${}_n Z_m = \frac{\mathrm{SAD}}{k}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{2}{(l\alpha)^2}\left(\alpha^k - 1 - k\,l\alpha\right) \\ + \mathrm{C}\left(\dfrac{\alpha^k - 1}{l\alpha}\right)^2 \left\{ \begin{array}{l} \quad \mathrm{C} + \mathrm{C}^2\,\mathrm{F} + \mathrm{C}^3\,\mathrm{F}^2 + \mathrm{C}^4\,\mathrm{F}^3 \ldots \\ \ldots\ldots + \mathrm{C}^m\,\mathrm{F}^{m-1} \\ \quad + \mathrm{C} + \mathrm{C}^2\,\mathrm{F} + \mathrm{C}^3\,\mathrm{F}^2 \ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots + \mathrm{C}^n\,\mathrm{F}^{n-1} \end{array} \right\} \end{array} \right.$$

ou

$$(10) \qquad {}_n Z_m = \frac{\mathrm{SAD}}{k} \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{2}{(l\alpha)^2}\left(\alpha^k - 1 - k\,l\alpha\right) \\ + \mathrm{C}\left(\dfrac{\alpha^k - 1}{l\alpha}\right)^2 \dfrac{2 - \mathrm{C}^m\,\mathrm{F}^m - \mathrm{C}^n\,\mathrm{F}^n}{1 - \mathrm{C}\,\mathrm{F}} \end{array} \right\}$$

Telle est l'assurance de la partie N.º 0, qui en a m à sa droite et n à sa gauche. Il serait convenable de substituer à ce numéro celui $n + 1 = i$ qu'elle aurait si on marquait les numéros à partir de la gauche en commençant par 1 et faisant le nombre $n + 1 + m$ des maisons égal μ, on aurait

$$n = i - 1 \quad \text{et} \quad m = \mu - i$$

et la formule (10) deviendrait

$$(10)' \quad {}_i Z_\mu = \frac{\mathrm{SAD}}{k\,(l\,\alpha)^2} \left\{ 2\,\left(\alpha^k - 1 - k\,l\,\alpha\right) + \frac{\mathrm{C}\,(\alpha^k - 1)^2}{1 - \mathrm{C}\,\alpha^k} \left(2 - \left(\mathrm{C}\,\alpha^k\right)^{\mu - i} - \left(\mathrm{C}\,\alpha^k\right)^{i-1}\right) \right\}$$

Pour avoir l'assurance d'un groupe de parties, il faut considérer cette valeur comme la différence de l'assurance et l'intégrer aux différences finies, ce qui donne, pour l'assurance des μ parties ou de l'édifice entier,

$$(11) \quad \Sigma\, Z_\mu = \frac{\mathrm{SAD}}{k\,(l\,\alpha)^2} \left\{ 2\,\mu\left(\alpha^k - 1 - k\,l\,\alpha\right) + \frac{\mathrm{C}\,(\alpha^k - 1)^2}{1 - \mathrm{C}\,\alpha^k} \left(2\,\mu - 2\,\frac{1 - (\mathrm{C}\,\alpha^k)^\mu}{1 - \mathrm{C}\,\alpha}\right) \right\}$$

S est ici la somme à rembourser en cas d'incendie de chacune des parties et k la μ.$^{\text{me}}$ partie de la longueur totale.

Il est facile de reconnaître qu'ici comme lorsque l'incendie est regardé comme marchant par sauts brusques, c'est la partie du milieu qui est la plus exposée. En effet, en prenant avec la formule (10)' $\frac{d\,{}_i Z_\mu}{d\,i} = 0$, on a, en faisant pour abréger $c\,\alpha^k = \nu$,

$$l\nu . \nu^{\mu - i} - l\nu . \nu^{i - 1} = 0,$$

d'où l'on tire $i = \frac{\mu + 1}{2}$.

Lorsque μ est impair, cette valeur de i, qui correspond à l'assurance maximum, indique bien la case du milieu; mais lorsque μ est pair, cette expression donne pour le numéro cherché un nombre fractionnaire qui correspond au milieu de l'édifice. Cela tient à ce que i ne varie que par différences de un et non par différences infiniment petites, comme on le suppose implicitement en différentiant par rapport à i. Il faut donc s'assurer par un autre moyen si effectivement ce sont les deux cases du milieu qui courent le plus de dangers.

L'assurance donnée par la formule (10)′ pour la case N.o i n'a que deux termes qui contiennent i : c'est le binome

$$-\left(\nu^{\mu - i} + \nu^{i - 1}\right)$$

et comme il est soustractif, l'assurance diminue lorsqu'il augmente.

Supposons maintenant μ impair de la forme $2.o + 1$: le numéro de la case du milieu étant $(o + 1)$, le binome sera

$$-\left(\nu^{o} + \nu^{o}\right) = -2\nu^{o}$$

le binome pour la case suivante N.o $o + 2$ sera

$$-\left(\nu^{o-1} + \nu^{o+1}\right)$$

Le rapport de ces deux binomes sera

$$\frac{2\nu^{o}}{\alpha^{o-1} + \nu^{o+1}} = \frac{2\nu}{1 + \nu^{2}}$$

Or, ν est égal à $c.\alpha^k$, qui est le produit de deux fractions plus petites que l'unité; il est donc lui-même plus petit que un.

En faisant $\nu = 1 - \delta$, δ sera positif et le rapport

$$\frac{2\nu}{1+\nu^2} \text{ deviendra } \frac{2-2\delta}{1+1-2\delta+\delta^2} = \frac{(2-2\delta)}{(2-2\delta)+\delta^2}$$

rapport dans lequel le numérateur excède le dénominateur de δ^2; le binome est donc plus grand pour la case qui suit celle du milieu, et, par conséquent, l'assurance de cette case est moindre que celle du milieu.

Les assurances des diverses cases sont d'autant moindres qu'elles sont plus éloignées du milieu. En effet, le binome relatif à l'assurance de la case quelconque N.° $o+x$ est

$$-\left(\nu^{o-x+1} + \nu^{o+x-1}\right)$$

celui de la case suivante N.° $o+x+1$ est

$$-\left(\nu^{o-x} + \nu^{o+x}\right)$$

Le rapport de ces deux binomes est

$$\frac{\nu^{o-x+1}+\nu^{o+x-1}}{\nu^{o-x}+\nu^{o+x}} = \frac{\nu+\nu^{2x-1}}{1+\nu^{2x}} = \frac{1+\nu^{2x-1}-\delta}{1+\nu^{2x-1}-\delta^{2x-1}}$$

Les deux premiers termes du numérateur et du dénominateur de cette fraction sont identiques. Le troisième, qui est soustractif des deux côtés, est plus grand au numérateur qu'au dénominateur, puisque celui du dénominateur est égal au premier, multiplié par un nombre plus petit que l'unité. Donc le numérateur est moindre que le dénominateur ; donc l'assurance d'une case qui est plus éloignée du milieu est moindre que celle de la case précédente.

Cette proposition se démontrerait de la même manière pour le cas où μ est un nombre pair.

Il est encore facile de reconnaître que les assurances des cases également éloignées du milieu sont égales. En effet, dans le cas où μ est pair et égal à $2\,o$, les deux parties du milieu ont les N.os o et $o + 1$; deux autres cases également éloignées de x rangs de celles-là porteraient les N.os $o - x$ et $o + 1 + x$. Or, le binome pour le N.o $o - x$ est

$$- \left(\nu^{-2o-o+x} + \nu^{o-x-1}\right) = - \left(\nu^{o+x} + \nu^{o-x-1}\right)$$

et pour celui N.o $o + x + 1$

$$- \left(\nu^{o-x-1} + \nu^{o+x}\right)$$

qui est égal au précédent, et on se rappelle que ces binomes sont les seuls termes qui, dans la formule de l'assurance, contiennent le numéro des cases.

Dans le cas où μ est impair $= 2\,o + 1$, la case du milieu porte le N.o $o + 1$; celles qui sont de chaque côté à x numéros de distance ont les N.os $o + 1 - x$ et $o + 1 + x$, pour lesquels les binomes sont $-\left(\nu^{o+x} + \nu^{o-x}\right)$ et $-\left(\nu^{o-x} + \nu^{o+x}\right)$, et par conséquent égaux.

Assurance d'un bâtiment qui est partout d'égale largeur et qui est séparé en diverses parties par des cloisons inégalement espacées.

Supposons maintenant qu'il s'agisse d'assurer un bâtiment qui ait partout la même largeur, qui soit divisé par des cloisons inégalement espacées, qu'on n'entre point dans l'examen de la valeur particulière de chaque partie, ni des chances d'incendie qu'elle court et qu'on ne recherche point non plus si une cloison pourra plus facilement qu'une autre arrêter l'incendie.

Alors, en désignant par S la somme totale à rembourser pour l'incendie de l'édifice entier, par K la longueur totale des diverses parties que je suppose, comme dans la formule (9′), numérotées de 1 à μ à partir de la gauche, par G la probabilité d'explosion d'incendie dans l'édifice entier. En appelant toujours K_1, K_2, K_3...... K_μ les longueurs particulières des diverses parties, alors, disons-nous, toutes les probabilités C_1, C_2.... etc. que l'incendie franchirait les diverses cloisons, doivent être regardées comme égales entr'elles, et nous les désignerons toutes par c.

Il en est de même des probabilités α_1, α_2, α_3..... etc. de propagation d'incendie dans les diverses parties, qui seront toutes égales à α, et de celles A_1, A_2, A_3.... etc. d'explosion d'incendie sur chaque surface unitaire, qui seront toutes égales à A.

Les lettres a, E et F qui entrent dans la formule (9′) pour l'abréger deviendront ici

$$a_x = AD \quad \Big| \quad E_x = \frac{\alpha^{k_x} - 1}{l\,\alpha} \quad \Big| \quad F_x = \alpha^{k_x}$$

et la valeur S_x de la partie quelconque N.^{o} x sera $S K_x$.

La formule (9′), qui donne comme l'on sait l'assurance de la partie N.o i dans un groupe de μ bâtimens en ligne, deviendra ici, en mettant pour a E et F, leurs valeurs

$$
{}_{i}Z_{\mu} = \frac{\mathrm{SAD}}{(l\alpha)^2} \tag{12}
$$

$$
\left\{
\begin{array}{l}
2\left(\alpha^{k_i} - 1 - k_i\, l\alpha\right) \\[2ex]
+\left(\alpha^{k_i} - 1\right)
\left\{
\begin{array}{l}
C\left(\alpha^{k_{i+1}} - 1\right) + C^2\left(\alpha^{k_{i+2}} - 1\right)\alpha^{k_{i+1}} \\
\quad + C^3\left(\alpha^{k_{i+3}} - 1\right)\alpha^{k_{i+1} + k_{i+2}} \\[1ex]
+ C^4\left(\alpha^{k_{i+4}} - 1\right)\alpha^{k_{i+1} + k_{i+2} + k_{i+3}} \\
\quad + C^{\mu-i}\left(\alpha^{k_{\mu}} - 1\right)\alpha^{k_{i+1} + k_{i+2} \ldots + k_{\mu-1}} \\[1ex]
+ C\left(\alpha^{k_{i-1}} - 1\right) + C^2\left(\alpha^{k_{i-2}} - 1\right)\alpha^{k_{i-1}} \\
\quad + C^3\left(\alpha^{k_{i-3}} - 1\right)\alpha^{k_{i-1} + k_{i-2}} + \ldots\ldots \\
\quad \ldots + C^{i-1}\left(\alpha^{k_1} - 1\right)\alpha^{k_{i-1} + k_{i-2} \ldots + k_2}
\end{array}
\right.
\end{array}
\right.
$$

On obtiendra facilement, au moyen de cette formule, l'assurance de l'édifice entier en prenant la somme

$$
{}_{1}Z_{\mu} + {}_{2}Z_{\mu} + {}_{3}Z_{\mu} \ldots\ldots + {}_{\mu}Z_{\mu}
$$

ou la somme des assurances de toutes les parties. Le résultat que l'on obtiendrait pourrait servir à résoudre pour le cas actuel, où l'incendie est regardé comme pouvant être arrêté en chaque point, les questions résolues dans la première partie pour le cas où il est regardé comme ne pouvant s'arrêter qu'aux cloisons. La résolution de ces questions amènerait une grande complication de signes et nous ferait sortir des bornes de cet opuscule.

De l'assurance d'un groupe de bâtimens formant une ligne dont les deux extrémités se rejoignent.

Cherchons maintenant à résoudre, pour l'assurance des bâtimens formant une ligne dont les deux extrémités se rejoignent, les questions que nous avons résolues pour les bâtimens en ligne droite. Beaucoup d'édifices sont dans le cas dont il s'agit ici. Il y a surtout un grand nombre de fermes bâties autour d'une grande cour, pour lesquelles il sera d'autant plus nécessaire d'employer les formules qui vont suivre, que les probabilités de propagation d'incendie y sont très-grandes, et qu'alors il est nécessaire d'avoir égard, dans le calcul de l'assurance de chaque corps, aux dangers qui proviennent des parties éloignées.

Soient 1, 2, 3, 4.... $(n - 1)$ n les numéros de différens corps de bâtimens construits les uns à la suite des autres de manière à renfermer un certain espace, ces bâtimens étant séparés par les cloisons C_1, C_2, C_3.... C_{n-1}, C_n.

Nous conserverons ici les dénominations précédentes. Les longueurs K des divers corps, qui seront de plus distinguées par le N.° de la partie mise en indice, devront être prises sur la ligne qui, placée vers le milieu des bâtimens, peut être considérée comme celle que parcourt l'incendie, telle que la ligne ponctuée tracée sur la figure. (*Voyez fig.* 2, *pl.* 2.)

Proposons-nous d'abord de trouver l'assurance de la partie N.° 1. Pour cela prenons le point A à gauche du N.° 1 pour origine des longueurs qui se mesureront sur la ligne ponctuée tracée vers le milieu des bâtimens.

Soit Mm une tranche quelconque du corps N.° 1 placée à la distance y de l'origine, dy étant sa largeur infiniment petite et $S_1 . \dfrac{dy}{k_1}$ la somme à rembourser dans le cas où elle viendrait à brûler.

Nous allons chercher d'abord la probabilité d'incendie de cette tranche par l'effet d'un incendie qui aurait éclaté dans une autre tranche quelconque N_n placée à la distance x de l'origine et dans le même N.o 1. Deux intégrations de l'équation obtenue nous feront connaître l'assurance du N.o 1 contre les dangers qui proviennent de lui-même. Nous supposerons ensuite la tranche N*n* dans la partie N.o 2. Nous chercherons encore la probabilité que la même tranche M*m* sera brûlée par l'effet d'un incendie éclaté dans la première, et deux nouvelles intégrations nous donneront l'assurance du N.o 1 contre les dangers provenant des incendies qui éclateraient dans le N.o 2. En faisant la même chose pour chacun des corps de bâtimens et prenant la somme des assurances contre les risques provenant de toutes les parties, on aura l'assurance demandée.

Soit donc N*n* une tranche du N.o 1, de largeur infiniment petite dx, placée à la distance x de l'origine. L'aire des matériaux combustibles de cette tranche est $D_1\,dx$, et comme A_1 représente la probabilité de naissance d'incendie sur une surface unitaire de matériaux combustibles du N.o 1, $A_1\,D_1\,dx$ est la probabilité que le feu éclatera dans l'année dans la tranche N*n*.

La probabilité que l'incendie une fois éclaté en N se communiquera en M dans le sens NM est.............. α_1^{x-y}.

L'incendie éclaté en N peut encore se communiquer en M dans l'autre sens N C_1 C_2 ..... C_n M et la probabilité de cet évènement est celle du concours des évènemens indépendans qui suivent.

	Probabilité de l'évènement.
1.o Que le feu se propagera de N en C_1 dans le sens N C_1.................................	$\alpha_1^{k_1-x}$.
2.o Qu'il franchira la cloison C_1.....................	C_1.
3.o Qu'il brûlera la partie N.o 2 et atteindra la cloison C_2................................	$\alpha_2^{k_2}$.

4.° Qu'il franchira la cloison N.° 2 .... C_2.

....

Qu'il brûlera la partie N.° n .... $\alpha_n^{k_n}$.

Qu'il franchira la cloison C_n .... C_n.

Et enfin qu'il brûlera la longueur $C_n M$ du N.° 1. α_1^{y}.

La probabilité que l'incendie éclaté en N se communiquera en M dans le sens $N C_1 \ldots\ldots C_n M$ est donc $C_1\ C_2\ C_3 \ldots\ldots \ldots C_n\ \alpha_2^{k_2}\ \alpha_3^{k_3} \ldots\ldots \alpha_n^{k_n}\ \alpha_1^{k_1+y-x}$.

Pour avoir la probabilité que M*m* sera brûlée par l'effet de l'incendie éclaté en N*n*, il faut ajouter les deux probabilités ci-dessus des deux cas favorables à l'évènement et déduire de la somme la probabilité que la tranche M*m* sera brûlée dans les deux sens par l'effet du même incendie éclaté en N. Or, la probabilité que M sera brûlée par ces deux causes est le produit de leurs probabilités, savoir :

$$\alpha_1^{x-y}.\ C_1\ C_2 \ldots\ldots C_n\ \alpha_2^{k_2}\ \alpha_3^{k_3} \ldots\ldots \ldots\ldots \alpha_n^{k_n}\ {}_1\alpha^{k_1+y-x} = C_1\ C_2 \ldots C_n\ \alpha_1^{k_1}\ \alpha_2^{k_2} \ldots \alpha_n^{k_n}.$$

Pour abréger, nous ferons en général

$$C_2\ C_3\ C_4 \ldots\ldots C_n = \left(\underset{2\ldots\ldots n}{C}\right)$$

$$\alpha_2^{k_2}\ \alpha_3^{k_3}\ \alpha_4^{k_4} \ldots\ldots \alpha_n^{k_n} = \left(\underset{2\ldots\ldots n}{\alpha}\right)$$

et $C_1\ C_2\ C_3 \ldots C_n\ \alpha_1^{k_1}\ \alpha_2^{k_2} \ldots \alpha_n^{k_n} = \left(\underset{1\ldots\ldots n}{C}\right)\left(\underset{1\ldots\ldots n}{\alpha}\right) = \nu$.

Donc la probabilité que le feu éclatera dans la tranche N*n* (corps N.° 1) et qu'il brûlera M*m* d'une manière quelconque est

$$A_1\, D_1\, dx \left\{ \alpha_1^{x-y} + \begin{pmatrix} C \\ 1 \ldots n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ 2 \ldots n \end{pmatrix} \alpha_1^{k_{1+y-x}} - \nu \right\}$$

En intégrant cette différentielle entre les limites $x = y$ et $x = k_1$, nous aurons la probabilité de l'incendie de la tranche M*m* par le fait d'un incendie éclaté dans la partie MC$_1$. Or, l'intégrale est

$$\frac{A_1\, D_1}{l\, \alpha_1} \left\{ \alpha_1^{x-y} - \nu\, \alpha_1^{y-x} - \nu\, l\, \alpha_1\, x + \text{Const.} \right\}$$

qui doit être nulle quand $x = y$; ce qui donne

$$\text{Const.} = -1 + \nu + \nu\, l\, \alpha_1\, y.$$

Et en mettant ensuite k_1 pour x, on a pour la probabilité de l'incendie de M*m*, par le fait de la partie MC$_1$,

$$\frac{A_1\, D_1}{l\, \alpha_1} \left\{ \alpha_1^{k-y} - 1 - \nu \left(\alpha_1^{y-k} - 1 \right) - \nu . l\alpha_1 \left(k - y \right) \right\}$$

et comme les tranches placées à gauche entre C$_{11}$ et M font courir à la tranche M*m* les mêmes chances que si elles étaient de l'autre côté, il faut, pour avoir la probabilité de l'incendie de M*m* par le fait d'un incendie éclaté dans un lieu quelconque de la partie N.° 1, ajouter à l'expression ci-dessus une autre semblable, dans laquelle $k - y$ sera remplacé par y; ce qui donnera

$$\frac{A_1\, D_1}{l\, \alpha_1} \left\{ \left(\alpha_1^{k-y} + \alpha_1^{y} - 2 \right) - \nu \left(\alpha_1^{y-k} + \alpha_1^{-y} - 2 \right) - k\nu\, l\alpha_1 \right\}$$

La somme à rembourser pour l'incendie de la tranche M*m* étant $\frac{S_1\, dy}{k_1}$, l'assurance de cette tranche est le produit de la probabilité ci-dessus par cette somme. En intégrant ce produit il vient

$$\frac{S_1 A_1 D_1}{k_1 l\alpha_1}\left\{\left(-\frac{\alpha_1^{k_1-y}}{l\alpha_1}+\frac{\alpha_1^{y}}{l\alpha_1}-2y+\text{Const}_1\right)\right.$$
$$\left.-\nu\left(\frac{\alpha_1^{y-k_1}}{l\alpha_1}-\frac{\alpha_1^{-y}}{l\alpha_1}-2y+\text{Const}_2\right)-\left(k\nu l\alpha_1\left(y+\text{Const}_3\right)\right)\right\}$$

Pour avoir l'assurance de la partie N.o 1 entière contre les dangers provenant du N.o 1 seul, il faut prendre cette intégrale entre les limites o et k_1, ce qui donnera (a 1) :

$$\frac{2\,S_1 A_1 D_1}{k_1 (l\alpha_1)^2}\left\{\alpha_1^{k_1}-1-k_1\, l\alpha_1+\nu\left(\alpha_1^{-k_1}-\frac{k_1^2}{2}+k_1\, l\alpha_1\right)\right\}$$

Il est à remarquer que si l'une quelconque des probabilités C du passage du feu aux cloisons est nulle, ν sera nul et l'assurance ci-dessus deviendra la même que si le bâtiment était en ligne droite. Il en serait de même si l'une quelconque des probabilités α de propagation d'incendie dans les diverses parties était nulle ; ν serait encore égal à zéro, et l'expression serait réduite comme ci-dessus à ses trois premiers termes, qui sont précisément ceux que nous avons trouvés pour l'assurance d'un bâtiment en ligne droite.

Cherchons maintenant l'assurance de la partie N.o 1 contre les dangers provenant du N.o 2. Pour cela nous allons chercher comme précédemment l'assurance de la tranche Mm, que nous supposons toujours placée dans le N.° 1 à la distance y de l'origine, contre les dangers provenant de celle Nn que nous supposons maintenant dans le N.o 2 et à la distance x de l'origine.

La probabilité que l'incendie éclatera dans l'année en Nn est

$A_2\, D_2\, dx$, et celle qu'il brûlera alors l'élément M en allant dans le sens $C_1\, C_n''$ est $\alpha_2^{x-k_1}\, C_1\, \alpha_1^{k_1-y}$, et en allant dans l'autre sens, $C_2\, C_3 \ldots\, C_n\, \alpha_2^{k_1+k_2-x}\, \alpha_3^{k_3}\, \alpha_4^{k_4} \ldots\, \alpha_n^{k_n}\, \alpha_1^{y}$, et enfin la probabilité de cet évènement par les deux causes à la fois est le produit des deux probabilités ci-dessus; c'est-à-dire encore ν. Si donc on désigne par Z_2 l'assurance que nous cherchons, nous aurons, d'après les mêmes raisonnemens que dans le cas précédent,

$$\frac{d^2 Z_2}{dx\, dy}\, dx\, dy = \frac{S_1\, A_2\, D_2}{k_1} \,.\, dx \,.\, dy$$
$$\left\{ C_1\, \alpha_1^{k_1-y}\, \alpha_2^{x-k_1} + \left(\overset{C}{2 \ldots n}\right)\left(\overset{\alpha}{3 \ldots n}\right) \alpha_1^{y}\, \alpha_2^{k_1+k_2-x} - \nu \right\}$$

Pour avoir Z_2, il faut intégrer par rapport à x, entre les limites $x = k_1$ et $x = k_1 + k_2$, ce qui donnera

$$\frac{d.\, Z_2}{dy}\, dy = \frac{S_1}{k_1}\, \frac{A_2\, D_2\, dy}{l\, \alpha_2} \left\{ C_1 \left(\alpha_2^{k_2} - 1\right) \right.$$
$$\left. + \left(\overset{C}{2 \ldots n}\right)\left(\overset{\alpha}{3 \ldots n}\right) \alpha_1^{y} \left(\alpha_2^{k_2} - 1\right) - \nu\, k_2\, l\, \alpha_2 \right\}$$

Puis en intégrant par rapport à y entre les limites 0 et k_1, on trouvera, pour l'assurance du N.o 1 contre les risques provenant du N.o 2,

$$(a\,2) \qquad \frac{S_1}{k_1}\, \frac{A_2\, D_2}{l\, \alpha_1\, l\, \alpha_2} \left\{ C_1 \left(\alpha_1^{k_1} - 1\right)\left(\alpha_2^{k_2} - 1\right) \right.$$
$$\left. + \left(\overset{C}{2 \ldots n}\right)\left(\overset{\alpha}{3 \ldots n}\right)\left(\alpha_1^{k_1} - 1\right)\left(\alpha_2^{k_2} - 1\right) - \nu\, k_1\, k_2\, l\alpha_1\, l\alpha_2 \right\}$$

Plaçons maintenant la tranche N*n* dans le corps N.o 3, et désignons par Z_3 l'assurance du N.o 1 contre les dangers provenant du N.o 3. Il est facile de voir par ce qui précède que

$$\frac{d^2 Z_3}{dx\,dy}\,dx\,dy = \frac{S_1}{k_1} A_3 D_3\,dx\,dy$$
$$\left\{ C_1 C_2\, \alpha_1^{k_1-y}\, \alpha_2^{k_2}\, \alpha_3^{x-(k_1+k_2)} \right.$$
$$\left. + \binom{C}{3\ldots n}\binom{\alpha}{4\ldots n} \alpha_1^{y}\, \alpha_3^{k_1+k_2+k_3-x} - \nu \right\}$$

En intégrant entre les limites $x = k_1 + k_2$ et $x = k_1 + k_2 + k_3$, on trouve

$$\frac{dZ_3}{dy}\,dy = \frac{S_1}{k_1}\,\frac{A_3 D_3\,dy}{l\alpha_3} \left\{ C_1 C_2\, \alpha_1^{k_1-y}\, \alpha_2^{k_2} \left(\alpha_3^{k_3} - 1\right) \right.$$
$$\left. + \binom{C}{3\ldots n}\binom{\alpha}{4\ldots n} \alpha_1^{y} \left(\alpha_3^{k_3} - 1\right) - \nu k_3\, l\alpha_3 \right\}$$

Puis, en intégrant par rapport à y entre les limites 0 et k_1, on a pour l'assurance cherchée,

$$(\text{a } 3) \qquad \frac{S_1}{k_1}\,\frac{A_3 D_3}{l\alpha_1\, l\alpha_3} \left\{ C_1 C_2\, \alpha_2^{k_2} \left(\alpha_1^{k_1} - 1\right)\left(\alpha_3^{k_3} - 1\right) \right.$$
$$\left. + \binom{C}{3\ldots n}\binom{\alpha}{4\ldots n} \left(\alpha_1^{k_1} - 1\right)\left(\alpha_3^{k_3} - 1\right) - \nu k_1 k_3\, l\alpha_1\, l\alpha_3 \right\}$$

La loi que suivent ces expressions des assurances du N.o 1 contre les dangers provenant des diverses parties est maintenant évidente. En désignant, comme précédemment, par $({}_{1}Z_{n})$ l'assurance du corps N.o 1 dans un édifice fermé composé de n parties, et faisant aussi pour abréger

$$\frac{\alpha_x^{k_x} - 1}{l\,\alpha_x} = E_x$$

On a, en prenant la somme des assurances (a 1), (a 2), (a 3), etc.,

$$(13)$$

$$\begin{aligned}({}_{1}Z_{n}) = {} & \\ & \frac{2\,S_1 A_1 D_1}{k_1\,(l\,\alpha_1)^2}\left\{\alpha_1^{k_1} - 1 - k_1\,l\alpha_1 + \nu\left(\alpha_1^{-k_1} - \frac{k_1^{\,2}}{2} + k_1\,l\,\alpha_1\right)\right\} \\ & + \frac{E_1 S_1}{k_1}\left\{\begin{array}{l} A_2 D_2 E_2 \left\{ C_1 + \binom{C}{2\ldots n}\binom{\alpha}{3\ldots n} \right. . \\ + A_3 D_3 E_3 \left\{ C_1\, C_2 \binom{\alpha}{2} + \binom{C}{3\ldots n}\binom{\alpha}{4\ldots n} \right. \\ + A_4 D_4 E_4 \left\{ \binom{C}{1\ldots 3}\binom{\alpha}{2\ldots 3} + \binom{C}{4\ldots n}\binom{\alpha}{5\ldots n} \right. \\ \cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot \\ \cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot \\ + A_n D_n E_n \left\{ \binom{C}{1\ldots(n-1)}\binom{\alpha}{2\ldots(n-1)} + C_n \right. \end{array}\right\} \\ & - S_1\,\nu\,\left\{ A_2\,D_2\,k_2 + A_3\,D_3\,k_3 \ldots\ldots A_n\,D_n\,k_n \right\}\end{aligned}$$

En prenant la somme des expressions semblables pour toutes les parties de 1 à n, on aura l'assurance de l'édifice entier.

Si, au lieu de connaître les probabilités A d'explosion d'incendie sur chaque surface unitaire de chacune des parties, on connaissait les probabilités G_1, G_2, $G_3 \ldots\ldots G_n$ que le feu éclatera dans l'année dans les parties respectives 1, 2, $3 \ldots n$ entières; comme on aurait en général $AKD = G$, il suffirait de remplacer les produits AD de la formule (13) par $\frac{G}{K}$ avec les mêmes indices.

Supposons maintenant que le bâtiment fermé qu'il est question d'assurer soit composé de n parties égales en longueur, en largeur, en valeur, en combustibilité, et faisant courir les mêmes chances d'explosion d'incendie; et supposons encore que toutes les probabilités du passage du feu aux diverses cloisons soient égales, de sorte que toutes les lettres K, D, S, α et C portant pour indice le numéro de chaque partie soient respectivement égales à K, D, S, α et C. L'assurance donnée par la formule (13) viendra alors indépendante du numéro de la maison; on aura donc l'assurance de l'édifice entier en la multipliant par n. On trouvera ainsi, après avoir sommé deux séries de termes qui sont en progression géométrique, pour l'assurance (Z_n) d'un édifice fermé composé de n parties égales de longueur k,

$$(Z_n) = \frac{2n\,SAD}{k\,(l\,\alpha)^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha^k - 1 - k\,l\alpha + C^n\,\alpha^{nk}\left(\alpha^{-k} - \frac{k^2}{2} + k\,l\alpha\right) \\ + C\,(\alpha^k - 1)^2\,\frac{1 - C^{n-1}\,\alpha^{(n-1)k}}{1 - C\alpha^k} - \frac{n-1}{2}\,k^2\,C^n\,\alpha^{nk} \end{array} \right\} \quad (14)$$

Assurance d'un bâtiment fermé qui a partout une égale largeur et qui est séparé en un certain nombre n *de parties par autant de cloisons placées d'une manière quelconque.*

Cherchons maintenant l'assurance d'un bâtiment fermé ayant partout la même largeur et séparé en un certain nombre n parties par un nombre égal de cloisons, et supposons que l'assurance doive être faite sans examiner la valeur particulière et les chances d'explosion et de propagation des diverses parties, non plus que la probabilité de passage du feu aux diverses cloisons.

Désignons par S la somme totale à rembourser pour l'incendie de l'édifice entier; par k la longueur totale des parties qui porteront les numéros 1 à n; par $k_1\ k_2 \ldots\ldots\ k_n$ leurs longueurs particulières, et par G la probabilité d'explosion d'incendie dans l'édifice entier.

Pour appliquer ici la formule (13), il faudra remplacer toutes les probabilités $A_1\ A_2 \ldots\ldots\ A_n$ d'explosion d'incendie par $\frac{G\,k_1}{k},\ \frac{G\,k_2}{k} \ldots\ldots \frac{G\,k_n}{k}$, toutes les probabilités $\alpha_1\ \alpha_2 \ldots\ \alpha_n$ de propagation par α, toutes les lettres $C_1\ C_2 \ldots\ C_n$ par C, toutes les lettres D par D, et enfin toutes les sommes particulières $S_1\ S_2 \ldots\ S_n$ par $\frac{S k_1}{k},\ \frac{S k_2}{k} \ldots\ldots \frac{S k_n}{k}$. Il faudra encore remplacer les symboles généraux $\binom{C}{i \ldots n}$ par C^{n-i+1}

$$\nu = \binom{C}{1 \ldots n}\binom{\alpha}{1 \ldots n} \text{ par } C_n\,\alpha^k$$

et

$$E_x = \frac{\alpha^{k_x} - 1}{l\,\alpha}$$

$\binom{\alpha}{i\ldots n}$ sera égal à $\alpha^{k_i + k_{i+1} \ldots\ldots + k_n}$ et nous le représenterons encore par le même signe $\binom{\alpha}{i\ldots n}$.

En faisant ces substitutions dans la formule (13), on trouve

(15)

$$({}_1Z_n) = \frac{2\,\mathrm{SGD}\,k_1}{k^2\,(l\,\alpha)^2}$$

$$\left(\alpha^{k^1} - 1 - k_1\,l\,\alpha + C^n\,\alpha^k\left(\alpha^{-k_1} - \frac{k_1^{\,2}}{2} + k_1\,l\,\alpha\right)\right)$$

$$+\frac{\mathrm{SGDE}_1}{k^2}\left\{\begin{array}{lr}
k_2\,E_2\left(C\right. & \left.+\,C^{n-1}\binom{\alpha}{3\ldots n}\right)\\
+\,k_3\,E_3\left(C_2\binom{\alpha}{2}\right. & \left.+\,C^{n-2}\binom{\alpha}{4\ldots n}\right)\\
+\,k_4\,E_4\left(C^3\binom{\alpha}{2.3}\right. & \left.+\,C^{n-3}\binom{\alpha}{5\ldots n}\right)\\
+\,.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. & \\
+\,k_n\,E_n\left(C^{n-1}\binom{\alpha}{2\ldots(n-1)}\right. & \left.+\,C\right)
\end{array}\right\}$$

$$-\frac{\mathrm{SGD}\,k_1\,C^n\,\alpha^k}{k^2}\left(k_2^{\,2} + k_3^{\,2} + k_4^{\,2}\ldots + k_n^{\,2}\right)$$

En augmentant tous les indices d'une unité et comptant l'indice $(n+1)$ comme 1, on aura l'assurance de la partie N.° 2. En augmentant tous les indices de $2, 3 \ldots (n-1)$ et écrivant en général i au lieu de $n+i$, on aura de même les assurances de toutes les autres parties $3, 4 \ldots n$; et en prenant leur somme, on aura l'assurance de l'édifice entier.

L'expression générale de cette somme est facile à trouver;

mais elle est trop compliquée pour que nous l'écrivions ici. Nous nous contenterons de donner la formule de l'assurance de l'édifice entier dans le cas où cet édifice forme un parallélogramme ayant une cloison à chaque angle. Nous mettons d'autant plus d'intérêt à cela, que c'est à-peu-près le cas de beaucoup d'édifices ruraux, qui sont fort exposés à l'incendie et à l'assurance desquels on ne saurait mettre trop d'attention.

Dans le cas dont nous parlons on a

$$n=4 \qquad k_3=k_1 \qquad \text{et} \qquad k_4=k_2\,;$$

ensuite les parties N.os 1 et 3 et 2 et 4, étant égales et placées de la même manière, ont des assurances respectivement égales. En appliquant ici la formule (15), on trouve

$$({}_1Z_4)+({}_3Z_4)=\frac{2\,S\,G\,D}{k^2\,(l\,\alpha)^2}$$

$$\left(\begin{array}{l} 2\,k_1\left\{\alpha_1^{\,k_1}-1-k_1\,l\,\alpha+C^4\,\alpha^k\left(\alpha^{-k_1}-\dfrac{k_1^{\,2}}{2}+k_1 l\alpha\right)\right\} \\ +\left(\alpha^{k_1}-1\right)\left\{\begin{array}{l} k_2\left(\alpha^{k_2}-1\right)\left(C+C^3\,\alpha^{k_1+k_2}\right) \\ +k_1\left(\alpha^{k_1}-1\right)\left(2\,C^2\,\alpha^{k_2}\right) \\ +k_2\left(\alpha^{k_2}-1\right)\left(C^3\,\alpha^{k_2+k_1}+C\right) \end{array}\right\} \\ -k_1\,C^4\,\alpha^k\left(2\,k_2^{\,2}+k_1^{\,2}\right) \end{array}\right.$$

$$({}_2Z_4)+({}_4Z_4)=\frac{2\,S\,G\,D}{k^2\,(l\,\alpha)^2}$$

$$\left(\begin{array}{l} 2\,k_2\left\{\alpha_2^{\,k_2}-1-k_2\,l\,\alpha+C^4\,\alpha^k\left(\alpha^{-k_2}-\dfrac{k_2^{\,2}}{2}+k_2\,l\,\alpha\right)\right\} \\ +2\left(\alpha^{k_2}-1\right)\left\{\begin{array}{l} k_1\left(\alpha^{k_1}-1\right)\left(C+C^3\,\alpha^{\frac{k}{2}}\right) \\ +k_2\left(\alpha^{k_2}-1\right)C^3\,\alpha^{k_1} \end{array}\right\} \\ -k_2\,C^4\,\alpha^k\left(2\,k_1^{\,2}+k_2^{\,2}\right) \end{array}\right.$$

En ajoutant ces deux expressions, on aura, pour l'assurance d'un édifice entier bâti en parallélogramme et séparé en quatre parties par autant de cloisons placées aux quatre angles, ou de manière à ce que les parties opposées soient égales, on aura, disons-nous, pour cette assurance,

$$\frac{2\,\mathrm{SGD}}{k^2(l\alpha)^2}\left\{\begin{array}{l} \qquad 2k_1\Big\{\alpha^{k_1}-1-k_1\,l\alpha \\ +\mathrm{C}^4\alpha^k\left(\alpha^{-k_1}-\frac{k_1^{\,2}}{2}+k_1\,l\alpha\right)\Big\} \\ \qquad +2k_2\Big\{\alpha^{k_2}-1-k_2\,l\alpha \\ +\mathrm{C}^4\alpha^k\left(\alpha^{-k_2}-\frac{k_2^{\,2}}{2}+k_2\,l\alpha\right)\Big\} \\ +k\left(\alpha^{k_1}-1\right)\left(\alpha^{k_2}-1\right)\left(\mathrm{C}+\mathrm{C}^3\alpha^{\frac{k}{2}}\right) \\ +2k_1\mathrm{C}^2\alpha^{k_2}\left(\alpha^{k_1}-1\right)^2+2k_2\mathrm{C}^2\alpha^{k_1}\left(\alpha^{k_2}-1\right)^2 \\ -\mathrm{C}^4\alpha^k\Big\{k_1\left(k_1^{\,2}+2k_2^{\,2}\right)+k_2\left(2k_1^{\,2}+k_2^{\,2}\right)\Big\} \end{array}\right. \qquad (16)$$

Si l'édifice, ayant toujours une cloison à chaque angle, était bâti autour d'une cour carrée ou en losange, en désignant par b la longueur de chaque côté, la formule ci-dessus donnerait, en faisant $k_1 = k_2 = b$ et $k = 4b$,

$$\frac{\mathrm{SGD}}{2b(l\alpha)^2}\left\{\begin{array}{l} \alpha^b-1-b\,l\alpha+\mathrm{C}^4\alpha^{4b}\left(\alpha^{-b}-\frac{b^2}{2}+b\,l\alpha\right) \\ +\mathrm{C}\left(\alpha^b-1\right)^2\left(1+\mathrm{C}\alpha^b+\mathrm{C}^2\alpha^{2b}\right)-\frac{3}{2}\mathrm{C}^4\alpha^{4b}\,b^2 \end{array}\right\} \qquad (17)$$

pour l'assurance de l'édifice carré ci-dessus.

Il est facile de reconnaître qu'entre tous les édifices de même longueur et de même largeur, bâtis autour d'une cour en parallélogramme et ayant une cloison à chaque angle, c'est, toutes choses égales d'ailleurs, l'édifice construit autour d'un losange dont l'assurance est la moindre. En effet, en faisant dans la formule (16) $k_2 = \frac{1}{2} k - k_1$, prenant la différentielle par rapport à k_1, et l'égalant à zéro, on aura la condition de l'assurance minimum ; or, tous les termes de cette équation, que je n'écris pas à cause de sa longueur, se détruisent deux à deux par la supposition de $k_1 = \frac{1}{4} k = k_2$.

Lorsque le nombre de côtés de l'édifice est quelconque, on prouverait par un raisonnement semblable à celui que nous avons employé dans la première partie pour les cas où l'incendie est considéré comme marchant par sauts brusques, que l'assurance minimum a lieu lorsque toutes les parties sont égales.

De l'assurance d'un bâtiment de largeur inégale.

Les bâtimens que nous avons considérés jusqu'ici avaient toujours dans chaque corps la même largeur, de sorte que partout le développement D de la longueur totale des parties combustibles était le même ; mais lorsque la largeur est irrégulière, le développement varie proportionnellement à cette largeur. Désignons par λ la largeur variable du bâtiment en un point quelconque N, par D le développement aussi variable du bâtiment au même point, et par x la distance de l'origine au point considéré. La forme du bâtiment étant donnée, on a $\lambda = f(x)$, f désignant une fonction connue, et comme on a $D = C\lambda$, C étant une constante, on a $D = cf(x)$ ou $D = \varphi(x)$ en faisant $cf(x) = \varphi(x)$.

Ici, comme dans les bâtimens rectangles, nous supposons toujours que la construction est telle que l'incendie brûle nécessairement à la fois toute la largeur et la hauteur.

Considérons le bâtiment comme composé d'une infinité de tranches, séparées par des plans verticaux infiniment voisins et perpendiculaires à la longueur du bâtiment. Soit M^m une de ces tranches placée à la distance y de l'origine et dont il est question de déterminer l'assurance. (*Voyez fig.* 3, *pl.* 2.)

Soit toujours S la somme à rembourser pour l'incendie du bâtiment entier, et E l'aire du bâtiment en matériaux combustibles. Le développement du bâtiment en M étant $D = \varphi(y)$' l'aire combustible de M^m est $\varphi(y)\,dy$, et sa valeur $\frac{S\,\varphi(y)\,dy}{E}$.

Cette tranche peut être brûlée par l'effet d'un incendie éclaté dans une quelconque des autres. Soit N^n cette tranche et x sa distance à l'origine. A désignant toujours la probabilité que le feu éclatera dans une étendue unitaire quelconque du bâtiment, $A\,\varphi y\,dy$ sera la probabilité qu'il éclatera dans la tranche N^n.

Dans les bâtimens d'égale largeur, lorsque l'incendie est arrivé en un point quelconque, la probabilité qu'il parcourra encore une longueur unitaire de plus reste toujours la même; savoir : $\alpha = \frac{a\,D}{1 - a + a\,D}$ et celle que l'incendie éclaté en N^n viendra brûler M est α^{x-y}. Cette expression ne convient pas au cas actuel, puisque, D étant variable, α l'est aussi. Pour obtenir la probabilité que l'incendie éclaté en N^n brûlera M^m, probabilité que nous désignerons par p, supposons que l'incendie soit arrivé de N en O après avoir parcouru la distance $NO = t$, $p + dp$ sera la probabilité qu'il brûlera encore la tranche suivante dt; or, au point O le développement étant $\varphi\,t$, la probabilité de propagation à une distance quelconque t serait $\left(\frac{a\,\varphi\,t}{1 - a + a\,\varphi\,t}\right)$ si le développement restait le même; mais comme ce développement ne varie qu'infiniment peu d'une tranche à la voisine, la probabilité de propagation à la tranche $d\,t$ ne varie que d'un infiniment petit du second ordre d'une tranche à la voisine, et est $\left(\frac{a \varphi t}{1 - a + a \varphi t}\right)^{dt}$

Pour brûler la tranche dt par l'incendie éclaté en x, il faut le concours de ces deux événemens indépendans : 1.° propagation jusqu'en y, dont la probabilité est p ; 2.° propagation de t en $t + dt$, dont la probabilité est $\left(\frac{a \varphi t}{1 - a + a \varphi t}\right)^{dt}$. On a donc pour déterminer p l'équation différentielle

$$p + dp = p\left(\frac{a \varphi t}{1 - a + a \varphi t}\right)^{dt};$$

mais on a en général $a^x = 1 + \frac{l\,a}{1}\,x + \frac{(l\,a)^2}{1.2}\,x^2 + \ldots,$ etc.

Donc on a ici, en développant et supprimant les termes où dt se trouve à une puissance supérieure à la première,

$$p + dp = p\left(1 + dt\,.\,l\,\frac{a \varphi t}{1 - a + a \varphi t}\right),$$

d'où l'on tire

$$\frac{dp}{p} = l\,\frac{a \varphi t}{1 - a + a \varphi t}\,dt,$$

puis en intégrant et désignant par e la base des logarithmes naturels

$$p = e^{\int dt\,.\,l\,\frac{a \varphi t}{1 - a + a \varphi t}}.$$

Lorsque la forme du bâtiment sera donnée, on connaîtra φt et on pourra obtenir exactement, ou par approximation, l'intégrale ci-dessus. En la prenant entre les limites $t = o$ et $t = x - y$, la constante arbitraire se déterminera par la condition qu'à $t = o$ correspond $p = 1$: puisque le feu étant supposé éclaté en N^n, il y a certitude que cette tranche sera brûlée, ou que l'incendie se propagera à la distance o.

Nous aurons donc en employant une notation usitée

$$p = e^{\int_{x-y}^{0} dt \,.\, l \frac{a\varphi t}{1-a+a\varphi t}} \qquad (18).$$

Pour que l'incendie éclate dans l'élément N^n et se communique à celui M^m, il faut le concours de ces deux événemens indépendans :

	PROBABILITÉ DE L'ÉVÉNEMENT.
1.° Que le feu éclate en N^n........	$A\,\varphi x.\,dx.$
2.° Qu'il se communique de N^n en M^m.......	$p = e^{\int_{x-y}^{0} dt \,.\, l \frac{a.\varphi t}{1-a+a.\varphi t}}.$

La probabilité de l'événement composé est donc

$$A\,\varphi x\,dx\,.\,e^{\int_{x-y}^{0} dt \,.\, l \frac{a\varphi t}{1-a+a\varphi t}},$$

et comme la somme à rembourser pour l'incendie de la tranche y est $\frac{S.\varphi y.dy}{E}$, on a, en désignant toujours par z l'assurance cherchée,

$$\frac{d^2 z}{dx\,.\,dy}\,dx\,dy = \frac{S\,.\,\varphi y\,.\,dy}{E}\,A.\,\varphi x.\,dx\;e^{\int_{x-y}^{0} dt \,.\, l \frac{a\varphi t}{1-a+a\varphi t}} \qquad (19).$$

L'intégrale par rapport à x devant être prise depuis $x = y$ jusqu'à $x = k$, longueur de l'édifice, pour les tranches à droite de Mm ; il faudra ensuite ajouter à cette intégrale une autre semblable, dans laquelle $K - y$ de la première sera remplacé par y ; pour exprimer l'assurance du même élément Mm contre les chances qui proviennent de la partie située à gauche.

L'intégrale par rapport à x étant ainsi complète, il faudra intégrer par rapport à y entre les limites o et k, pour avoir l'assurance du bâtiment entier, ou entre les limites d'une partie désignée, si on ne veut que l'assurance de cette partie.

On peut au moyen de la formule (19) trouver quelle est la forme d'un bâtiment pour laquelle l'assurance est la moindre. Il suffit pour cela de déterminer par le calcul des variations quelle doit être la fonction φ pour rendre z un minimum. Mais nous ne nous arrêterons pas à ce calcul, qui serait excessivement compliqué ; car déjà le plus souvent, les intégrations indiquées par la formule (19) seront impraticables. On pourra en juger par l'application suivante, faite pour le cas le plus simple, celui où le plan du bâtiment est un trapèze.

Application de la formule precedente à l'assurance d'un bâtiment dont le plan est un trapèze.

Soit d le plus petit développement du bâtiment à une extrémité et d' le plus grand. Pour fixer les idées je suppose que la petite largeur est à gauche à l'origine des coordonnées. Le développement de la tranche Nn, qui est placée à la distance x de l'origine, est, d'après l'équation de la droite, qui représente une des façades, $d + \frac{d' - d}{k} x$, ou $d + \nu x$ en faisant pour abréger

$$\frac{d' - d}{k} = \nu$$

La largeur en un autre point quelconque o (fig. précédente) plus rapproché de l'origine d'une distance t, largeur que nous avons désignée en général par $\varphi\, t$, est $d + \nu\,(x - t)$. On a donc pour le cas actuel

$$\varphi\, t = d + \nu\,(x - t)$$

Nous allons d'abord nous occuper de chercher l'expression de p.

L'équation (17) donnant lorsqu'on prend le logarithme des deux membres

$$lp = \int_{x-y}^{0} dt \,.\, t\, \frac{a\varphi t}{1 - a + a\varphi t}$$

En intégrant cette équation par les procédés connus, et en faisant pour abréger

$$a\,(d + \nu\, x) = \mathrm{X}$$
$$a\,(d + \nu\, y) = \mathrm{Y}$$

il vient

$$p^{\frac{a\nu}{a-1}} = 1 + (1 - a)$$

$$\left\{ \left(\frac{\mathrm{Y}^{\mathrm{Y}}}{(1 - a + \mathrm{Y})^{1-a+\mathrm{Y}}} \right)^{\frac{1}{1-a}} - \left(\frac{\mathrm{X}^{\mathrm{X}}}{(1 - a + \mathrm{X})^{1-a+\mathrm{X}}} \right)^{\frac{1}{1-a}} \right\}$$

En tirant p de cette équation et substituont son expression à

$$e^{\int_{x-y}^{0} dt \,.\, l \frac{a\varphi t}{1 - a + a\varphi t}}$$

dans la formule (19) on obtiendrait après deux nouvelles intégrations l'assurance cherchée; mais ce seraient des opérations que je regarde comme impraticables et ne pouvant d'ailleurs conduire qu'à des résultats inutiles à cause de leur extrême complication. Nous allons donc chercher à obtenir par un autre moyen l'assurance d'un bâtiment dont les largeurs aux deux extrémités sont inégales. Pour cela nous admettrons que la probabilité p de propagation de N en M est la même que si le bâtiment avait partout la largeur moyenne. Cette hypothèse diminuera les chances de propagation pour certaines parties et en augmentera d'autres, de sorte que l'expression de l'assurance totale à laquelle elle conduira différera peu de la véritable.

Cela posé, δ et δ' désignant les développemens du bâtiment aux deux extrémités; savoir : δ pour le petit côté et δ' pour l'autre, le développement moyen, que nous désignerons par D, est $\frac{\delta+\delta'}{2}$ et notre hypothèse consiste à faire pour toutes les parties

$$\alpha = \frac{a\,\mathrm{D}}{1 - a + a\,\mathrm{D}}$$

ce qui donne

$$p = \alpha^{x-y}$$

On a toujours d'ailleurs

$$\varphi y = \delta + \frac{\delta' - \delta}{k}\,y \quad \text{et}\ \varphi x = \delta + \frac{\delta' - \delta}{k}\,x$$

ou en faisant pour abréger $\frac{\delta' - \delta}{k} = \nu$

$$\varphi y = \delta + \nu y \qquad \varphi x = \delta + \nu x$$

L'équation (19) sera pour le cas actuel

$$\frac{d^2 z}{dx\ dy}\ dx\ dy$$

$$= \frac{S\ .\ A}{E}\left(\delta + \nu y\right) dy \left(\delta + \nu x\right) \alpha^{x-y}\ dx$$

or $\int\left(\delta + \nu x\right) \alpha^{x-y}\ dx = \frac{\alpha^{x-y}}{l\,\alpha}\left(\delta + \nu x - \frac{\nu}{l\,\alpha}\right) + \text{const.}$

Cette intégrale, prise depuis $x = y$ jusqu'à $x = k$ pour tous les dangers que court la tranche y par le fait des tranches qui sont à sa droite, est

$$\frac{\alpha^{k-y}}{l\,\alpha}\left(\delta + \nu k - \frac{\nu}{l\,\alpha}\right) - \frac{1}{l\,\alpha}\left(\delta + \nu y - \frac{\nu}{l\,\alpha}\right)$$

Il faut ajouter à cette dernière expression celle qui est relative aux dangers résultant des tranches à gauche, et il est clair qu'elle ne diffère de la précédente que par le changement de $k - y$ en y, c'est-à-dire qu'elle est

$$\frac{\alpha^{y}}{l\,\alpha}\left(\delta + \nu k - \frac{\nu}{l\,\alpha}\right) - \frac{1}{l\,\alpha}\left(\delta + \nu\,(k - y) - \frac{\nu}{l\,\alpha}\right)$$

La somme de ces deux expressions est

$$\frac{1}{l\,\alpha}\left\{\left(\alpha^{k-y} + \alpha^{y}\right)\left(\delta + \nu k - \frac{\nu}{l\,\alpha}\right) - \left(2\,\delta + \nu\,k - \frac{2\,\nu}{l\,\alpha}\right)\right\}$$

On a donc

$$\frac{dz}{dy}\,dy = \frac{\mathrm{S\,A}}{\mathrm{E}\,.\,l\,\alpha}$$

$$\left\{\begin{array}{l} \quad\left(\delta + \nu k - \frac{\nu}{l\alpha}\right)\left(\delta + \nu y\right)\left(\alpha^{k-y} - \alpha^{y}\right) \\ -\left(2\delta + \nu k - \frac{2\nu}{l\alpha}\right)\left(\delta + \nu y\right) \end{array}\right\} dy$$

Or en remarquant que

$$\int \left(\alpha^{k-y} + \alpha^{y}\right)\, dy = \frac{1}{l\alpha}\left(-\alpha^{k-y} + \alpha^{y}\right)$$

on trouve, en intégrant par parties, que

$$\int \left(\delta + \nu y\right)\left(\alpha^{k-y} + \alpha^{y}\right) dy =$$

$$-\frac{1}{l\alpha}\left\{\left(\delta + \nu y\right)\left(\alpha^{k-y} - \alpha^{y}\right) + \frac{\nu}{l\alpha}\left(\alpha^{k-y} + \alpha^{y}\right)\right\}$$

puis, que

$$\mathrm{Z} = \frac{\mathrm{S\,A}}{\mathrm{E}\,l\alpha} \times$$

$$\left\{\begin{array}{l} \qquad\qquad -\frac{\delta + \nu k - \frac{\nu}{l\alpha}}{l\alpha} \\ \left[\left(\delta + \nu y\right)\left(\alpha^{k-y} + \alpha^{y}\right) + \frac{\nu}{l\alpha}\left(\alpha^{k-y} + \alpha^{y}\right)\right] \\ -\left(2\delta + \nu k - \frac{2\nu}{l\alpha}\right)\left(\delta y + \frac{\nu y^{2}}{2}\right) \end{array}\right\} + \mathrm{Const}$$

En prenant l'intégrale entre les limites $y = o$ et $y = k$ pour avoir l'assurance du bâtiment entier, on a

$$Z = \frac{\mathrm{S\,A}}{\mathrm{E}\,(l\,\alpha)^2}\left(2\,\delta + \nu\,k\right)$$

$$\left\{ \left(\delta + \nu\,k - \frac{\nu}{l\,\alpha}\right)\left(\alpha^k - 1\right) - \frac{k\,l\,\alpha}{2}\left(2\,\delta + \nu\,k - \frac{2\,\nu}{l\,\alpha}\right) \right\}$$

Puis, en remarquant que $\mathrm{E} = \frac{\delta' + \delta}{2}\,\mathrm{K}$ et que comme

$$\nu = \frac{\delta' - \delta}{k},$$

on a
$$2\,\delta + \nu\,k = \delta' + \delta$$
$$\delta + \nu\,k = \delta'$$

on trouve définitivement pour l'assurance d'un trapèze

$$Z = \frac{2\,\mathrm{S\,A}}{k\,(l\,\alpha)^2}$$

$$\left\{\left(\delta' - \frac{\delta' - \delta}{k\,l\,\alpha}\right)\left(\alpha^k - 1\right) - k\,l\,\alpha\,\frac{\delta' + \delta}{2} + \delta' - \delta\right\} \quad (20)$$

En faisant dans cette formule δ, qui est le petit côté, égal à zéro, on trouvera pour l'assurance d'un bâtiment triangulaire isocèle dans lequel δ' ou $2\,\mathrm{D}$ est le développement du petit côté du triangle, et k la hauteur du triangle ou la longueur du bâtiment dans le sens qui serait parcouru par l'incendie; on trouve, disons-nous, pour l'assurance d'un triangle isocèle,

$$\frac{2\,\mathrm{S\,A}\,\delta'}{k\,(l\,\alpha)^2}\left\{\alpha^k\left(1 - \frac{1}{k\,l\,\alpha}\right) - \frac{k\,l\,\alpha}{2} + \frac{1}{k\,l\,\alpha}\right\} \ldots (21)$$

On peut facilement exprimer ces deux assurances en fonction du développement moyen D et de la différence $\delta' - \delta$ des deux développemens aux extrémités ; pour cela faisons

$$\delta' - \delta = 2\,\Delta\,.$$

comme on a d'ailleurs $\delta' + \delta = 2\,D$,

il viendra $\delta' = D + \Delta\,.$

La première formule (20) donne successivement

$$Z = \frac{2\,S\,A}{k\,(l\,\alpha)^2} \left\{ \left(D + \Delta - \frac{2\,\Delta}{k\,l\,\alpha}\right)\left(\alpha^k - 1\right) - D\,k\,l\,\alpha + 2\,\Delta \right\}$$

$$\text{et } Z = \frac{2\,S\,A\,D}{k\,(l\,\alpha)^2} \left\{ \alpha^k - 1 - k\,l\,\alpha + \frac{\Delta}{D}\left(\alpha^k + 1 - 2\,\frac{\alpha^k - 1}{k\,l\,\alpha}\right) \right\} .(22)$$

La formule (21), qui donne l'assurance d'un bâtiment triangulaire, devient, par la substitution de $\delta' = 2\,D$,

$$\frac{2\,S\,A\,D}{k\,(l\,\alpha)^2} \left\{ 2\,\alpha^k \left(1 - \frac{1}{k\,l\,\alpha}\right) - k\,l\,\alpha + \frac{2}{k\,l\,\alpha} \right\} \ldots .(23)$$

On obtiendrait le même résultat en faisant dans (22) $\Delta = D$.

Nous avons trouvé pour l'assurance d'un bâtiment rectangle de développement D et de longueur k, et par conséquent de même aire kD que le trapèze et le triangle ci-dessus,

$$\frac{2\,S\,A\,D}{k\,(l\,\alpha)^2} \left(\alpha^k - 1 - k\,l\,\alpha\right) \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Les facteurs $\frac{2\,S\,A\,D}{k\,(l\,\alpha)^2}$ sont les mêmes aux trois formules et, ainsi que cela devait être, la partie $\alpha^k - 1 - k\,l\,\alpha$, qui est indépendante de Δ dans la parenthèse de la formule (22), est la même que pour le bâtiment rectangle formule (1). Il s'en suit que suivant que le polynome $\alpha^k + 1 - 2\,\frac{\alpha^k - 1}{k\,l\,\alpha}$, qui multiplie $\frac{\Delta}{D}$, sera positif ou négatif, l'assurance d'un bâtiment en trapèze sera plus grande ou plus petite que celle d'un bâtiment rectangle de même longueur et de même aire : or nous allons démontrer qu'il est toujours additif.

Dans le cas où $\alpha = 0$ le polynome devient

$$0 + 1 - 2\,\frac{0 - 1}{-\infty} = 1$$

Et dans le cas où $\alpha = 1$ il devient

$$1 + 1 - 2\,\frac{0}{0}$$

Quantité qui est indéterminée ; mais en différentiant par rapport à α les deux termes de la fraction $\frac{\alpha^k - 1}{k\,l\,\alpha}$, il vient pour sa véritable valeur dans le cas ci-dessus

$$\frac{k\,\alpha^{k-1}\,d\,\alpha}{k\,\frac{d\,\alpha}{\alpha}} = \alpha^k = 1$$

La véritable valeur du polynome dans le cas où $\alpha = 1$ est donc 0. On reconnaîtrait aussi que pour toutes les valeurs de α, intermédiaires entre celles 0 et 1 ci-dessus, le polynome est toujours additif. Or, α, étant la probabilité de propagation à une distance unitaire, ne peut avoir que des valeurs entre 0 et 1 ; donc toujours le polynome sera additif, et toujours aussi l'assurance d'un bâtiment en trapèze sera plus grande que celle d'un autre bâtiment rectangle de même longueur, de même aire et dans lequel tout sera d'ailleurs égal.

Il en est de même d'un bâtiment triangulaire de même longueur qu'un bâtiment rectangle, puisqu'un triangle peut être considéré comme un trapèze dont le petit côté est nul.

L'assurance des bâtimens irréguliers étant, toutes choses égales d'ailleurs, plus grande que celle des bâtimens rectangles, c'est un motif à joindre à ceux du bon goût, de la facilité de construction et de la solidité, pour faire les bâtimens rectangles.

Pour faire apprécier la différence qui existe entre les assurances des bâtimens également combustibles, de même longueur et de même superficie, nous avons fait l'application des formules (1), (22) et (23), au cas où $\alpha = \frac{1}{2}$, $k = 10$ et $D = 5$, où pour le trapèze $\delta = 3$, $\delta' = 7$, et par conséquent $\Delta = 2$ et $D = 5$, et où pour le triangle la base $\delta' = 20$ et $D = 5$. Ces trois bâtimens ayant la même superficie 50, nous avons trouvé :

Pour l'assurance du bâtiment rectangle, formule (1)........................	2 S A .	6,174
Pour l'assurance du bâtiment en trapèze, formule (22)........................	2 S A .	8,322
Pour l'assurance du bâtiment triangulaire, formule (23)........................	2 S A .	11,045

Les applications de ces formules demandent beaucoup d'attention, à cause des logarithmes de la fraction α, qui sont soustractifs, et de la distinction qu'il faut faire entre les logarithmes naturels ou hyperboliques, qui sont ceux indiqués par la formule et les logarithmes vulgaires dont on doit se servir pour calculer α^k et d'autres quantités.

De l'assurance des édifices auxquels viennent aboutir des embranchemens.

Le cas où à la ligne principale de maisons viendraient aboutir un ou plusieurs embranchemens se ramène facilement aux précédens par le même moyen que dans la première partie. En effet soit o le numéro de la maison de la ligne principale, à laquelle vient aboutir un embranchement composé de n' maisons. Désignons ces maisons par les N.os 1, 2.... n', que nous supposons placés, en commençant à donner le N.o 1 à la maison qui est en contact avec la ligne principale, et représentons par les mêmes lettres que pour les premières maisons, et avec un accent pour les distinguer, les quantités relatives à l'incendie des maisons de l'embranchement.

La probabilité $A_0 K_0 D_0$ d'explosion d'incendie dans le N.o o se trouve accrue par l'existence de l'embranchement de la probabilité que cette maison sera brûlée par le fait d'un incendie éclaté dans une quelconque des maisons de l'embranchement ou de la somme des probabilités de toutes les causes qui peuvent produire cet événement.

Pour trouver cette somme, nous allons comme précédemment chercher sa différentielle en considérant les chances provenant d'une tranche quelconque placée dans la maison N.o i de l'embranchement et à la distance x de la cloison qui sépare le N.o i du précédent.

L'évènement de l'incendie du N.o o par le fait de la tranche considérée exige le concours des évènemens indépendans ci-après :

Que le feu prenne naissance dans la tranche...	$A_i\ D_i\ dx$
Propagation jusqu'à la cloison i.............	α_i^x
Passage à la cloison N.o *i*.................	c_i
Propagation à travers toute la maison N.° (*i*—1).	$\alpha_{i-1}^{k_{i-1}}$
....	
Passage à la cloison N.o 2...................	c_2
Propagation à travers la maison N.o 1.........	$\alpha_1^{k_1}$
Passage à la cloison N.° 1 entre 1 et *o*.......	c_1

La probabilité que le N.° *o* sera brûlé par un incendie éclaté dans la tranche infiniment petite considérée, probabilité qui est égale à dp_i, en désignant par p_i la probabilité que l'incendie aura lieu par une quelconque des tranches du N.° *i*, est donc

$$dp_i = A_i\, D_i\, dx \binom{c}{1\ldots i}\binom{\alpha}{1\ldots\ (i\ldots 1)}\alpha_i^x$$

En faisant comme précédemment pour abréger

$$c_1\, c_2\, c_3\ldots\ c_i = \binom{c}{1\ldots i}$$

Et
$$\alpha_1^{k_1}\ \alpha_2^{k^2}\ \alpha_3^{k_3}\ \ldots\ \alpha_{i-1}^{k_{i-1}} = \binom{\alpha}{1\ldots\ (1-i)}$$

On trouve, en intégrant entre les limites $x = o$ et $x = k_i$

$$p_i = \left(\frac{A_i\, D_i}{l\,\alpha_i}\right)\binom{c}{1\ldots i}\binom{\alpha}{1\ldots\ (i-1)}\left(\alpha_i^{k_i} - 1\right)$$

La probabilité de l'incendie du N.° *o* par une quelconque des maisons de l'embranchement, étant la somme des expressions semblables que l'on peut former en donnant à l'indice i toutes les valeurs de 1 à n', est

$$\Sigma \left\{ \frac{A_i\, D_i}{l\, \alpha_i} \left({}^{\quad c}_{1 \ldots i} \right) \left({}^{\qquad \alpha}_{1 \ldots (i-1)} \right) \left(\alpha_i^{\;k_i} - 1 \right) \right\} \ldots . (24)$$

en désignant par la caractéristique Σ la somme de toutes les expressions que l'on peut former en mettant pour i dans la fonction soumise au signe tous les numéros de 1 à n'.

Lors donc qu'on calculera l'assurance des maisons de la ligne, il faudra, dans le cas actuel, ajouter à la probabilité $A_0\, K_0\, D_0$ d'explosion d'incendie dans le N.° o, auquel l'embranchement aboutit, la quantité ci-dessus; on opérerait de même pour d'autres embranchemens analogues. Ceci s'applique aux bâtimens fermés comme à ceux en ligne.

On n'éprouverait pas plus de difficultés à trouver l'assurance d'une maison faisant partie d'un embranchement quelconque.

De l'assurance d'un bâtiment long avec étage ou d'un bâtiment double sans étage, dans lesquels l'incendie ne se propage point nécessairement d'un côté à l'autre.

Il arrive très-souvent que les incendies brûlent les bâtimens dans toute leur hauteur. Ainsi, pour les cas ordinaires où les édifices avec étages ne sont point très-longs et où les dangers de propagation dans le sens vertical sont très-grands, l'assurance pourra être prise comme s'il n'y avait pas d'étage. Le développement D étant alors la somme des développemens des diverses parties, l'assurance augmentera beaucoup avec le nombre d'étages. Lorsque le bâtiment à assurer a une petite base et est fort élevé, ainsi que cela a souvent lieu dans les grandes villes, chaque étage peut être considéré comme brûlant entièrement tout à la fois, et c'est alors les formules de notre première partie qu'il faudra appliquer ; mais s'il était question d'assurer un bâtiment long avec un étage qui serait construit de manière à présenter quelque obstacle à la propagation de l'incendie dans le sens vertical, il serait possible que le feu parcourût un espace notable d'un côté, sans se communiquer de l'autre et cette circonstance doit influer sur le prix de l'assurance. Il en serait de même si un bâtiment était séparé en deux parties par une cloison dans le sens de la longueur, qui ne serait point un obstacle insurmontable à la propagation de l'incendie. Nous allons donc résoudre le problême suivant pour un bâtiment d'un seul étage.

Déterminer l'assurance d'un bâtiment rectiligne, d'égale largeur dans toutes ses parties et ayant un étage et dans lequel l'incendie est considéré comme pouvant marcher par degrés infiniment petits, soit dans le bas, soit dans le haut séparément, soit dans ces deux parties réunies. (Voy. *fig.* 4, *pl.* 2.)

Soit $A_0 A_1 B_1 B_0$ le bâtiment proposé, dans lequel toutes les lettres relatives au rez-de-chaussée portent le N.° 0 et celles relatives au premier étage le N.° 1. Soit comme précédemment k la longueur commune du haut et du bas et en outre soient :

	DANS LE BAS.	DANS LE HAUT.
La somme à rembourser en cas d'incendie....................	S_0..........	S_1
Le développement en matériaux combustibles..................	D_0..........	D_1
La probabilité de naissance d'incendie sur chaque surface unitaire..	A_0..........	A_1
La probabilité que, dans un bâti-		

	DANS LE BAS.	DANS LE HAUT.
ment de développement également combustible et n'ayant qu'une seule des parties, le feu arrivé en un point quelconque se communiquera à une longueur unitaire de plus.........	a_0.........	a_1

D'après ce que nous avons dit dans les préliminaires, si le feu brûlait séparément le bas et le haut de notre bâtiment, les probabilités qu'étant arrivé en un point quelconque il s'avancerait encore d'une longueur unitaire sont

$$\alpha_0 = \frac{a_0 \, D_0}{1 - a_0 + a_0 \, D_0}$$

$$\alpha_1 = \frac{a_1 \, D_1}{1 - a_1 + a_1 \, D_1}$$

Lorsque le feu s'est communiqué d'un côté à l'autre nous admettons ici, comme dans la première partie, qu'il continue à marcher en brûlant le haut et le bas à la fois, et que quand il est arrêté c'est aussi des deux côtés à la fois, que l'incendie double consumant un plus grand développement $(D_0 + D_1)$ marchera avec plus de force et que la probabilité de sa propagation a une distance unitaire, probabilité que je désignerai par E, sera

$$E = \frac{(D_0 + D_1) \sqrt{a_0 a_1}}{1 - \sqrt{a_0 \, a_1} + (D_0 + D_1) \sqrt{a_0 \, a_1}}$$

Si les probabilités a_0 et a_1 avaient été égales il aurait fallu d'après nos principes mettre a à la place qu'occupe ici $\sqrt{a_0 \, a_1}$ mais ces quantités étant différentes en général, nous avons mis la moyenne proportionnelle entre elles, et il est facile de voir que l'expression ainsi écrite représente bien les circonstances de la question. En effet, les dangers de propagation augmentant avec les longueurs des développemens D_0 et D_1, nous poserons pour les probabilités de propagation verticale dans un bâtiment de développemens quelconques pendant le temps que l'incendie consume la première longueur unitaire :

$$B_0 = \frac{b_0 D_0}{1 - b_0 + b_0 D_0}$$

$$B_1 = \frac{b_1 D_1}{1 - b_1 + b_1 D_1}$$

en désignant par B_0 et B_1 ces probabilités de propagation verticale de bas en haut et de haut en bas. Les probabilités inverses ou celles que l'incendie, après avoir brûlé la première longueur unitaire, ne s'est pas encore communiqué d'un côté à l'autre seront

$$1 - B_0 = \frac{1 - b_0}{1 - b_0 + b_0 D_0}$$

$$1 - B_1 = \frac{1 - b_1}{1 - b_1 + b_1 D_1}$$

Pour passer de là aux probabilités de non propagation lorsque l'incendie a brûlé une longueur t à partir du point où il a pris naissance, on ne peut faire usage des lois physiques connues sur la distribution de la chaleur. Le grand nombre de causes internes et externes qui influent sur la propagation des incendies s'y oppose; mais il est évident que la probabilité de propagation de l'incendie double doit augmenter avec les quatre quantités a_0 a_1 D_0 et D_1, sans que jamais elle puisse surpasser l'unité. Elle ne peut non plus, dans aucun cas, être négative ; elle est égale à la certitude lorsque la somme $D_0 + D_1$ est infinie ou que a_0 a_1 sont égaux à l'unité en même temps. Enfin, si l'une ou l'autre des probabilités a_0 et a_1 était nulle, on aurait $E = 0$, et cela doit être, puisqu'alors il est impossible que les deux parties se brûlent en même temps.

Quant à la probabilité de propagation de l'incendie dans le sens vertical, on ne peut la regarder comme constante pendant tout le cours de l'incendie, sans s'écarter beaucoup de la vérité : car il est évident que le danger augmente avec le nombre de matériaux embrâsés, qui sont autant de causes qui peuvent communiquer l'incendie d'un côté à l'autre. La probabilité de propagation dans le sens vertical variant avec la longueur embrâsée, il faut, avant de déterminer son expression générale, la connaître dans une situation où l'incendie a déjà parcouru une certaine longueur, une longueur unitaire, par exemple. Soient donc b_0 et b_1 les probabilités de propagation de bas en haut et de haut en bas respectivement dans un bâtiment de de même nature que celui à assurer, mais de développement unitaire ; tout ce qu'on peut raisonnablement désirer, c'est que la probabilité de non propagation dans le sens vertical soit exprimée par une fonction qui devienne, 1.° 1 quand $t = 0$; 2.° $1 - B = \frac{1 - b}{1 - b + bD}$ quand $t = 1$; 3.° qu'elle diminue constamment quand t augmente ; 4.° qu'elle ait pour limite 0 quand t augmente indéfiniment ; 5.° qu'elle devienne 1 quand $b = 0$ et 0 quand $b_0 = 1$; 6.° quelle devienne 1 quand $D_0 = 0$ et $(1 - b)$ quand $D = 1$.

Toutes ces conditions peuvent être remplies par un nombre infini de fonctions, dont la plus simple est

$$\frac{1-b}{1-b+b\,\mathrm{D}\,t}$$

Mais en admettant cette expression la résolution se ramène à l'intégration d'une différentielle du troisième ordre dans laquelle $(1-b+b\,\mathrm{D}\,t)^3$ se trouve au dénominateur, tandis que le numérateur contient des quantités exponentielles, et dans ce cas l'intégration dépend de la transcendante

$\int\frac{a^x\,dx}{x}$, qui ne peut s'obtenir sous forme finie. La question ne pourrait donc être résolue que par une série contenant une infinité de termes très-compliqués. On évite cet inconvénient en prenant une fonction qui se prête facilement aux intégrations. En désignant par B_0 et B_1 les probabilités que le feu ne s'est point encore communiqué du bas au haut et du haut au bas respectivement lorsque l'incendie a brûlé la longueur quelconque t, on satisfait à toutes les conditions exigées ci-dessus en posant

$$\beta_0 = \left(\frac{1-b_0}{1-b_0+b_0\,\mathrm{D}_0}\right)^t$$

$$\beta_1 = \left(\frac{1-b_1}{1-b_1+b_1\,\mathrm{D}_1}\right)^t$$

Ou en faisant pour abréger

$$\frac{1-b_0}{1-b_0+b_0\,\mathrm{D}_0} = 1-\mathrm{B}_0 = \epsilon_0$$

$$\frac{1-b_1}{1-b_1+b_1\,\mathrm{D}_1} = 1-\mathrm{B}_1 = \epsilon_1$$

on a

$$\beta^0 = \varepsilon_0'$$

$$\beta_1 = \varepsilon_1'$$

Cela posé, considérons le bâtiment comme décomposé en tranches infiniment étroites par des plans verticaux perpendiculaires à la longueur. Chacune de ces tranches sera composée d'un élément dans le bas et d'un dans le haut. Nous supposons que l'incendie marche en brûlant, dans toute la largeur du bâtiment, chacun de ces élémens et, de même que dans les problêmes précédens, nous allons chercher l'expression différentielle de l'assurance demandée en prenant l'assurance d'une tranche quelconque $M_0\, m_0\, M_1\, m_1$ placée à la distance y de l'origine A_0 contre les dangers provenant d'un élément quelconque $N_0\, n_0$ placé dans le bas, et de celui supérieur $N_1\, n_1$, placés tous deux à la distance x de l'origine. Par un incendie éclaté dans le bas, la tranche $M_0\, m_0\, M_1\, m_1$ peut n'avoir que son élément inférieur de brûlé ou ses deux élémens peuvent l'être. De même un incendie éclaté dans le haut peut ou brûler l'élément supérieur seul, ou les deux de la tranche. L'assurance de l'édifice est donc composée de quatre parties, savoir :

CONTRE LES RISQUES PROVENANT DU BAS DU BATIMENT :

1.° La somme des assurances de tous les élémens o du bas, contre le danger de brûler seuls. Nous la désignerons par $[Z_0]_0$.

2.° La somme des assurances de toutes les tranches composées de deux élémens o et 1, contre le danger de brûler tous deux par un même incendie. Nous la désignerons par $[Z_0\, Z_1]_0$.

ET CONTRE LES RISQUES PROVENANT DU HAUT DU BATIMENT :

3.° La somme des assurances de tous les élémens du haut, ou N.o 1, contre le danger de brûler seuls; somme que nous appellerons $[Z_1]_1$;

4.° La somme des assurances de toutes les tranches 0 et 1, contre le risque que leurs deux élémens soient brûlés par un même incendie. Nous la désignerons par $[Z_0\ Z_1]_1$.

L'assurance du bâtiment sera donc :

$$\left[Z^0\right]_0 + \left[Z_0\ Z_1\right]_0 + \left[Z_1\right]_1 + \left[Z_0\ Z_1\right]_1$$

le numéro en dehors des parenthèses indiquant l'étage dans lequel l'incendie a commencé, et ceux dans les parenthèses indiquant les étages des élémens brûlés en même temps par suite de cet incendie.

Cherchons d'abord l'assurance $[Z_0\ Z_1]_0$ contre les risques que les deux élémens d'une même tranche courent d'être brûlés par l'effet du même incendie éclaté dans le bas. Supposons pour cela que le feu éclate dans l'élément $N_0\ n_0$ à la distance x de l'origine A_0, puis, qu'il brûle dans le sens horizontal la partie $N_0\ o_0$ de longueur t, avant de se communiquer à la partie supérieure, et que, pendant qu'il parcourt l'espace infiniment petit $O_0\ o_0 = dt$, la communication ait lieu soit en o_1, soit dans un point quelconque de la ligne $N_0\ o_0$. Alors nous admettons que toute la partie $N_1\ o_1$ supérieure à celle incendiée se brûle bientôt, et que l'incendie continue à marcher en brûlant le haut et le bas en même temps et cela avec une force telle que la probabilité de propagation à une distance unitaire soit toujours E ; et supposons enfin que du point o_1 l'incendie double vienne brûler à la fois les deux élémens y considérés.

Pour avoir la probabilité de la supposition ci-dessus, il faut connaître les probabilités de tous les évènemens simples dont elle se compose. C'est ce qui sera facile lorsqu'on connaîtra la probabilité que la communication du feu de bas en haut aura lieu pendant que l'incendie parcourra l'espace infiniment petit $dt = O_0 o_0$. Pour cela j'observe que $\beta_0^{\,t}$ étant la probabilité que la communication n'a pas eu lieu pendant que l'incendie faisait le trajet $N_0 o_0$, $1 - \beta^t$ est la probabilité inverse ; c'est-à-dire, celle que la communication a eu lieu. Par la même raison $1 - \beta^{t+dt}$ est la probabilité que cet événement a eu lieu lorsque l'incendie est arrivé en o_1 ; la probabilité que la communication a eu lieu pendant le trajet Oo est la différence de celles ci-dessus, c'est-à-dire :

$$\left(1-\beta_0^{\,t+dt}\right)-\left(1-\beta_0^{\,t}\right)=d\left(1-\beta_0^{\,t}\right)=-l\beta_0\,.\,\beta_0^{\,t}\,dt$$

Nous pouvons maintenant exprimer la probabilité de l'incendie simultané des deux élémens de la tranche y ; car cet événement composé exige le concours des événemens simples suivans :

	PROBABILITÉS DES ÉVÉNEMENS.
1.° Naissance du feu dans l'élément $N_0\,n_0$...	$A_0\,D_0\,dx$
2.° Propagation horizontale de l'incendie de N_0 en O..................................	$\alpha_0^{\,t}$
3.° Communication au-dessus pendant que le feu fait le trajet Oo.........................	$-l\beta\,.\,\beta^t\,.\,dt$
4.° Propagation horizontale de l'incendie double de o en M.................................	ε^{x-y-t}

La probabilité de l'incendie simultané des deux élémens de la tranche Mm, par le fait d'un incendie éclaté en $N_0\,n_0$ et communiqué au-dessus pendant le trajet infiniment petit de Oo, est donc, en omettant les indices pour la facilité des calculs :

$$\mathrm{AD}\; dx \,.\, \alpha^{t} \left(-l\beta \,.\, \beta^{t}\, dt\right)\; \varepsilon^{x-y-t}$$

La valeur à rembourser en cas d'incendie de la tranche M*m* entière étant $\frac{\mathrm{S}_0 + \mathrm{S}_1}{\mathrm{K}}\, dy$, on a

$$[\mathrm{Z}_0\,\mathrm{Z}_1]_1 = -\iiint \frac{\mathrm{S}_0 + \mathrm{S}_1}{\mathrm{K}}\, dy \,.\, \mathrm{AD} \,.\, l\beta \,.\, \alpha^{t}\, \beta^{t}\, \varepsilon^{x-y-t} \,.\, dx \,.\, dt$$

Pour intégrer cette expression, faisons

$$\frac{\alpha\ \beta}{\varepsilon} = \mathrm{a}$$

il viendra

$$[\mathrm{Z}_0\,\mathrm{Z}_1]_1 = -\frac{\mathrm{S}_0 + \mathrm{S}_1}{\mathrm{K}}\, \mathrm{AD}\ l\beta \iiint \varepsilon^{x-y}\, dy \,.\, dx\ \mathrm{a}^{t}\ dt$$

En intégrant par rapport à t entre les limites $t = 0$ et $t = x$, ainsi qu'on doit le faire, puisque tant que l'incendie du bas n'est point arrivé au bout, il peut encore, après avoir passé la tranche M*m*, se communiquer dans le dessus en quelque endroit et qu'alors, d'après notre hypothèse, le dessus suivrait le sort du dessous, et la tranche M*m* entière serait brûlée, on a

$$[\mathrm{Z}_0\,\mathrm{Z}_1]_0 = -\frac{\mathrm{S}_0 + \mathrm{S}_1}{\mathrm{K}}\, \mathrm{AD}\, \frac{l\beta}{l\,\mathrm{a}} \iint \varepsilon^{x-y} \left(\mathrm{a}^{x} - 1\right) dx \,.\, dy$$

En intégrant cette expression par rapport à x entre les limites $x = y$ et $x = k$ pour avoir l'assurance contre les dangers provenant de la partie $\mathrm{M}_0\,\mathrm{B}_0$ il vient

$$-\frac{S_0+S_1}{k}\,AD\,\frac{l\beta}{la}$$
$$\int \varepsilon^{-y}\,dy\left\{\frac{1}{l(\varepsilon a)}\Big((\varepsilon a)^k-(\varepsilon a)^y\Big)-\frac{1}{l\varepsilon}\,(\varepsilon^k-\varepsilon^y)\right\}$$

On aurait de même pour l'assurance contre les risques provenant de la partie AM, en changeant $k-y$ en y et réciproquement

$$-\frac{S_0+S_1}{k}\,AD\,\frac{l\beta}{la}$$
$$\int \varepsilon^{-k+y}\,dy\left\{\frac{1}{l(\varepsilon a)}\Big((\varepsilon a)^k-(\varepsilon a)^{k-y}\Big)-\frac{1}{l\varepsilon}\,(\varepsilon^k-\varepsilon^{k-y})\right\}$$

L'assurance totale est la somme de ces deux expressions, c'est-à-dire

$$-\frac{S_0+S_1}{k}\,AD\,\frac{l\beta}{la}$$
$$\int\left\{\frac{dy}{l(\varepsilon a)}\,(a^k\varepsilon^{k-y}-a^y+a^k\varepsilon^y-a^{k-y})-\frac{dy}{l\varepsilon}\,(\varepsilon^{k-y}+\varepsilon^y-2)\right\}$$

En intégrant maintenant par rapport à y entre les limites $y=o$ et $y=k$ pour avoir l'assurance du bâtiment entier, il vient

$$-\frac{S_0+S_1}{k}\,AD\,\frac{l\beta}{la}\cdot 2$$
$$\left\{\frac{1}{l(a\varepsilon)}\left(\frac{a^k}{l\varepsilon}\,(\varepsilon^k-1)-\frac{1}{la}\,(a^k-1)\right)-\frac{1}{l\varepsilon}\left(\frac{1}{l\varepsilon}(\varepsilon^k-1)-k\right)\right\}$$

Puis enfin, en rétablissant les indices,

$$[Z_0\, Z_1]_0 = \frac{2\, A_0\, D_0\, (S_0 + S_1)\, l\, \beta_0}{k\, l\, a_0} \left\{ \frac{a_0^{\,k}\,(1 - \varepsilon_0^{\,k})}{l\,\varepsilon_0\,.\,l\,(a_0\,\varepsilon_0)} - \frac{1 - a_0^{\,k}}{l\,a_0\,.\,l\,(a_0\,\varepsilon_0)} + \frac{\varepsilon_0^{\,k} - 1 - k\,l\,\varepsilon_0}{(l\,\varepsilon_0)^2} \right\}$$

formule dans laquelle a_0 remplace $\frac{\alpha_0\,\beta_0}{\varepsilon_0}$.

On aurait eu de même, en faisant également pour abréger

$$a_1 = \frac{\alpha_1\,\beta_1}{\varepsilon_1},$$

$$[Z_0\, Z_1]_1 = \frac{2\, A_1\, D_1\, (S_0 + S_1)\, l\, \beta_1}{k\, l\, a_1} \left\{ \frac{a_1^{\,k}\,(1 - \varepsilon_1^{\,k})}{l\,\varepsilon_1\,.\,l\,(a_1\,\varepsilon_1)} - \frac{1 - a_1^{\,k}}{l\,a_1\,.\,l\,(a_1\,\varepsilon_1)} + \frac{\varepsilon_1 - 1 - k\,l\,\varepsilon_1}{(l\,\varepsilon_1)^2} \right\}$$

Cherchons maintenant $[Z_0]_0$. Pour obtenir son expression différentielle, nous allons chercher l'assurance de l'élément $M_0\, m_0$ contre les risques qu'il court de brûler seul par l'effet d'un incendie éclaté en $N_0\, n_0$. Supposons donc que le feu éclate effectivement dans ce dernier élément. La probabilité qu'il ira au moins jusqu'en $M_0\, m_0$ et que dans ce trajet il ne se communiquera pas au-dessus est $\alpha^{x-y}\,.\,\beta^{x-y}$. Ce serait là la probabilité de l'incendie de l'élément $M_0\, m_0$ seul, s'il n'était possible que dans le reste du trajet $M_0\, A_0$ jusqu'au bout du bâtiment, le feu ne se communiquât quelque part dans le dessus, ce qui entraînerait l'incendie de l'élément supérieur et ferait rentrer dans le cas de $[Z_0\, Z_1]_0$. Il faut donc déduire de $(\alpha\,\beta)^{x-y}$ la probabilité que pendant le trajet que l'incendie peut parcourir au-delà de M, il ne se communiquera pas quelque part dans le dessus. Or, nous avons déjà trouvé que la probabilité que le feu se communiquera au-dessus pendant le trajet infiniment petit dt et lorsqu'il a déjà parcouru l'espace t était $- l\beta \,.\, \beta^t \,.\, dt$; d'une autre part la probabilité que le feu arrivera jusqu'à la distance t dans le cas de l'incendie du bas seul étant α^t, celle que le feu se communiquera au-dessus pendant le trajet $\mathrm{M}_0\,\mathrm{A}_0$ est

$$\int \alpha^t \left(- l\beta \,.\, \beta^t\, dt\right)$$

prise entre les limites $t = x - y$ et $t = x$, c'est-à-dire

$$\frac{l\beta}{l(\alpha\beta)} \left\{ (\alpha\beta)^{x-y} - (\alpha\beta)^x \right\}$$

Ainsi, la probabilité que l'élément $\mathrm{M}_0\, m_0$ sera brûlé sans celui du dessus par un incendie venant de gauche à droite, si le feu prend en $\mathrm{N}_0\, n_0$ est

$$(\alpha\beta)^{x-y} - \frac{l\beta}{l(\alpha\beta)} \left\{ (\alpha\beta)^{x-y} - (\alpha\beta)^x \right\}$$

$$= \frac{(\alpha\beta)^{x-y}}{l(\alpha\beta)} \left\{ l\alpha + l\beta \,.\, (\alpha\beta)^y \right\}$$

La probabilité que le feu prendra dans l'année en $\mathrm{N}_0\, n_0$ étant $\mathrm{A}_0\,\mathrm{D}_0\, dx$, et la valeur de l'élément $\mathrm{M}_0\, m_0$ étant $\frac{\mathrm{S}_0}{k}\, dy$, on a, en omettant les indices, pour l'assurance contre le feu venant de gauche à droite,

$$\iint \frac{\mathrm{S}_0}{k}\, dy \quad \mathrm{AD}\, dx\, \frac{1}{l(\alpha\beta)} \left(l\alpha + l\beta\, (\alpha\beta)^y \right)$$

En intégrant par rapport à x entre les limites $x = y$ et $x = k$, on a

$$\frac{A D S_0}{k \,.\, l(\alpha\beta)^2}$$

$$\int \Big\{ l\alpha\left((\alpha\beta)^{k-y} - 1\right) + l\beta\left((\alpha\beta)^k - (\alpha\beta)^y\right) dy$$

Puis en intégrant par rapport à y depuis 0 jusqu'à k, on a, pour l'assurance du bâtiment entier contre les incendies de gauche à droite,

$$\frac{ADS}{k\, l\,(\alpha\beta)^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \quad\dfrac{l\alpha}{l(\alpha\beta)}\left((\alpha\beta)^k - 1 - k\,l\,(\alpha\beta)\right) \\ -\dfrac{l\beta}{l(\alpha\beta)}\left((\alpha\beta)^k - 1 - k\,(\alpha\beta)^k\, l\,(\alpha\beta)\right) \end{array} \right\}$$

En doublant cette quantité pour avoir l'assurance contre les chances d'incendie des deux sens, rétablissant les indices et remarquant que la formule de $[Z_1]_1$ ne doit différer de celle de $[Z_0]_0$ que par les indices, on a

$$[Z_0]_0 = \frac{2\, A_0\, D_0\, S_0}{k\, l\,(\alpha_0\,\beta_0)^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \quad\dfrac{l\,\alpha_0}{l\,(\alpha_0\beta_0)}\left((\alpha_0\,\beta_0)^k - 1 - k\,l\,(\alpha_0\,\beta_0)\right) \\ -\dfrac{l\,\beta_0}{l\,(\alpha_0\,\beta_0)}\left((\alpha_0\,\beta_0)^k - 1 - k\,(\alpha_0\,\beta_0)^k\, l\,(\alpha_0\,\beta_0)\right) \end{array} \right\}$$

$$[Z_1]_1 = \frac{2\, A_1\, D_1\, S_1}{k\, l\,(\alpha_1\,\beta_1)^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \quad\dfrac{l\,\alpha_1}{l\,(\alpha_1\,\beta_1)}\left((\alpha_1\,\beta)^k - 1 - k\,l\,(\alpha_1\,\beta_1)\right. \\ -\dfrac{\beta\, l_1}{l\,(\alpha_1\,\beta_1)}\left((\alpha_1\,\beta_1)^k - 1 - k\,(\alpha_1\,\beta_1)^k\, l\,(\alpha_1\,\beta_1)\right) \end{array} \right\}$$

En ajoutant ces deux expressions à celles de $[Z_0 Z_0]_0$ et $[Z_0 Z_1]_1$ ci-dessus, on aura la formule de l'assurance entière d'un bâtiment rectiligne à un étage. Ce sera la formule (25), que nous nous dispensons d'écrire à cause de sa longueur.

On peut remarquer dans les formules de $[Z_0]_0$ et $[Z_1]_1$, que dans le cas où $6 = 1$, c'est-à-dire où la communication d'un étage à l'autre est impossible, ces formules se réduisent à celle (1), ainsi que cela doit être.

Assurance des bâtimens fermés à un étage.

Proposons-nous maintenant de trouver l'assurance d'un bâtiment avec étage dans lequel le feu ne se communique pas immédiatement d'un côté à l'autre, ce bâtiment étant de forme annulaire ou de ceux que nous avons appelés fermés. Dans ce cas l'incendie allumé dans un point quelconque peut se communiquer à chacun des autres dans les deux sens, et par conséquent les dangers sont plus grands que dans les bâtimens rectilignes. La résolution de ce problême ayant beaucoup d'analogie avec celle du précédent, nous conserverons toutes les dénominations de ce dernier. k, qui désignait la longueur du bâtiment rectiligne, désignera ici la longueur de la ligne courbe ou brisée formant le milieu du bâtiment fermé, et nous désignerons par $(Z_0)_0$ $(Z_1)_1$ $(Z_0 Z_1)_0$ $(Z_0 Z_1)^1$ avec des parenthèses rondes, les différentes parties dont l'assurance se compose, et qui, dans le bâtiment rectiligne, étaient désignées de la même manière avec des parenthèses carrées.

Cherchons d'abord $(Z_0 Z_1)_0$. Représentons par A_0 M_0 O_0 N_0 B_0 le contour extérieur du bâtiment proposé, et par A_1 M_1 O_1 N_1 B_1 celui de son premier étage. Ce bâtiment étant toujours considéré comme partagé en tranches infiniment étroites par des plans verticaux normaux à la ligne milieu du bâtiment, et le point A pris arbitrairement étant l'origine des longueurs qui se mesurent sur cette ligne milieu en allant de gauche à droite. (*Voyez pl. 2, fig. 5.*)

De même que dans les bâtimens rectilignes, pour trouver l'expression différentielle de l'assurance, nous supposons le feu éclaté dans un élément quelconque $N_0\, n_0$ du bas, placé à la distance x de l'origine A, et nous cherchons l'assurance des deux élémens de la tranche Mm, placée à la distance y de l'origine, contre le risque d'être brûlés tous deux par l'effet du même incendie. Cela peut avoir lieu, soit par l'incendie marchant de droite à gauche, soit dans le sens opposé, et dans chacun de ces sens il y a à distinguer une infinité de cas correspondant à tous les points auxquels l'incendie était arrivé lorsque la communication du bas au haut a eu lieu. Soit $NO = t$ l'espace que l'incendie, allant de droite à gauche, avait parcouru au moment de la communication, et $NO' = t'$ l'espace analogue pour l'incendie marchant dans l'autre sens. Quoique la tranche considérée puisse être brûlée deux fois par l'effet du même incendie par la propagation dans l'un et l'autre sens, il ne serait jamais remboursé qu'une fois si cet évènement avait lieu. Ainsi il faudra déduire de la somme des probabilités que l'incendie de la tranche aura lieu dans chacun des deux sens la probabilité qu'elle brûlera des deux manières à la fois, c'est-à-dire le produit des deux premières probabilités de l'incendie dans chacun des sens.

Nous allons d'abord chercher la probabilité de l'incendie venant de gauche à droite. Alors le feu, étant supposé éclaté dans l'élément $N_0\, n_0$, la probabilité qu'il brûlera entièrement la tranche Mm est le produit des probabilités des évènemens simples suivans.

	Probabilité de l'évènement.
1.° Propagation horizontale de l'incendie simple de N en O........................	$\alpha_0^{\,t}$
2.° Communication de bas en haut pendant que	

l'incendie parcourt l'espace infiniment petit

$Oo = dt$ .... $- l\,\beta_0 . \beta_0{}^t\, dt$

3.º Propagation de l'incendie double de O en **M**. $\varepsilon_0{}^{x-y-t}$.

La probabilité de l'incendie de la tranche considérée dans le cas actuel où la communication a lieu lorsque l'espace t est incendié dans le dessous est donc

$$- l\,\beta_0 . \alpha_0{}^t\, \beta_0{}^t\, \varepsilon^{x-y-t}\, dt = - l\,\beta_0 . \varepsilon_0{}^{x-y} \left(\frac{\alpha_0\, \beta_0}{\varepsilon_0}\right)^t dt.$$

La probabilité de cet évènement dans tous les cas est l'intégrale de cette expression prise entre les limites $t = o$ et $t = k$, et nous mettons $t = k$ parce que, tant que l'incendie dans un sens n'a point parcouru un tour entier du bâtiment, on n'est point certain qu'il ne se communiquera pas à la partie supérieure et ne viendra pas brûler l'élément supérieur $M_1\, n_1$ en revenant en sens contraire.

La probabilité de l'incendie de gauche à droite de la tranche Mm est donc, en faisant comme précédemment,

$$\frac{\alpha_0\, \beta_0}{\varepsilon_0} = \mathrm{a}_0$$

et en omettant les indices,

$$- l\,\beta . \varepsilon^{x-y} \int \mathrm{a}^t\, dt = - \frac{l\,\beta\, \varepsilon^{x-y}\, \mathrm{a}^t}{l\,\mathrm{a}} + \text{const.}$$

$$= \frac{l\,\beta}{l\,\mathrm{a}}\, \varepsilon^{x-y}\, (1 - \mathrm{a}^k)$$

On aurait de même, pour la probabilité de l'incendie marchant de l'autre sens, en changeant $x - y$ en $k - (x - y)$,

$$\frac{l\,\beta}{l\,\mathrm{a}}\, \varepsilon^{k-(x-y)}\, (1 - \mathrm{a}^k)$$

Donc la probabilité de l'incendie de M*m* par l'une ou l'autre des causes seulement est

$$\frac{l\,\beta}{l\,\mathrm{a}}\left(1-\mathrm{a}^k\right)\left\{\varepsilon^{x-y}+\varepsilon^{k-x+y}-\frac{l\,\beta}{l\,\mathrm{a}}\left(1-\mathrm{a}^k\right)\varepsilon^k\right\}$$

Et comme la probabilité de la supposition que nous avons faite que l'incendie éclate dans l'élément $N_0\ n_0$ est $A_0\ D_0\ dx$, et que la valeur des deux élémens de la tranche M*m* est $\frac{S_0+S_1}{k}\ dy$, on a

$$(Z_0\ Z_1)_0=\iint\frac{S_0+S_1}{k}\,dy\,.\,\mathrm{AD}\,dx\,.\,\frac{l\,\beta}{l\,\mathrm{a}}\left(1-\mathrm{a}^k\right)$$
$$\left\{\varepsilon^{x-y}+\varepsilon^{k-x+y}-\frac{l\,\beta}{l\,\mathrm{a}}\,\varepsilon^k\left(1-\mathrm{a}^k\right)\right\}$$

En intégrant par rapport à x entre les limites y et $k+y$, il vient

$$(Z_0\ Z_1)_0=$$
$$\int\frac{S_0+S_1}{k}\,dy\,\frac{\mathrm{AD}\,.\,l\,\beta}{l\,\varepsilon\,.\,l\,\mathrm{a}}\left\{2\varepsilon^k-2-\frac{l\,\beta\,.\,l\,\varepsilon\,.\,k\,\varepsilon^k}{l\,\mathrm{a}}\left(1-\mathrm{a}\right)^k\right\}$$

Et enfin en intégrant par rapport à y entre les limites $y=o$ et $y=k$ et rétablissant les indices

$$(Z_0\ Z_1)_0=A_0\ D_0\ (S_0+S_1)\ \frac{l\,\beta_0}{l\,\varepsilon_0\,.\,l\,\mathrm{a}_0}$$
$$\left\{2\ \varepsilon_0{}^k-2-k\ \varepsilon_0{}^k\ \frac{l\beta_0\,.\,l\varepsilon_0}{l\ \mathrm{a}_0}\left(1-\mathrm{a}_0{}^k\right)\right\}$$

On aurait de même

$$(Z_0 Z_1)_1 = A_1 D_1 (S_0 + S_1) \frac{l\beta_1}{l\varepsilon_1 . l a_1}$$
$$\left\{ 2\varepsilon_1{}^k - 2 - k\varepsilon_1{}^k \frac{l\beta_1 . l\varepsilon_1}{l a_1} (1 - a_1{}^k) \right\}$$

Cherchons maintenant $(Z_0)_0$. En nous reportant à ce qui a été dit ci-dessus au sujet de $[Z_0]_0$ et de $(Z_0 Z_1)_0$, nous verrons que la probabilité d'incendie de gauche à droite de l'élément $M_0 m_0$ sans celui supérieur, lorsque le feu éclate en $N_0 n_0$, est, en omettant les indices,

$$(\alpha\beta)^{x-y} - \int \alpha^t (- l\beta . \beta^t dt)$$

l'intégrale étant prise entre les limites $x - y$ et k; parce qu'il faut que l'incendie ait fait un tour entier pour qu'on soit certain qu'il ne se communiquera pas plus tard dans le dessus. En effectuant l'intégration on trouve, pour la probabilité ci-dessus,

$$\frac{l\alpha + l\beta . (\alpha\beta)^k}{l(\alpha\beta)} . (\alpha\beta)^{x-y}$$

On trouve de même, en changeant $x - y$ en $k - (x - y)$, pour la probabilité de l'incendie de $M_0 m_0$ dans l'autre sens,

$$\frac{l\alpha + l\beta (\alpha\beta)^k}{l(\alpha\beta)} (\alpha\beta)^{k-x+y}$$

en faisant pour abréger

$$\frac{l\alpha + l\beta (\alpha\beta)^k}{l(\alpha\beta)} = E \quad \text{et} \quad \alpha\beta = c$$

La probabilité que l'élément $M_0 m_0$ sera brûlé sans celui supérieur, au moins une fois, par un incendie venant de gauche à droite ou dans l'autre sens, sera

$$\mathrm{E}\, e^{x-y} + \mathrm{E}\, e^{k-x+y} - \mathrm{E}^2\, e^k$$

par conséquent, on a

$$(Z_0)_0 = \iint \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{K}}\, dy \;.\; \mathrm{A\,D}\, dx \left\{ \mathrm{E}\, e^{x-y} + \mathrm{E}\, e^{k-x+y} - \mathrm{E}^2\, e^k \right\}$$

En intégrant par rapport à x depuis $x=y$ depuis $x=k+y$, on trouve

$$(Z_0)_0 = \int \frac{\mathrm{S\,A\,D\,E}}{k\,.\,l\,e}\, dy \left\{ 2\, e^k - 2 - k\,\mathrm{E}\,.\,l\,e\,.\,e^k \right\}$$

Puis, en intégrant par rapport à y entre les limites $y=o$ et $y=k$ et rétablissant les indices et mettant pour E et e leur valeur

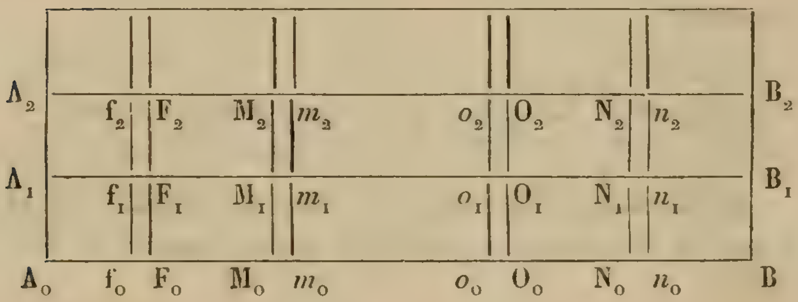
$$(Z_1) = \frac{\mathrm{S}_0\,\mathrm{A}_0\,\mathrm{D}_0 \left(l\,\alpha_0 + l\,\beta_0\,(\alpha_0\,\beta_0)^k\right)}{l\,(\alpha_0\,\beta_0)^2} \left\{ 2\,(\alpha_0\,\beta_0)^k - 2 - k\left(l\,\alpha_0 + l\,\beta_0\,.\,(\alpha_0\,\beta_0)^k\right)(\alpha_0\,\beta_0)^k \right\}$$

On aurait de même

$$(Z_1)_1 = \frac{\mathrm{S}_1\,\mathrm{A}_1\,\mathrm{D}_1 \left(l\,\alpha_1 + l\,\beta_1\,.\,(\alpha_1\,\beta_1)^k\right)}{l\,(\alpha_1\,\beta_1)^2} \left\{ 2\,(\alpha_1\,\beta_1)^k - 2 - k\left(l\,\alpha_1 + l\,\beta_1\,.\,(\alpha_1\,\beta_1)^k\right)(\alpha_1\,\beta_1)^k \right\}$$

Et enfin, en ajoutant ces deux expressions avec celles de $(Z_0 Z_1)_0$ et $(Z_0 Z_1)_1$ trouvées précédemment, nous aurons l'assurance demandée d'un bâtiment fermé avec étage. Cette somme sera la formule (26), que nous nous dispensons d'écrire à cause de sa longueur.

Assurance d'un bâtiment à deux ou à un plus grand nombre d'étages, lorsqu'on considère l'incendie comme marchant par degrés infiniment petits et ne se communiquant pas nécessairement d'un étage à celui voisin.



La théorie ci-dessus peut s'étendre sans grande difficulté, mais non sans grande complication, au cas de deux ou d'un plus grand nombre d'étages. Comme il arrive bien rarement que lorsque deux étages sont en feu ceux qui sont en dessus et en dessous puissent être sauvés, nous nous bornerons à l'assurance d'un bâtiment à deux étages, et comme les bâtimens que nous avons appelés fermés ne se font guère qu'autour des cours de ferme et avec un étage au plus, nous ne nous occuperons pas du cas où un bâtiment de cette espèce aurait deux étages.

Nous désignerons par l'indice *o* toutes les quantités relatives au rez-de-chaussée, et par les indices 1 et 2 celles relatives aux premier et second étages, et nous adopterons, pour désigner les données du problème, les mêmes lettres que pour le cas d'un seul étage. L'existence du deuxième étage donnera lieu à des combinaisons nouvelles qui exigeront de nouveaux symboles que nous allons indiquer.

Nous désignerons toujours par β^t la probabilité que lorsque l'incendie a déjà parcouru l'espace t depuis le point où il a pris naissance, il ne s'est point encore communiqué dans le sens vertical d'un étage à celui voisin, et nous indiquerons de la manière suivante les étages dont il s'agira, savoir :

La probabilité de non communication, du N.o 0 brûlant seul au N.o 1 par $\beta^t_{0/1}$.

Du N.o 1 brûlant seul au N.o 0 par $\beta^t_{1/0}$.
Du N.o 1 id. au N.o 2 par $\beta^t_{1/2}$.
Du N.o 2 id. au N.o 1 par $\beta^t_{2/1}$.

La probabilité de non communication au N.o 2 lorsque 0 et 1 sont en feu à la fois et que la longueur parcourue par l'incendie depuis son origine est t, par $\beta_2'^t$, et par $\beta_0'^t$ la probabilité de non propagation au N.o 0 lorsque les N.os 1 et 2 sont en feu à la fois.

D'après les hypothèses et les principes posés précédemment, on aura, en désignant par b la probabilité de propagation dans le sens vertical, dans un bâtiment de même nature que celui à assurer et de développement unitaire, lorsque l'incendie a parcouru horizontalement une longueur unitaire, on aura, disons-nous, en mettant aux lettres b les mêmes indices qu'à celles β,

$$\beta_{0/1} = \frac{1 - b_{0/1}}{1 - b_{0/1} + b_{0/1} D_0}$$

$$\beta_{1/0} = \frac{1 - b_{1/0}}{1 - b_{1/0} + b_{1/0} D_1}$$

$$\beta_{1/2} = \frac{1 - b_{1/2}}{1 - b_{1/2} + b_{1/2} D_1}$$

$$\beta_{2/1} = \frac{1 - b_{2/1}}{1 - b_{2/1} + b_{2/1} D_2}$$

Nous aurons pareillement

$$\beta'_2 = \frac{1 - b_{1/2}}{1 - b_{1/2} + b_{1/2}\,(D_0 + D_1)}$$

$$\beta'_0 = \frac{1 - b_{1/0}}{1 - b_{1/0} + b_{1/0}\,(D_1 + D_2)}$$

Quant aux probabilités que l'incendie, arrivé à un point quelconque en brûlant un ou plusieurs étages et ne faisant point de progrès dans le sens vertical, se propagera horizontalement à une longueur unitaire de plus, nous les désignerons par α_0, α_1, α_2 lorsque les étages 0, 1, 2 brûleront seul, ε_0 et ε_2 lorsque les étages 0 et 1 et 1 et 2 brûleront ensemble, et enfin par ε sans indices lorsque les trois étages brûleront à la fois.

Nous aurons toujours, pour les trois quantités α, l'expression

$$\alpha = \frac{a\,D}{1 - a + a\,D}$$

dans lesquels on mettra à toutes les lettres les trois indices 0, 1, 2.

$$\varepsilon_0 = \frac{\sqrt{a_0\,a_1}\,(D_0 + D_1)}{1 - \sqrt{a_0\,a_1} + \sqrt{a_0\,a_1}\,(D_0 + D_1)}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\sqrt{a_1\,a_2}\,(D_1 + D_2)}{1 - \sqrt{a_1\,a_2} + \sqrt{a_1\,a_2}\,(D_1 + D_2)}$$

et enfin

$$\varepsilon = \frac{\sqrt[3]{a_0\,a_1\,a_2}\,(D_0 + D_1 + D_2)}{1 - \sqrt[3]{a_0\,a_1\,a_2} + \sqrt[3]{a_0\,a_1\,a_2}\,(D_0 + D_1 + D_2)}$$

L'assurance totale du bâtiment sera composée de dix parties que nous désignerons par des symboles semblables à ceux adoptés dans le cas d'un seul étage. Les indices de z dans les parenthèses sont les numéros des étages dont les élémens d'une même tranche verticale brûlent par l'effet du même incendie, et le symbole exprime l'assurance de la combinaison de ces élémens contre les risques qu'ils courent d'être brûlés par un incendie qui a pris naissance dans l'étage dont le numéro est l'indice extérieur de la parenthèse, l'assurance totale sera la somme des dix quantités

$$[z_0]_0 + [z_1]_1 + [z_2]_2 + [z_0 z_1]_0 + [z_0 z_1]_1 + [z_1 z_2]_1 + [z_1 z_2]_2$$
$$+ [z_0 z_1 z_2]_0 + [z_0 z_1 z_2]_1 + [z_0 z_1 z_2]_2$$

Par la même raison que nous avons eu la formule de $[z_0]_0$ dans le cas d'un seul étage, nous aurons ici pour $[z_0]_0$ et $[z_2]_2$ deux expressions semblables aux indices près, puisque dans l'un et l'autre cas il s'agit d'un incendie qui reste constamment dans l'étage où il a pris naissance, sans se communiquer au seul étage qui l'avoisine. Quant à $[z_1]_1$, on pourra aussi conclure son expression de celle citée; car il est clair qu'il suffira pour cela de changer $\alpha_0\, \beta_0$ en $\alpha_1\, \beta_{1/0}\, \beta_{1/2}$. En effet, la probabilité que l'incendie éclaté en $N_1\, n_1$ viendra brûler l'élément $M_1\, m_1$ avant de se communiquer aux autres étages est $(\alpha_1\, \beta_{1/0} \cdot \beta_{12})^{x-y}$, et on verrait de même que la probabilité que, pendant le reste de son cours, l'incendie se communiquera en dessus ou en dessous, est composée en $\alpha_1 \cdot \beta_{1/0} \cdot \beta_{1/2}$ comme la probabilité pour le cas d'un seul étage l'est en $\alpha\, \beta$. On a donc d'abord, en faisant pour abréger

$$\alpha_0 \cdot \beta_{0/1} = c_0$$
$$\alpha_1 \cdot \beta_{1/0}\, \beta_{1/2} = c_1$$
$$\alpha_2 \cdot \beta_{2/1} = c_2 ,$$

$$[z_0]_0 = \frac{2\,A_0\,D_0\,S_0}{k\,(l\,c_0)^2}$$

$$\left\{\frac{l\,\alpha_0}{l\,c_0}\left(c_0{}^k - 1 - k\,l\,c_0\right) - \frac{l\,\beta_{0/1}}{l\,c_0}\left(c_0{}^k - 1 - k\,c_0{}^k\,l\,c_0\right)\right\}$$

$$[z_1]_1 = \frac{2\,A_1\,D_1\,S_1}{k\,(l\,c_1)^2}$$

$$\left\{\frac{l\,\alpha_1}{l\,c_1}\left(c_1{}^k - 1 - k\,l\,c_1\right) - \frac{l\,(\beta_{1/0}.\beta_{1/2})}{l\,c_1}\left(c_1{}^k - 1 - k\,c_1{}^k\,l\,c_1\right)\right\}$$

$$[z_2]_2 = \frac{2\,A_2\,D_2\,S_2}{k\,(l\,c_2)^2}$$

$$\left\{\frac{l\,\alpha_2}{l\,c_2}\left(c_2{}^k - 1 - k\,l\,c_2\right) - \frac{l\,\beta_{2/1}}{l\,c_2}\left(c_2{}^k - 1 - k\,c_2{}^k\,l\,c_2\right)\right\}$$

Les formules des autres parties de l'assurance sont encore beaucoup plus compliquées, tellement qu'elles seraient d'une application impraticable. Cependant, pour satisfaire la curiosité de nos lecteurs, nous allons faire voir comment se trouve l'expression de $[z_0\,z_0]_0$.

Pour cela, supposons 1.º l'incendie naissant au rez-de-chaussée dans l'élément $N_0\,n_0$; 2.º qu'il parcoure vers la gauche l'espace t, et que pendant qu'il s'avance de l'espace infiniment petit dt suivant, la communication de l'incendie ait lieu. La probabilité de cette supposition est de même que dans un bâtiment à un seul étage,

$$A_0\,D_0\,dx\,\alpha_0{}^t\left(-\,l\,\beta_{0/1}\,.\,\beta^t{}_{0/1}\;\;dt\;\right)$$

D'après notre hypothèse cette communication ayant lieu, le dessus partage le sort de la partie inférieure, de sorte que l'incendie double menace de se communiquer au second étage par tous les points de la partie en combustion et marche en brûlant à la fois le rez-de-chaussée et le premier. La probabilité qu'à partir de o cet incendie double ira jusqu'à la tranche à assurer Mm sans se communiquer au deuxième étage est

$$\varepsilon_0^{x-y-t} . \beta_0'^{x-y}.$$

Ainsi la probabilité de l'évènement composé que l'incendie éclatera dans l'élément $N_0\, n_0$ et qu'après avoir parcouru dans le rez-de-chaussée l'espace t il se communiquera au premier, puis que, sans se communiquer au second, il viendra brûler les deux élémens $M_0\, m_0$ et $M_1\, m_1$, est

$$-A_0\, D_0 . dx . l\beta_{0,1} \left(\alpha_0 \beta_{0,1}\right)^t \varepsilon_0^{x-y-t}\, \beta'^{x-y}\, dt.$$

Mais comme il serait possible que dans le reste de sa course jusqu'en A l'incendie se communiquât au second étage et que l'assurance appartiendrait alors au cas de $[z_0, z_1, z_2]_0$, il faut déduire de la probabilité ci-dessus celle de cet évènement. Pour la connaître, supposons l'incendie double des N.os 0 et 1 arrivé au point F entre M et A, sans s'être propagé au deuxième, et supposons que cette communication ait lieu pendant le trajet infiniment petit Ff, en faisant $NF = u$ et $Ff = du$; la probabilité de cette supposition est

$$-A_0\, D_0\, dx . l\beta_{0,1} \left(\alpha_0 \beta_{0,1}\right)^t \varepsilon_0^{u} \left(-\, l\beta_0'\ \beta_0'^{u}\, du\right)$$

En intégrant cette expression par rapport à u entre les limites x et $x-y$, on aura la probabilité cherchée que la communication au second étage aura lieu après que l'incendie double sera passé à la tranche Mm. En effectuant cette intégration par les procédés connus, on trouve

$$-A_0\, D_0\, dx\, l\beta_{0,1} \left(\alpha_0 \beta_{0,1}\right)^t \frac{l\beta'_0}{l(\varepsilon_0 \beta'_0)} \left\{(\varepsilon_0 \beta_0')^x - (\varepsilon_0 \beta_0')^{x-y}\right\} dt$$

La probabilité d'incendie des deux élémens $M_0\,m_0$ et $M_1\,m_1$ à la fois et sans que celui $M_2\,m_2$ soit brûlé est donc

$$- A_0\, D_0\, dx\, l\beta_{0/1}\, (\alpha_0\, \beta_{0/1})^t$$

$$\left\{ \varepsilon_0^{x-y+t} \,.\, \beta_0'^{\,x-y} - \frac{l\beta_0'}{l(\varepsilon_0\beta_0')} \left[(\varepsilon_0\, \beta_0')^x - (\varepsilon_0\, \beta_0')^{x-y} \right] \right\} dt$$

et par conséquent

$$[z_0\, z_1]_0 = - \iiint \frac{S_0 + S_1\, dy}{k}\, A_0\, D_0\, dx\, l\beta_{0/1} (\alpha_0\, \beta_{0/1})^t$$

$$\left\{ \varepsilon_0^{x-y+t}\; \beta'^{\,x-y}_0 - \frac{l\beta'_0}{l(\varepsilon_0\beta'_0)} \left[(\varepsilon_0\beta'_0)^x - (\varepsilon_0\beta'_0)^{x-y} \right] \right\} dt$$

En intégrant cette expression par rapport

$$\text{à} \left\{ \begin{array}{lll} t & \text{entre les limites} & o \text{ et } x, \\ x & \text{id.} & y \text{ et } k, \\ y & \text{id.} & o \text{ et } k, \end{array} \right.$$

on aura l'assurance contre tous les dangers d'incendie venant de droite à gauche. Si l'origine des longueurs avait été placée à l'extrémité à droite au lieu de celle à gauche, on aurait eu la même expression pour l'assurance contre les dangers d'incendie venant de l'autre sens. Il faudra donc doubler l'intégrale pour avoir l'assurance contre les dangers d'incendie dans les deux sens. On trouvera, après avoir effectué toutes les opérations indiquées, doublé le résultat et fait pour abréger

$$\alpha_0\, \beta_{0/1} = c$$

$$\varepsilon_0 \,.\, \beta'_0 = e,$$

$$[z_0\, z_1]_0 = \frac{2\, A_0\, D_0\, (S_0 + S_1)}{k}\, \frac{l\, 6_{0/1}}{l\, e} \times$$

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{1}{l\,\frac{c}{\varepsilon}\,.\,l\,(c\,6'_0)}\left[\left(\dfrac{c}{\varepsilon}\right)^k\left(1 - e^k\right) - \dfrac{l\,c}{l\,\frac{c}{\varepsilon}}\left(1 - \left(\dfrac{c}{\varepsilon}\right)^k\right)\right] \\ + \dfrac{l\,6'_0}{l\,c}\left[\dfrac{c^k}{l\,(c\,e)\,.\,l\,c}\left(1 - c^k\right) - \dfrac{1}{l\,c}\left(1 - c^k\right)\right] \\ + \dfrac{l\,6'_0}{l\,c}\left[\dfrac{1 - c^k\,e^k + k\,c^k\,e^k\,l\,(c\,e)}{(l\,c\,e)^2} - \dfrac{1 - e^k + k\,e^k\,l\,c}{(l\,c)^2}\right] \\ + \left(\dfrac{1}{l\,\frac{c}{\varepsilon}\;l\,c} - \dfrac{l\,6'_0}{l\,c\,(l\,e)^2}\right)\left(1 - e^k + k\,l\,c\right) \end{array}\right.$$

Cette formule donne aussi $[z_1\, z_2]_2$ en changeant convenablement les indices. Quant aux cinq autres parties qui composent l'assurance totale, on pourra les obtenir par un moyen tout-à-fait semblable à celui qui précède ; mais nous nous abstiendrons de les donner, d'autant plus qu'à l'inconvénient d'être trop compliquées elles joignent celui beaucoup plus grave de s'écarter peut-être trop de la vérité. En effet, pour ne point amener une complication excessive, nous nous sommes permis de ne point avoir égard, dans le calcul des effets de l'incendie marchant à gauche du point où il a pris naissance, à ce qui pouvait se passer à droite de ce point. Or, dans cette partie droite, l'incendie peut se communiquer aux étages voisins et revenir ensuite vers la gauche en brûlant ces étages, ce qui changerait entièrement l'état de l'incendie de gauche dont nous avons calculé les effets comme s'il existait seul.

Si toute cette théorie sur l'assurance d'un bâtiment à deux étages est inapplicable, elle servira du moins à faire connaître l'extrême complication de la question et la presqu'impossibilité de la résoudre lorsqu'on veut avoir égard à la marche de l'incendie par degrés infiniment petits.

Des assurances particulières.

Ce sont, comme nous l'avons dit dans les préliminaires, celles des parties de l'édifice ou de certains objets qu'il contient et dont on connaît la valeur et la position, contre les risques généraux d'incendie et contre ceux qui proviendraient de points particulièrement exposés à donner naissance à l'incendie.

Lorsque l'on suppose, comme dans la première partie, qu'un corps de bâtiment brûle entièrement dès qu'il est atteint par le feu, les risques provenant de certains points particulièrement dangereux sont les mêmes pour toutes les parties du même corps, indépendamment de leur position. Alors les formules de notre première partie suffisent au calcul des assurances dans tous les cas dont elle traite; mais il arrive le plus souvent qu'outre que toutes les parties combustibles d'un édifice peuvent donner naissance à un incendie, il y a certains points plus exposés que les autres, qui font courir à eux mêmes et au reste de l'édifice des risques particuliers dont l'effet peut être apprécié séparément. Supposer, comme nous l'avons fait, que la probabilité de naissance d'incendie est la même pour toutes les parties, c'est admettre qu'on ne connaît pas de motifs pour que le feu prenne plutôt en un lieu qu'en un autre : mais lorsqu'on veut calculer aussi juste que possible et qu'on connaît des causes qui facilitent la naissance du feu en certains points connus, il faut, dans l'évaluation des probabilités A, ne point tenir compte de l'influence de ces causes et ajouter à l'assurance des risques généraux qui est donnée par nos formules celle de toutes les parties de l'édifice à raison des risques provenant de ces causes particulières.

Nous avons supposé encore que toutes les parties du bâtiment avaient, à surface égale, une égale valeur, et nous avons démontré dans les préliminaires que c'est ainsi qu'on doit le faire, lors même que cela n'est pas; mais qu'on ignore absolument les différences qui existent, comme lorsqu'il y a des objets meubles assurés et qu'on n'a aucun motif de croire qu'ils sont plutôt en un lieu qu'en un autre. Cependant le milieu des édifices étant plus exposé que les extrémités, il faut, pour calculer avec toute l'exactitude possible, avoir égard à la position des objets assurés et il y a d'autant plus d'intérêt à le faire, que ces objets ont plus de valeur et qu'ils sont plus inégalement répartis. Nous allons donc résoudre le problême suivant.

Assurance particulière dans un bâtiment rectangle isolé.

Déterminer l'assurance d'un bâtiment rectangle isolé, de nature telle qu'un incendie brûlerait à la fois toute sa hauteur et sa largeur ; ce bâtiment étant garni d'objets assurés dont la valeur et la position sont données, et qui doivent suivre le sort du lieu qu'ils occupent en courant indépendamment des risques qui proviennent des causes générales des risques particuliers, provenant de ce qu'il existe dans l'édifice des points connus qui font courir des dangers connus d'explosion d'incendie.

Soient Y_1, Y_2 ..... Y_n les distances à l'extrémité gauche, que nous prenons pour origine, des objets assurés en nombre n, que contient l'édifice, et S_1, S_2..... S_n respectivement les sommes à rembourser en cas d'incendie de ces objets. Soient encore X_1, X_2..... X_m les distances à l'origine des points qui font courir des dangers particuliers, et A_1, A_2.... A_m respectivement, les probabilités qu'ils donneront dans l'année naissance à l'incendie. Nous conserverons ensuite toutes les dénominations que nous avons posées au commencement de cette partie, en traitant de l'assurance générale d'un bâtiment de l'espèce dont il s'agit.

Il est clair que l'assurance demandée se compose de quatre parties, savoir :

1.° L'assurance générale, ou de toutes les parties dont la valeur n'est pas comptée à part, contre les risques généraux ou provenant de la généralité des parties combustibles et sans comprendre les risques connus que font courir certains points connus. Cette assurance est celle dont la formule (1) donne l'expression et que nous avons avons appelée Z ;

2.° L'assurance générale contre les risques particuliers ou provenant uniquement des points dangereux ci-dessus ; nous la désignerons par Z' ;

3.° L'assurance particulière ou des objets particuliers, contre les risques généraux ; nous la désignerons par ω ;

4.° L'assurance particulière contre les risques particuliers ; assurance que nous désignerons par ω'.

La première assurance nous est déjà donnée par la formule (1) et les autres peuvent s'obtenir facilement au moyen des équations différentielles qui y ont conduit. Il suffit, pour les assurances particulières, de substituer à la distance y et à la valeur $\frac{S\,dy}{k}$ de la tranche dy la distance Y_h et la valeur S_h d'un quelconque N.° h des objets assurés, et pour les dangers particuliers, de substituer X_i à la distance x de la tranche dx à l'origine, et A_i, probabilité d'explosion d'incendie en un point particulier quelconque N.° i, à $AD\,dx$ qui représente la même probabilité par les causes générales dans la tranche dx. Ensuite pour les risques particuliers, l'intégration par rapport à x devra être remplacée par une sommation relative à tous les points dangereux et $\frac{dz}{dx}$ devenant alors la différence finie de Z' par $\Delta Z'$, et pour les assurances particulières l'intégration par rapport à y devra être remplacée par une sommation relative à tous les objets particuliers, et $\frac{dz}{dy}$ par $\Delta\,\omega$. Enfin, en changeant à la fois $\frac{S\,dy}{k}$ en S_h, y en Y_h, A D dx en A_i et x en X_i, $\frac{d^2 z}{dx\,dy}\,dx\,dy$ deviendra $\frac{\Delta^2\,\omega'\,.\,\Delta X\,.\,\Delta Y}{\Delta X\,.\,\Delta Y}$ en employant pour les différences finies une notation semblable à celle usitée pour les différences infiniment petites.

Nous aurons donc en reprenant l'équation (a), que nous avons trouvée en traitant de l'assurance générale du bâtiment dont il est question et en y faisant successivement les changemens ci-dessus :

$$\frac{d^2 z}{dx\,dy}\,dx\,dy = \frac{S\,dy}{k}\,.\,AD\,dx\,.\,\alpha^{x-y} \ldots\ldots\ (a\ z)$$

$$d\,(\Delta\,Z') = \frac{S\,dy}{k}\,.\,A_i\,.\,\alpha^{X_i - y} \ldots\ (a\ z')$$

$$d\,(\Delta\,\omega) = S_h\,.\,AD\,dx\,.\,\alpha^{x-Y_h} \ldots\ (a\ \omega)$$

$$\frac{\Delta^2\,\omega'\,.\,\Delta X_i\,.\,\Delta Y_h}{\Delta X_i\,.\,\Delta Y_h} = S_h\,.\,A_i\,.\,\alpha^{X_i - Y_h} \ldots\ (a\,\omega')$$

En prenant l'intégrale de (a z'), entre les limites $y = o$ et $y = X_i$, pour avoir l'assurance de toutes les tranches situées à gauche du point dangereux N.° i, il vient :

$$\Delta\,Z' = \frac{S\,A_i}{k\,l\alpha}\left(\alpha^{X_i} - 1\right)$$

L'assurance des tranches placées à droite du même point étant composée en $K - X_i$ comme celle-ci l'est en X_i, on a pour l'assurance de toutes les tranches du bâtiment :

$$\Delta Z' = \frac{S\,A_i}{k\,l\alpha}\left(\alpha^{X_i}+\alpha^{k-X_i}-2\right)$$

est enfin $$Z' = \frac{S}{k\,l\alpha}\,\Sigma\,A_i\left(\alpha^{X_i}+\alpha^{k-X_i}-2\right)\ldots\ldots\;(2)$$

Le signe Σ indiquant ici que l'on doit prendre la somme des expressions semblables à $A_i\left(\alpha^{X_i}+\alpha^{k-X_i}-2\right)$, qu'on peut former en donnant à l'indice i toutes les valeurs de 1 à m dont il est susceptible.

En opérant sur l'équation ($a\,\omega$) de la même manière que sur la précédente, on trouve

$$\omega = \frac{A\,D}{l\,\alpha}\,\Sigma\,S_h\left(\alpha^{Y_h}+\alpha^{k-Y_h}-2\right)\ldots\ldots\ldots\;(3)$$

Enfin en intégrant la quatrième équation ($a\,\omega'$), d'abord par rapport à l'indice i, il vient

$$\Delta\,\omega' = S_h\left\{A_1\,\alpha^{X_1-Y_h}+A_2\,\alpha^{X_2-Y_h}\ldots+A_m\,\alpha^{X_m-Y_h}\right\}$$

et ensuite, par rapport à l'indice h, on a

$$\omega' = \Sigma\,S_h\left\{A_1\,\alpha^{X_1-Y_h}+A_2\,\alpha^{X_2-Y_h}\ldots+A_m\,\alpha^{X_m-Y_h}\right\}\ldots(4)$$

Le signe Σ indiquant qu'il faut prendre la somme des expressions semblables à celle qui lui est soumise, que l'on peut former en donnant à l'indice h les n valeurs dont il est susceptible. Il faut observer en appliquant cette formule (4) que tous les exposans $X - Y$ sont censés positifs, et que lorsqu'ils seront négatifs il faudra toujours les regarder comme positifs en remplaçant $X - Y$ par $Y - X$.

L'assurance demandée, étant la somme des quatre expressions (1) du § 1.er et (2) (3) et (4) de celui-ci, est

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{2\,S\,A\,D}{k\,(l\,\alpha)^2}\left(\alpha^{K}-1-K\,l\,\alpha\right)\\
&+\frac{S}{K\,l\,\alpha}\,\Sigma\,A_i\left(\alpha^{X_i}+\alpha^{K-X_i}-2\right)\\
&+\frac{A\,D}{l\,\alpha}\,\Sigma\,S_h\left(\alpha^{Y_h}+\alpha^{K-Y_h}-2\right)\\
&+\Sigma\,S_h\left\{A_1\,\alpha^{X_1-Y_h}+A_2\,\alpha^{X_2-Y_h}+A_m\,\alpha^{X_m-Y_h}\right\}
\end{aligned}\right\}\ldots(27)$$

Nous avons supposé dans cette théorie que les objets particuliers assurés partagaient nécessairement le sort du lieu qu'ils occupaient. Lorsque ces objets sont des meubles que l'on peut sauver, le contraire a souvent lieu ; ainsi cette supposition n'est point exacte. Alors il faudra remplacer la valeur S_i d'un objet particulier quelconque par cette même valeur multipliée par la probabilité qu'en cas d'incendie du lieu qu'il occupe, il serait brûlé.

Assurance particulière d'un bâtiment fermé.

En opérant de la même manière que ci-dessus, on trouve facilement l'assurance particulière d'un bâtiment fermé de l'espèce de ceux considérés § II. En conservant toutes les dénominations de ce paragraphe, qui sont aussi celles du I.er, et toutes celles précédentes relatives à l'assurance particulière d'un bâtiment rectiligne, on trouve d'abord que l'équation différentielle de l'assurance générale contre les risques généraux étant

$$\frac{d_2 z}{dx\,dy} = \int \frac{S\,dy}{k} \int AD\,dx \left\{ \alpha^{x-y} + \alpha^{k-(x-y)} - \alpha^{k} \right\} \ldots (e\ 1)$$

on a en faisant les mêmes changemens que ci-dessus, de

$$\left.\begin{matrix} x \\ AD\ dx \end{matrix}\right\} \text{ en } \left\{\begin{matrix} X_i \\ A_i \end{matrix}\right\} \text{ pour les risques particuliers,}$$

$$\text{et de } \left.\begin{matrix} y \\ \dfrac{S\ dy}{k} \end{matrix}\right\} \text{ en } \left\{\begin{matrix} Y_h \\ S_h \end{matrix}\right\} \text{ pour les objets particuliers;}$$

$$\Delta Z' = \int \frac{S\,dy}{k} A_i \left\{ \alpha^{k(X_i-y)} + \alpha^{k-(X_i-y)} - \alpha^{k} \right\} \ldots\ldots (e\ 2)$$

$$\Delta\omega = \int S_h\, AD\, dx \left\{ \alpha^{x-Y_h} + \alpha^{k-(x-Y_h)} - \alpha^{k} \right\} \ldots (e\ 3)$$

$$\Delta^2 \omega' = S_h\, A_i \left\{ \alpha^{X_i-Y_h} + \alpha^{k-(X_i-Y_h)} - \alpha^{k} \right\} \ldots\ldots (e\ 4)$$

Déjà la formule (6) nous donne pour l'intégrale de la première équation (e 1)

$$Z = \frac{SAD}{l\alpha} \left(2\alpha^{k} - 2 - k\, l\alpha\, \alpha^{k} \right) \ldots\ldots\ldots (e\ z)$$

Les deux équations (e 2) et (e 3) s'intègrent sans difficulté, les opérations étant tout-à-fait semblables à celles de la première intégration de l'équation (e). Elles donnent :

$$Z' = \frac{S}{k\,l\alpha}\left(2\,\alpha^{k} - 2 - k\,l\alpha\,\alpha^{k}\right)\Sigma\,A_{i} \qquad (c\,z')$$

$$\omega = \frac{A\;D}{l\alpha}\left(2\,\alpha^{k} - 2 - k\,l\alpha\,\alpha^{k}\right)\Sigma\,S_{h} \qquad (c\,\omega)$$

Et enfin la quatrième équation (c 4) donne :

$$\omega' = \Sigma^{2}\,S_{h}\,A_{i}\left\{\alpha^{X_{i}-Y_{h}} + \alpha^{k-(X_{i}-Y_{h})} - \alpha^{k}\right\} \qquad (c\,\omega')$$

Expression dans laquelle après avoir, en laissant subsister l'indice h, pris la somme des expressions formées en donnant à i les m valeurs dont il est susceptible, il faudra encore prendre la somme de toutes les expressions qu'on pourra former en donnant dans cette première somme à l'indice h ses n valeurs. Il faudra aussi faire abstraction du signe des exposans X — Y et les considérer tous comme positifs.

L'assurance demandée des objets généraux et particuliers est la somme $Z + Z' + \omega + \omega'$, c'est-à-dire, en désignant par ϖ la somme $S_{1} + S_{2} \ldots\ldots\ldots + S_{n}$ des valeurs des objets particuliers :

$$\frac{2\,\alpha^{k} - 2 - k\;l\alpha\;\alpha^{k}}{l\,\alpha}$$

$$\left\{A\;D\left(S + \varpi\right) + \frac{S}{K}\left(+A_{1} + A_{2} \ldots + A_{m}\right)\right\}$$

$$+ \Sigma^{2}\,S_{h}\,A_{i}\left(\alpha^{X_{i}-Y_{h}} + \alpha^{k-(X_{i}-Y_{h})} - \alpha^{k}\right) \text{ formule.... (28)}$$

Les assurances particulières dans les cas où il y aurait plusieurs édifices contigus ne présenteraient pas plus de difficultés que dans ceux que nous avons traités. Il suffira toujours de remplacer certaines longueurs, certaines probabilités d'explosion d'incendie et certaines sommes, dans l'équation différentielle déjà connue de l'assurance générale contre les risques généraux, par les quantités analogues des objets et des risques particuliers. Les intégrations aux différences infiniment petites se trouveront alors réduites à des sommations de termes semblables, qu'on indiquera par le signe Σ. Nous nous abstiendrons donc de donner les formules des assurances particulières pour le cas de plusieurs édifices contigus, d'autant plus qu'elles seraient fort embarrassantes à écrire et d'une application très-laborieuse.

TROISIÈME PARTIE.

Des assurances morales.

Nous avons vu dans l'introduction que les compagnies d'assurance devaient calculer les risques qu'elles courent d'après le principe de *l'espérance mathématique*, tandis que les particuliers devaient estimer l'intérêt qu'il y a pour eux à se faire assurer par le principe de *l'espérance morale*, et nous avons donné le nom d'*assurances morales* à celles calculées par ce dernier principe. Quoique la crainte morale qu'un individu a de perdre une partie notable de sa fortune dépende d'une foule de circonstances particulières que le calcul ne peut apprécier, les géomètres ont adopté à ce sujet un principe proposé par Daniel Bernoulli, qui convient dans un grand nombre de cas et que nous prendrons pour base de nos calculs, en laissant aux individus le soin d'apprécier mieux cette crainte morale, d'après leur position ou leurs affections particulières.

Ce principe de Daniel Bernoulli est celui-ci : « La valeur » relative d'une somme infiniment petite est égale à sa valeur » absolue divisée par le bien total de la personne intéressée. » Cela suppose que tout homme a un bien quelconque dont la » valeur ne peut jamais être supposée nulle. En effet, celui qui » ne possède rien donne toujours à son existence une valeur » au moins égale à ce qui lui est rigoureusement nécessaire » pour vivre. » (*Théorie analytique des probabilités. — Introduction.*)

Si l'on applique l'analyse à ce principe on obtient la règle suivante :

Soit F la fortune ou le bien d'un individu, en ayant égard à ses ressources de toute espèce et sans compter ses expectatives, dont il s'agit de calculer la valeur morale.

Soient E_1, E_2, $E_3 \ldots\ldots E_m$ des sommes qu'il a en expectative dans m cas divers, dans lesquels sa fortune sera respectivement $F + E_1$, $F + E_2 \ldots\ldots F + E_m$, les probabilités respectives de ces cas étant p_1, p_2, $p_3 \ldots\ldots p_m$.

La fortune physique φ qui mettrait l'individu dans le même état de fortune morale que celle où il se trouve à raison de sa fortune et de ses expectatives est

$$\varphi = \left(F + E_1\right)^{p^1} . \left(F + E_2\right)^{p_2} . \left(F + E_m\right)^{p_3} \ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots \left(F + E_m\right)^{p_m} \qquad \text{Formule (1)}$$

d'où l'on tire en prenant les logarithmes

$$\text{Log. } \varphi = p_1 \text{ Log. } \left(F + E^1\right) + p_2 \text{ Log. } \left(F + E_2\right)$$

$$+ p_3 \text{ Log.} \left(F + E_3\right) \ldots\ldots + p_m \text{ Log.} \left(F + E_m\right) \text{Form. (1')}$$

Ainsi A désignant la probabilité d'incendie dans l'année d'une maison de valeur S et F, la fortune de son propriétaire, indépendamment de cette maison, 1 — A, sera la probabilité que la maison ne sera point incendiée.

Si le particulier court la chance d'incendie et ne se fait point assurer, l'état de sa fortune sera $(F + S)^{1-A} (F + o)^{A}$; si au contraire il se fait assurer moyennant une somme ω, son état sera $(F + S - \omega)^{1}$. En égalant ces deux quantités on trouvera qu'il y a égalité entre les deux états lorsque

$$\omega = F + S - F^{A} \left(F + S\right)^{1-A} \ldots\ldots\ldots (2)$$

Telle est l'assurance morale de la maison. L'analyse fait voir que cette somme est toujours supérieure à l'assurance mathématique SA et qu'elle se confond avec elle lorsque la fortune F du propriétaire est infinie relativement à la somme éventuelle S .

Désignons par Δ la différence $\omega - z$ entre les assurances morale et mathématique, et faisons la probabilité $1 - A$ que la maison ne sera pas incendiée dans l'année $= A'$

comme $$z = AS = (1 - A')\,S$$

et $$\omega = z + \Delta = (1 - A')\,S + \Delta$$

l'équation se changera en

$$\left(1 - A'\right) S + \Delta = F + S - \left(F + S\right)^{A'} \; F^{(1-A')}$$

d'où $$\Delta = F + A' - S \left(F + S\right)^{A'} \; F^{(1-A')} \; \ldots\ldots \; (3)$$

C'est l'expression du sacrifice qu'un propriétaire doit raisonnablement faire pour assurer sa maison, ou de la somme qu'il peut convenablement payer en sus du prix de l'assurance calculée par nos formules. Il faut donc pour que les assurances se fassent avec un avantage réciproque que les frais et les bénéfices des compagnies soient inférieurs à cette somme.

La formule (3) se simplifie lorsqu'on prend pour unité la fortune antérieure F : s et δ représentant respectivement $\frac{S}{F}$ et $\frac{\Delta}{F}$ on a alors

$$\delta = 1 + A'\,s - \left(1 + s\right)^{A'} \; \ldots\ldots\ldots\ldots \; (4)$$

qui est l'expression donnée dans la théorie analytique des probabilités.

En calculant l'expectative du propriétaire dans le cas où il n'assure pas, nous avons considéré l'incendie du bâtiment proposé comme un événement qui ne pouvait exister qu'une seule fois dans l'année. C'est bien ainsi que cela a effectivement lieu dans la pratique, parce qu'il est bien difficile qu'un édifice soit brûlé, reconstruit et brûlé une seconde fois dans la même an-année; mais, parce que les incendies partiels, qui peuvent avoir lieu d'une infinité de manières différentes, changent l'état des lieux, nous avons dû dans les deux premières parties supposer qu'immédiatement après un incendie, l'édifice était rebâti et continuait à courir les mêmes dangers jusqu'à la fin de l'année. L'extrême petitesse des probabilités d'incendie est cause qu'il n'existe qu'une différence très-petite, qu'on peut négliger sans inconvénient, entre les assurances calculées dans l'une et l'autre hypothèse; mais cette différence cesserait d'être négligeable si dans des suppositions spéculatives on faisait les probabilités d'incendie extrêmement grandes. Notre formule, ainsi que celles qui vont suivre, deviendrait même absurde si ces probabilités étaient plus grandes que l'unité. La probabilité d'un événement unique est nécessairement fractionnaire, mais lorsque, comme nous l'avons fait, on donne par extension le nom de probabilité à la somme des probabilités d'un certain événement dans une infinité d'épreuves, cette somme peut être supérieure à l'unité, et il n'est plus exact de dire que dans le courant de l'année il ne peut arriver que l'incendie ou l'événement contraire.

Pour apprécier la différence qui existe entre les assurances calculées dans les deux hypothèses, supposons que le bâtiment, au lieu de courir une seule fois dans l'année la chance d'incendie A, court au commencement de chaque mois la chance $\frac{A}{12}$ et soit rétabli immédiatement s'il venait à être brûlé. Il pourra dans ce second mode être brûlé 12, 11, 10.... 1, 0 fois, et les probabilités de ces événemens seront respectivement les treize termes du développement du binome

$$\left\{ \frac{A}{12} + \left(1 - \frac{A}{12}\right) \right\}^{12}$$

Si maintenant on désigne par P la probabilité que le bâtiment sera brûlé au moins une fois dans l'année, P sera la somme des douze premiers termes du développement ci-dessus, et sera ainsi égal au développement total, qui est l'unité, moins le dernier terme, qui est $\left(1 - \frac{A}{12}\right)^{12}$ c'est-à-dire que

$$P = 1 - \left(1 - \frac{A}{12}\right)^{12}$$

ou en développant, que

$$P = A - \frac{12.11}{1.2}\frac{A^2}{12^2} + \frac{12.11.10}{1.2.3}\frac{A^3}{12^3}$$

$$- \frac{12.11.10.9}{1.2.3.4}\frac{A^4}{12^4} + \ldots\ldots\ \text{etc.}$$

Dans les assurances contre l'incendie la probabilité A étant toujours très-petite, on peut sans erreur sensible omettre tous les termes où cette quantité est élevée à une puissance supérieure à l'unité et poser

$$P = A$$

C'est ce que l'application suivante va nous prouver. Pour $A = \frac{1,2}{1000}$ les termes du développement sont

Le 1.er	+	0, 0012
2.e	−	0, 0000 0066
3.e	+	0, 0000 0000 0220
4.e	−	0, 0000 0000 0000 0495
5.e	+	0, 0000 0000 0000 0000 0792

Les termes successifs diminuant très-rapidement et devant diminuer davantage encore après le 7.e, la somme des termes que nous proposons de négliger est à très-peu près égale à celle des quatre derniers termes écrits ; c'est-à-dire à

$$-\ 0,\ 0000\ 0065\ 9780\ 0494\ 9208.$$

or cette somme n'étant que $\frac{1}{1819}$ du premier terme, le développement peut être sans inconvénient réduit à ce terme seul, ainsi que nous l'avons annoncé.

On arriverait à des conclusions tout-à-fait semblables si l'on supposait que le bâtiment subit à chaque instant infiniment petit une certaine chance d'incendie, et est rebâti immédiatement en cas de sinistre. En effet, en désignant par γ le nombre des épreuves, par $\frac{A}{\gamma}$ la chance d'incendie pendant chaque instant, et par P la probabilité que sur les γ épreuves l'incendie aura lieu au moins une fois, on aura comme ci-dessus

$$P = 1 - \left(1 - \frac{A}{\gamma}\right)^{\gamma}$$

$$\text{et } P = A - \frac{\gamma(\gamma-1)}{1\,.\,2}\,\frac{A^2}{\gamma^2} + \frac{\gamma(\gamma-1)(\gamma-2)}{1\,.\,2\,.\,3}\,\frac{A^3}{\gamma^3} - \ldots \text{etc.}$$

Dans le cas où γ est infini, les rapports $\frac{\gamma-1}{\gamma}$, $\frac{\gamma-2}{2}$, etc., sont égaux à l'unité et il vient simplement

$$P = A - \frac{A^2}{1.2} + \frac{A^3}{1.2.3} - \frac{A^4}{1.2.3.4} + \ldots\ldots \text{etc.}$$

Série dont l'expression exacte est $1 - \frac{1}{e^A}$ en désignant par e la base des logarithmes naturels.

On a donc

$$P = 1 - e^{-A} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

d'où

$$(1 - P) = e^{-A}$$

et

$$l\,(1 - P) = -A$$

En désignant par l la caractéristique des logarithmes naturels. Dans le cas de l'application précédente où $A = 0{,}0012$ on a

$$l\,(1 - P) = -0{,}\ 0012$$

d'où

$$1 - P = 0{,}\ 998\ 807\ 197$$

et

$$P = 0{,}\ 001\ 192\ 803$$

et enfin

$$P - A = -0{,}\ 000\ 007\ 197$$

Différence qui n'est que $\frac{1}{1667}$ de A et peut être négligée.

On peut donc, suivant que la simplicité des calculs le demande, supposer que l'édifice court en un instant toutes les chances d'incendie auxquelles il est exposé pendant toute l'année, et qu'il n'a ainsi à subir qu'une épreuve unique dans laquelle il ne peut être brûlé qu'une fois, ou que l'incendie peut avoir lieu à chacun des instans et qu'immédiatement après un incendie quelconque l'édifice rétabli continue à courir les mêmes chances et peut être brûlé un nombre indéfini de fois.

Il était nécessaire de donner ces explications pour éviter le reproche d'inexactitude ou même d'absurdité qu'on aurait pu faire à nos formules.

C'est un précepte de la prudence commune qu'il faut diviser ses risques et c'est aussi ce que la théorie des espérances morales indique. LAPLACE démontre en effet (*page* 436) qu'on a moralement de l'avantage à partager une somme sur plusieurs vaisseaux, au lieu de la transporter sur un seul. Il y démontre aussi que l'avantage moral s'accroît avec le nombre de vaisseaux, et que lorsque ce nombre devient infini, l'assurance morale se confond avec celle mathématique. Ceci s'applique également aux assurances morales contre l'incendie.

L'assurance morale donnée formule (2) pour le propriétaire d'un bâtiment unique de valeur S et courant le risque A ne peut s'appliquer au cas où le même individu posséderait plusieurs bâtimens dont l'assurance mathématique AS serait néanmoins la même. Il est clair en effet que les incendies de ces bâtimens divers étant des événemens indépendans, il y a un avantage moral à ce que le même risque total soit couru par plusieurs maisons ayant ensemble la même valeur. Supposons qu'un individu possède au lieu du bâtiment unique ci-dessus un certain nombre n de maisons dont les incendies soient indépendans, chacune d'elles valant $\frac{S}{n}$ et courant la même chance A. Alors les probabilités d'incendie dans l'année seront les suivantes :

Probab. d'incendie de n maisons.. p^{n}

Id. de $(n-1)$ id. .. $n\,(1-p)\;p^{n-1}$

Id. de $(n-2)$ id. .. $\frac{n\,(n-1)}{1\,.\,2}(1-p)^{2}\,p^{n-2}$

Id. de $(n-3)$ id. .. $\frac{n\,(n-1)\,(n-2)}{1\,.\,2\,.\,3}\,(1-p)^{3}\,p^{n-3}$

. . . .

Id. de 0 id. .. $(1-p)^{n}$

qui sont les termes du développement du binome $\left\{p+(1-p)\right\}^{n}$

La fortune physique, qui correspond à la situation morale du propriétaire, sera donc (formule (1)), en désignant par φ cette fortune,

$$\varphi = \mathrm{F}^{p^{n}}\left(\mathrm{F}+\frac{\mathrm{S}}{n}\right)^{n\,(1-p)\,p^{n-1}}$$

$$\times\left(\mathrm{F}+\frac{2\mathrm{S}}{n}\right)^{\frac{n\,(n-1)}{1\,.\,2}\,(1-p)^{2}\,p^{n-2}}\;\ldots\ldots\;(\mathrm{F}+\mathrm{S})^{(1-p)^{n}}$$

d'où

$$\mathrm{Log.}\;\varphi = p^{n}\;\mathrm{Log.}\;\mathrm{F}+n\,(1-p)\;p^{n-1}\;\mathrm{Log.}\left(\mathrm{F}+\frac{\mathrm{S}}{n}\right)$$

$$+\;\frac{n\,(n-1)}{1\,.\,2}\;(1-p^{2})\;p^{n-2}\;\mathrm{Log.}\left(\mathrm{F}+\frac{2\mathrm{S}}{n}\right)\;\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots+(1-p)^{n}\;\mathrm{Log.}\;(\mathrm{F}+\mathrm{S})\qquad\text{Formule (6)}$$

Si le propriétaire se fait assurer moyennant une certaine somme ω, sa situation sera

$$(F + S - \omega)^{1}$$

et pour que cette situation soit la même des deux manières, il faudra que

$$\omega = F + S - \varphi \dots\dots\dots\dots (7)$$

φ devant être calculé par la formule (6). ω sera l'assurance morale demandée, ou la somme que le propriétaire des n maisons doit raisonnablement payer pour son assurance. Outre qu'on trouvera ici ω moindre que pour un seul corps de bâtiment du même prix, l'avantage moral qui existe en général à diviser les risques sera beaucoup plus grand dans la question des assurances contre l'incendie, par la raison que le danger diminue avec la grandeur des édifices. Dans la question précédente, si l'on admet que le danger est proportionné à l'étendue des édifices, il faudra remplacer A par $\frac{A}{n}$ dans l'expression de la fortune physique φ. Cette quantité sera plus grande et par conséquent l'assurance morale diminuera.

Les formules (6) et (7) s'appliquent également à l'assurance morale d'un groupe de bâtimens semblables de même valeur et courant les mêmes chances d'explosion et de propagation d'incendie, construits en ligne fermée autour d'une cour, puisqu'on a vu (1.^{re} *partie*) que les probabilités d'incendie de tous les corps de cet édifice sont les mêmes.

Dans toutes les questions sur les assurances morales, si on continue à désigner par F la fortune antérieure, par S la somme totale à assurer, par φ la fortune physique du propriétaire, en ayant égard à ses expectatives, et par ω l'assurance morale cherchée, on aura toujours l'équation (7)

$$\omega = F + S - \varphi$$

puisqu'elle a été obtenue par des considérations tout-à-fait indépendantes de la question particulière que nous résolvions. Ainsi nous nous bornerons à l'avenir à donner l'expression de φ pour chaque question. Il suffira ensuite de déduire cette quantité de $F + S$ pour avoir l'assurance morale demandée.

Pour appliquer la formule $(1)'$, il faut déterminer les expectatives E_1, E_2 ...... E_m du propriétaire et les probabilités p_1, p_2 ...... p_n de les obtenir, c'est ce qui sera souvent fort compliqué.

De l'assurance morale de plusieurs bâtimens indépendans, appartenant au même propriétaire.

Si un propriétaire dont la fortune est F possédait un nombre quelconque *n* de maisons n'ayant point de communication entre elles ; A_1, A_2 ..... A_n étant les probabilités qu'elles brûleront dans l'année, et s_1, s_2 .... s_n leurs valeurs respectives pour lesquelles il est question de les assurer.

Supposons d'abord qu'il n'y ait que deux maisons N.$^{\text{os}}$ 1 et 2, il pourra se présenter les quatre cas suivans dont nous avons besoin de connaître les probabilités et dans lesquels

	PROBABILITÉ p DU CAS.	EXPECTATIVE E DU PROPRIÉTAIRE.
Les N.$^{\text{os}}$ 1 et 2 brûleront.....	$A_1 A_2$	F
1 sera brûlé et 2 conservé....	$A_1 (1-A_2)$	$F + s_2$
2 sera brûlé et 1 conservé....	$A_2 (1-A_1)$	$F + s_1$
1 et 2 seront conservés.......	$(1-A_1)(1-A_2)$	$F + s_1 + s_2$

La formule (1)′ donne

$$\text{Log.}\ \varphi = A_1 A_2 \text{Log. F} + A_1 (1 - A_2) \text{Log.} (F + s_2) + A_2 (1 - A_1) \text{Log.} (F + s_1) + (1 - A_1)(1 - A_2) \text{Log.} (F + s_1 + s_2) \qquad \text{Formule (8)}$$

Les probabilités des divers cas sont, suivant un principe général du calcul des probabilités, les termes du développement du produit

$$\left\{ A_1 + (1 - A_1) \right\} \left\{ A_2 + (1 - A_2) \right\}$$

et l'expression de Log. φ est le développement de ce polynome, dans lequel chaque terme a été multiplié par le logarithme de F, plus la valeur conservée dans le cas de l'événement dont il exprime la probabilité, et cette valeur est toujours celle des maisons dont les numéros sont placés en indice aux facteurs $(1 - A)$.

Il est clair que cela est général, et que dans le cas proposé de n maisons, on obtiendra Log. φ en formant d'abord le développement du produit

$$\left\{ A_1 + (1 - A_1) \right\} \left\{ A_2 + (1 - A_2) \right\} \left\{ A_3 + (1 - A_3) \right\} \ldots \ldots\ldots \left\{ A_m + (1 - A_n) \right\} \qquad (9)$$

puis en multipliant chaque terme du développement par le logarithme de la fortune antérieure F, augmentée des valeurs de toutes les maisons dont les numéros seront placés en indice aux facteurs $(1 - A)$ de ce terme.

Dans ce développement les termes expriment les probabilités de l'incendie des corps dont les numéros se trouvent à ses facteurs A et de la conservation des autres dont les numéros sont aux facteurs $(1 - A)$. L'expectative du propriétaire, dans le cas dont la probabilité est indiquée par un d'eux, sera donc la fortune antérieure F, plus la somme des valeurs S dont les numéros sont aux facteurs $1 - A$. Les termes du développement présentent toutes les combinaisons qu'il est possible de faire avec les facteurs $1 - A$, 'auxquelles correspondent toutes les expectatives qui peuvent résulter des combinaisons semblables des sommes S. Or, ces expectatives seront au nombre de $2,^n$ puisqu'elles résultent de la multiplication de n facteurs ayant chacun deux termes. Ainsi, en général, l'expression de Log. φ_n contiendra 2^n termes, multipliés par des logarithmes de quantités différentes et ne seront susceptibles d'aucune réduction. Mais dans le cas où toutes les sommes $S_1, S_2 \ldots . S_n$ deviennent égales à S, les seules expectatives sont F, $F + S$, $F + 2S \ldots F + nS$, et l'expression de φ_n peut être réduite à $n + 1$ termes, comme cela a lieu dans la formule (6).

En appliquant ce qui précède, on trouve pour le cas de trois bâtimens indépendans appartenant au même propriétaire, en désignant par L les logarithmes dans un système quelconque,

(11)

$$\begin{aligned}
L\,\varphi_3 = {} & A_1 A_2 A_3 \, LF + A_1 A_2 (1 - A_3)\, L(F + S_3) + A_1 A_3 (1 - A_2)\, L(F + S_2) \\
& + A^2 A_3 (1 - A_1)\, L(F + S_1) + A_1 (1 - A_2)(1 - A_3)\, L(F + S_2 + S_3) \\
& + A_2 (1 - A_1)(1 - A_3)\, L(F + S_1 + S_3) + A_3 (1 - A_1)(1 - A_3)\, L(F + S_1 + S_2) \\
& + (1 - A_1)(1 - A_2)(1 - A_3)\, L(F + S_1 + S_2 + S_3)
\end{aligned}$$

De l'assurance morale de plusieurs bâtimens contigus faisant partie d'une même propriété.

Lorsque les bâtimens appartenant à un même propriétaire sont contigus, ou tels que le feu peut se communiquer de l'un à l'autre, leurs incendies n'étant plus indépendans, les formules (8), (10) et (11) ne sont plus applicables. Nous allons les modifier de manière à convenir à ce cas.

Supposons d'abord qu'il s'agisse de l'assurance morale de deux bâtimens contigus N.os 1 et 2, séparés par une cloison telle que les probabilités de propagation du feu du N.o 1 au N.o 2, et du N.o 2 au N.o 1, soient respectivement a et a'. Conservons toutes les dénominations du § précédent et reportons-nous à la formule (8), qui donne la valeur de Log. φ dans le cas de deux bâtimens indépendans. Les termes de cette formule, tels que celui-ci

$$A_1 (1 - A_2) \text{ Log. } (F + S_2)$$

sont le produit de deux facteurs, dont le premier $A_1 (1 - A_2)$ est la probabilité que dans l'année le N.o 1 sera brûlé et le N.o 2 ne le sera pas, et le second est le logarithme de l'expectative du propriétaire dans ce cas.

Ici les maisons étant contiguës, il ne suffit plus que l'incendie n'ait pas éclaté au N.o 2 pour que sa valeur S_2 soit conservée et figure à l'expectative du propriétaire, il faut encore que le N.o 2 ne soit point brûlé par l'effet de l'incendie qui est supposé éclaté au N.o 1 : Or, la probabilité de cette non propagation est $(1 - a)$, et dans ce cas seulement S_2 doit rester au facteur logarithmique. Dans celui inverse, dont la probabilité est a, le N.o 2 étant brûlé, S_2 ne fait plus partie de l'expectative du propriétaire et ne doit plus paraître au facteur logarithmique. Le terme ci-dessus de la formule (8) doit donc, dans le cas dont il s'agit, être remplacé par

$$A_1\,(1-A_2)\left\{(1-a)\,\mathrm{Log.}\,(F+S_2)+a\,\mathrm{Log.}\,F\right\}$$

En répétant ce raisonnement pour chacun des termes de la formule (8), on trouve pour le cas de deux bâtimens contigus

$$\begin{aligned}(11)\qquad &\\ \mathrm{Log.}\,\varphi_2 = A_1 A_2\,\mathrm{Log.}\,F &+ (1-A_1)(1-A_2)\,\mathrm{Log.}\,(F+S_1+S_2)\\ &+A_1\,(1-A_2)\left\{(1-a)\,\mathrm{Log.}\,(F+S_2)+a\,\mathrm{Log.}\,F\right\}\\ &+A_2\,(1-A_1)\left\{(1-a')\,\mathrm{Log.}\,(F+S_1)+a'\,\mathrm{Log.}\,F\right\}\end{aligned}$$

Dans le cas particulier où toutes les probabilités A et a d'explosion et de propagation d'incendie sont égales entre elles, cette formule se simplifie beaucoup et devient

$$\begin{aligned}\mathrm{Log.}\,\varphi_2 &= A\left\{A+2a(1-A)\right\}\mathrm{Log.}\,F\\ &+A\,(1-A)\,(1-a)\,\mathrm{Log.}\left\{(F+S_2)\,(F+S_1)\right\}\\ &+(1-A)^2\,\mathrm{Log.}\,(F+S_1+S_2)\end{aligned}$$

On peut modifier par un moyen analogue la formule N.o 11, de manière à ce qu'elle donne l'expression de Log. φ_3, pour le cas de trois bâtimens contigus ne se rejoignant pas par les deux bouts. Pour cela, en conservant toutes les dénominations de la formule (11), nous désignerons les probabilités de propagation d'incendie d'un étage à l'autre par a avec un indice à gauche et un à droite; le premier indiquant le numéro du bâtiment qui est en feu, et le second celui du bâtiment menacé, de sorte que ${}_3a_2$ désignera la probabilité que le feu, étant au N.o 3, se propagera au N.o 2. Nous résolverons la question par un raisonnement analogue à celui employé pour le cas précédent; ainsi, par exemple, pour le cas du terme $A_1\ (1 - A_2)\ (1 - A_3)$ Log. $(F + S_2 + S_3)$, dont la probabilité est exprimée par le coefficient du logarithme, et dans lequel le N.o 1 est brûlé et les deux autres conservés, il peut arriver, lorsque les bâtimens sont contigus, tous les cas dont les probabilités sont les termes du développement de

$$(1 - {}_1a_2) + {}_1a_2 \cdot \left\{ (1 - {}_2a_3) + {}_2a_3 \right\}$$

Or, les termes de ce développement, dans lesquels se trouvera le facteur ${}_1a_2$, correspondront à des cas dans lesquels le N.o 2 sera incendié et dans lesquels S_2 ne devra point se trouver au facteur logarithmique et le terme où se trouvera ${}_2a_3$ correspondra à un cas dans lequel le N.o 3 sera brûlé et où par conséquent S_3 ne devra point figurer à l'expectative du propriétaire: ainsi le terme

$$A_1\ (1 - A_2)\ (1 - A_3)\ \text{Log.}\ (F + S_2 + S_3)$$

de la formule (11) devra être remplacé ici par

$$A_1\ (1 - A_2)\ (1 - A_3) \left\{ \begin{array}{r} (1 - {}_1a_2)\ \text{Log.}\ (F + S_2 + S_3) \\ + {}_1a_2\ (1 - {}_2a_3)\ \text{Log.}\ (F + S_3) + {}_1a_2\ {}_2a_3\ \text{Log.}\ F \end{array} \right\}$$

Par la même raison le cas du terme

$$A_2\ (1 - A_1)\ (1 - A_3)\ \text{Log.}\ (F + S_1 + S_2)$$

se divisera dans ceux dont les probabilités sont les termes du développement de

$$\left\{ (1 - {}_2a_1) + {}_2a_1 \right\} \cdot \left\{ (1 - {}_2a_3) + {}_2a_3 \right\}$$

et ce terme devra se changer en

$$A_1 (1 - A_2)(1 - A_3) \left\{ \begin{array}{l} \quad (1 - {}_2a_1)(1 - {}_2a_3) \text{ Log. } (F + S_1 + S_3) \\ + {}_2a_1 (1 - {}_2a_3) \text{ Log. } (F + S_3) \\ + {}_2a_3 (1 - {}_2a_1) \text{ Log. } (F + S_1) + {}_2a_1 \, {}_2a_3 \text{ Log } F \end{array} \right\}$$

Les termes de la formule (11) qui correspondent à des cas dans lesquels le feu prend dans deux des bâtimens peuvent aussi se modifier de manière à être applicables au cas de la contiguité : Ainsi, par exemple, le terme

$$A_1 \, A_2 \, (1 - A_3) \text{ Log. } (F + S_3)$$

correspond à un cas dans lequel le feu a pris aux N.os 1 et 2, et qui ici doit se diviser dans ceux dont les probabilités sont les termes du développement de

$$\left\{ (1 - {}_1a_2) + {}_1a_2 \left[(1 - {}_2a_3) + {}_2a_3 \right] \right\} \left\{ (1 - {}_2a_3) + {}_2a_3 \right\}$$

Ces termes devront se séparer en deux groupes ; le premier de ceux qui ne contiennent pas ${}_2a_3$, qui devra être multiplié par Log. $(F + S_3)$ et le second des termes qui contiennent cette quantité et qui devra être multiplié par Log. F seulement, puisqu'il correspondra à des cas dans lesquels le N.o 3 sera brûlé.

Enfin le terme

$$A_1 \, A_3 \, (1 - A_2) \text{ Log. } (F + S_2)$$

correspond à un cas qui se divise dans ceux dont les probabilités sont les termes du développement de

$$\left\{ (1 - {}_1a_2) + {}_1a_2 \right\} \left\{ (1 - {}_3a_2) + {}_3a_2 \right\}$$

Le terme $(1 - {}_1a_2)(1 - {}_3a_2)$ correspondra seul à un cas dans lequel le N.o 2 sera conservé et où S_2 devra figurer au facteur logarithmique à l'expectative du propriétaire. On a donc

$$\text{Log. } \varphi_3 = A_1\, A_2\, A_3 \text{ Log. } F$$

$$+ (1 - A_2)(1 - A_2)(1 - A_3) \text{ Log. } (F + S_1 + S_2 + S_3)$$

$$+ A_1 (1 - A_2)(1 - A_3)$$

$$\left\{\begin{aligned} &(1 - {}_1a_2) \text{ Log. } (F + S_2 + S_3) + {}_1a_2 (1 - {}_2a_3) \text{ Log. } (F + S_3) \\ &+ {}_1a_2\, {}_2a_3 \text{ Log. } F \end{aligned}\right\}$$

$$+ A_3 (1 - A_1)(1 - A_2)$$

$$\left\{\begin{aligned} &(1 - {}_3a_2) \text{ Log. } (F + S_1 + S_2) + {}_3a_2 (1 - {}_2a_1) \text{ Log. } (F + S_1) \\ &+ {}_3a_3\, {}_2a_1 \text{ Log. } F \end{aligned}\right\}$$

$$+ A_2 (1 - A_1)(1 - A_3)$$

$$\left\{\begin{aligned} &(1 - {}_2a_1)(1 - {}_2a_3) \text{ Log. } (F + S_1 + S_3) \\ &+ {}_2a_1 (1 - {}_2a_3) \text{ Log. } (F + S_3) + {}_2a_3 (1 - {}_2a_1) \text{ Log. } (F + S_1) \\ &+ {}_2a_1\, {}_2a_3 \text{ Log. } F \end{aligned}\right\}$$

$$+ A_1\, A_2 (1 - A_3)$$

$$\left\{\begin{aligned} &(1 - {}_2a_3)(1 - {}_1a_2\, {}_2a_3) \text{ Log. } (F + S_3) \\ &+ \left[1 - (1 - {}_2a_3)(1 - {}_1a_2\, {}_2a_3)\right] \text{ Log. } F \end{aligned}\right\}$$

$$+ A_2\, A_3 (1 - A_1)$$

$$\left\{\begin{aligned} &(1 - {}_2a_1)(1 - {}_3a_2\, {}_2a_1) \text{ Log. } (F + S_1) \\ &+ \left[1 - (1 - {}_2a_1)(1 - {}_3a_2\, {}_2a_1)\right] \text{ Log. } F \end{aligned}\right\}$$

$$+ A_1\, A_3 (1 - A_2)$$

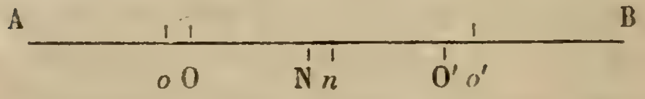
$$\left\{\begin{aligned} &(1 - {}_1a_2)(1 - {}_3a_2) \text{ Log. } (F + S_2) \\ &+ \left[1 - (1 - {}_1a_2)(1 - {}_3a_2)\right] \text{ Log. } F \end{aligned}\right\}$$

Il serait inutile de pousser plus loin ces formules ; il suffira ordinairement d'avoir, d'après les formules (3) ou (4), l'excédant de l'assurance morale sur l'assurance mathématique pour le cas d'un risque provenant d'un événement unique et de savoir que plus les risques seront divisés, soit parce qu'ils porteront sur un plus grand nombre de corps indépendans, soit parce que l'édifice sera partagé par des cloisons, plus la différence entre les assurances morale et mathématique diminuera ; tellement qu'elle finirait par être nulle si les risques étaient infiniment petits relativement à la fortune du propriétaire.

On obtiendra en général les assurances morales avec toute l'exactitude désirable, en calculant par les formules des première et seconde partie, l'assurance mathématique z de chaque corps de bâtiment. Cette assurance, divisée par la somme S, qui serait remboursée en cas d'incendie total, est la probabilité moyenne d'incendie du corps considéré, et un, moins cette probabilité moyenne, pourra être regardé comme la quantité A' des formules (3) et (4). Comme on connaît d'ailleurs la fortune F du propriétaire indépendamment de l'objet à assurer et la valeur S de cet objet, on pourra appliquer ces formules, qui feront connaître quelle somme le propriétaire doit raisonnablement payer au-dessus de l'assurance mathématique z, pour jouir des avantages moraux de l'assurance.

Les assurances morales, dont les formules sont si compliquées lorsqu'il s'agit de plusieurs corps de bâtiment, dont chacun est censé complètement brûlé dès qu'il est atteint par l'incendie, le sont bien plus encore lorsqu'on veut avoir égard, comme nous l'avons fait dans la seconde partie, à la marche du feu par degrés infiniment petits et à tout ce qui peut être sauvé. Alors les expectatives du propriétaire sont en nombre infini et les intégrations ne sont pas praticables, même dans le cas d'un bâtiment rectiligne isolé. Ainsi qu'on va le voir par la théorie suivante.

De l'assurance morale d'un bâtiment rectangle dans le cas où l'on considère l'incendie comme marchant par degrés infiniment petits et où l'on a egard aux parties de bâtiment qui peuvent être sauvées.



Représentons le bâtiment par la ligne AB et considérons-le comme décomposé en tranches infiniment petites par des plans verticaux perpendiculaires à sa longueur. Désignons toujours par S la valeur du bâtiment, valeur qui est celle pour laquelle il est question de l'assurer; par k sa longueur, par A la probabilité d'explosion d'incendie sur chaque surface unitaire, par D le développement du bâtiment, par α la probabilité que l'incendie arrivé à un point quelconque s'avancera encore d'une longueur unitaire; toutes ces dénominations étant celles du § 1.er de la seconde partie, et de plus désignons par F le bien du propriétaire sans y comprendre la maison à assurer.

Supposons que l'incendie éclate dans la tranche Nn de largeur dx située à la distance x de l'extrémité gauche A, que nous prenons pour origine. Le feu éclaté en x se propagera à gauche et à droite. Supposons que sur la gauche il s'arrête en O après avoir brûlé la partie NO que nous désignerons par t et que sur la droite il s'arrête en O', après avoir brûlé la partie NO' que nous désignerons par t'. Alors l'expectative du propriétaire est

$$F + \frac{S}{K}\,(k - t - t')$$

puisqu'on sauvera du bâtiment une longueur $k - t - t'$.

La probabilité que l'incendie éclaté en N*n* sera éteint avant d'avoir parcouru la longueur t est $1-\alpha^{t}$ et celle qu'il le sera avant d'avoir parcouru la longueur $t+dt$ est $1-\alpha^{t+dt}$ La différence de ces deux quantités, savoir :

$$\left(1-\alpha^{t+dt}\right)-\left(1-\alpha\right)^{t}=-l\alpha.\alpha^{t}\,dt,$$

est la probabilité que le feu sera éteint pendant qu'il parcourra l'espace infiniment petit O*o*, ou qu'il s'arrêtera après avoir brûlé à gauche la longueur t .

Par la même raison la probabilité que l'incendie consumera à droite la longueur t' est $-l\alpha\,\alpha^{t'}\,dt'$

Il peut se présenter d'abord deux cas principaux, que voici avec leurs probabilités et les expectatives du propriétaire :

	Probabilité du cas.	Expectative du propriétaire.
1.° Que l'incendie n'éclate point dans l'année	1-KAD	F + S
2.° Que l'incendie éclate. Ce second cas exige que d'abord il éclate dans une tranche quelconque N*n* de largeur infiniment petite *dx* et placée à une distance quelconque *x* de l'origine A : la probabilité de ce premier événement est AD *dx* Cette explosion d'incendie est nécessairement sui-		

	Probabilité du cas.	Expectative du propriétaire.
vie de l'un des quatre événemens suivans :		
1.° L'incendie brûle entièrement les deux parties NA et NB à sa gauche et à sa droite........	$\alpha^x \alpha^{k-x} = \alpha^k$	F
2.° Il brûle entièrement la partie gauche NA et une partie quelconque NO′ = t' de celle qui est à sa droite........	$\alpha^x \left(-l\alpha\, \alpha^{t'}\, dt'\right)$	$F + \frac{S}{K}(k-x-t')$
3.° Il brûle entièrement la partie droite NB et seulement une longueur quelconque NO = t à sa gauche...........	$\alpha^{k-x}\left(-l\alpha\, \alpha^t\, dt\right)$	$F + \frac{S}{K}(x-t)$
4.° Il ne brûle à droite et à gauche que les longueurs quelconques NO′ = t' et NO = t..	$\left(-l\alpha\, \alpha^{t'}\, dt'\right)\left(-l\alpha\, \alpha^t\, dt\right)$	$F + \frac{S}{K}(k-t'-t)$

Nous aurons, d'après la formule (1′), en désignant toujours par φ la fortune physique équivalente à la fortune morale du propriétaire,

$$l\varphi = \left(1 - \mathrm{KAD}\right) l\left(\mathrm{F} + \mathrm{S}\right) + \int \mathrm{AD}\, \alpha^{k}\, dx\, l\mathrm{F}$$

$$- \iint \mathrm{AD}\, l\alpha\, \alpha^{x+t'}\, dx\, dt\, l\left[\mathrm{F} + \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{K}}\left(k - x - t'\right)\right]$$

$$- \iint \mathrm{AD}\, l\alpha\, \alpha^{k-x+t}\, dx\, dt\, l\left[\mathrm{F} + \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{K}}\left(x - t\right)\right].$$

$$+ \iiint \mathrm{AD}\left(l\alpha\right)^{2}\, \alpha^{t+t'} dx\, dt'\, dt\, l\left[\mathrm{F} + \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{K}}\left(k - t' - t\right)\right]$$

La première intégrale prise entre les limites du bâtiment, savoir : $x = o$ et $x = k$ est KAD lF. En substituant cette expression et faisant pour abréger

$$\mathrm{F} + \mathrm{S} = \mathrm{f}$$

$$\frac{\mathrm{S}}{\mathrm{K}} = c$$

il vient en remarquant que ADK $(l\mathrm{F} - l\mathrm{f}) = \mathrm{ADK}\; l\,\dfrac{\mathrm{F}}{\mathrm{f}}$

$$l\varphi = l\mathrm{f} + \mathrm{ADK}\; l\,\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{f}}$$

$$- \mathrm{AD}\, l\alpha \iint \alpha^{x+t'}\, dx\, dt'\, l\left\{\mathrm{f} - c\,(x + t')\right\}$$

$$- \mathrm{AD}\, l\alpha \iint \alpha^{k-x+t}\, dx\, dt\, l\left\{\mathrm{f} - c\,(k - x + t)\right\}$$

$$+ \mathrm{AD}\,(l\alpha)^{2} \iiint \alpha^{t+t'}\, dx\, dt'\, dt\, l\left\{\mathrm{f} - c\,(t' + t)\right\}$$

t' et t étant les longueurs incendiées à partir du point N, qui est éloigné de l'origine A d'une distance x, ces deux variables sont implicitement des fonctions de la troisième, et il faudra commencer à intégrer par rapport à t' entre les limites o et $k-x$ et par rapport à t entre celles o et x. On intégrera ensuite par rapport à x entre les limites o et k. Malheureusement ces intégrations dépendent de celle de la transcendante $\int \frac{a^x \, dx}{x}$ qui ne peut s'exprimer que par une série d'un nombre infini de termes. Comme il ne s'agit ici que d'une évaluation morale, nous ne donnerons pas les séries très-compliquées qui représentent la valeur des intégrales ci-dessus, parce qu'elles n'apprendraient rien sur la question et ne seraient jamais appliquées. Il nous suffit d'avoir montré l'extrême complication de la question et l'impossibilité d'en donner une solution utile dans la pratique.

NOTES
SUR LA POLARISATION,

Par M. **Delezenne**, Membre résidant.

17 octobre 1834.

Avertissement. — Beaucoup de personnes aiment à observer les brillans phénomènes de l'optique moderne, si dignes de fixer l'attention. Faute de loisirs, elles ne pénètrent point dans les profondeurs de la théorie qui les explique ; elles se bornent aux notions indispensables, et dans le petit nombre de traités que nous possédons sur cette matière, elles cherchent moins des calculs que des détails sur des procédés d'expérimentation simples et économiques. Pour cette classe d'amateurs, ces détails ne sauraient être trop longs ni les exemples trop nombreux : c'est exclusivement à elle que s'adressent ces notes.

J'appellerai :

1.° *Axe principal* d'un cristal à deux axes optiques, la bissectrice des angles aigus que font les axes en se croisant. Cette bissectrice se nomme aussi *ligne intermédiaire*. Elle est ordinairement perpendiculaire aux plans de clivage ou aux faces travaillées dans les cristaux préparés pour l'observation.

2.° *Axe secondaire*, la bissectrice des angles obtus que font les axes optiques en se croisant. Cette bissectrice se nomme aussi *ligne supplémentaire*. Elle est ordinairement dans le plan des faces du cristal, et elle passe toujours par les pôles des deux systèmes d'anneaux.

3.° *Axe tertiaire*, la perpendiculaire au plan des deux axes optiques. Elle est ordinairement parallèle aux faces et toujours perpendiculaire à l'axe principal et à l'axe secondaire.

4.° *Section principale*, le plan perpendiculaire aux faces d'un cristal et qui passe soit par l'axe unique, soit par l'axe principal. Elle comprend souvent les deux axes optiques.

5.° *Azimut*, l'angle qu'un plan ou une droite fait avec le plan de polarisation; le plan de cet angle étant d'ailleurs perpendiculaire à celui de polarisation.

J'avertis enfin, et pour n'avoir pas à le répéter trop souvent, que les observations sont faites indifféremment devant une grande glace noire horizontale ou une pile de carreaux qui reçoit et polarise la lumière du ciel, et qu'on vise à travers une tourmaline dont l'axe est perpendiculaire aux rayons polarisés et la section principale dans le plan de polarisation. On peut aussi généraliser le mot *tourmaline* en l'appliquant à tout autre instrument d'analyse remplissant les mêmes fonctions que la tourmaline proprement dite.

Appareils d'observation.

Soit AD (fig. 1, pl. 3) une glace noire indéfinie; O le centre d'une tourmaline à travers laquelle on regarde la glace, l'axe dans le plan de polarisation AOD et perpendiculaire sur BO. L'angle de polarisation OBD $= a$ est de 34° environ pour le verre ordinaire. OB est la bissectrice de l'angle quelconque AOC $= 2b$. Le point B est le seul sur la ligne AD pour lequel l'angle OBD puisse être égal à l'angle a de polarisation : il est donc le plus obscur. Pour les points voisins autour de B, l'angle étant peu différent de a, l'obscurité est encore fort sensible; c'est l'ensemble de ces points qui forme la tache obscure. Les quantités de lumière qui arrivent à l'œil par les rayons réfléchis CO, AO sont égales, d'après les observations de M. Arago, et comme les distances BA, BC sont proportionnelles aux distances inégales OA, OC, la tache paraît d'un noir plus foncé du côté BA que du côté BC, pour des distances *égales* de chaque côté du point B. Il importe, pour certaines expériences, qu'on ne se trompe point sur la vraie position du point B, et pour qu'on puisse le supposer au centre de la tache, il faut que les distances inégales de ce point aux limites de la tache soient vues sous des angles *b* égaux, ce qui exige qu'on observe à travers un trou fait dans un papier noir qui recouvre la tourmaline. Ce trou ne doit pas être tout-à-fait aussi grand que la pupille.

Les dimensions de la tache sont proportionnelles aux diverses distances de l'œil au point B; ainsi, en éloignant suffisamment la tourmaline avec l'œil, on pourra toujours voir la glace entière dans une obscurité convenable à certaines expériences. Cela explique *en partie* pourquoi les anneaux colorés des derniers ordres, par exemple, sont plus ternes que ceux voisins du centre commun mis sur le point B. C'est que la lumière est moins complètement polarisée loin de ce point. Quand la glace est grande et les anneaux étroits, on les voit plus larges et on en voit un plus grand nombre en éloignant l'œil; les couleurs sont aussi plus vives.

Une glace carrée horizontale paraît plus large que longue, parce que les deux dimensions sont vues, dans les expériences, sous des angles inégaux. Ainsi, quand on aura à faire choix d'une glace, on pourra s'arrêter à 50 centimètres de longueur sur 30 à 35 de largeur. On couvrira d'un vernis noir la moins belle des deux faces; mais si ces faces sont passablement parallèles, on la posera sur du drap ou du papier d'un noir foncé et mat, en laissant néanmoins entr'eux une couche d'air épaisse de 1 à 2 millimètres. La lumière étant réfléchie et polarisée par les deux surfaces d'une pareille glace et seulement par une face d'une glace noire, est plus abondante; les expériences y gagnent, et si la lumière du ciel est très-vive, la tache noire paraît plus petite et moins mal terminée, ce qui aide à déterminer avec moins d'incertitude la position du point B, milieu apparent de cette tache, car on juge mieux de la position du centre d'une petite figure que d'une grande.

Pour toutes les expériences où l'on n'a pas de mesures à prendre, on peut, avec économie et avantage, remplacer la glace nue ou noircie par une pile de 8 à 10 carreaux de verre à vitres choisis parmi les mieux dressés. A défaut de ces appareils, on peut se servir d'une table d'acajou ou de marbre polie et vernie; plus le vernis est brillant, mieux la lumière est polarisée Une toile cirée, vernie au noir et tendue sur une planche, produit un bon effet. Enfin on peut profiter, au besoin, de l'eau calme et propre d'un bassin, ou bien encore d'une terrasse mouillée.

Si l'on voulait que la ligne AD (fig. 1) parût partout aussi noire qu'au point B, il faudrait la courber selon la forme d'une spirale dont la construction par points est très-simple. D'un point O (fig. 2) on tire des lignes quelconques OA, OQ, OR... Par le point A quelconque on tire AZ, faisant avec AO un angle ZAO de 34°. Cette ligne rencontre OQ en Q. Par ce point on tire une ligne QV qui fait avec QO un angle OQV de 34°.... et ainsi de suite. Enfin l'on fait passer une courbe par les points A, Q, R.... et cette courbe se rapprochera d'autant plus de la spirale voulue que les lignes parties du point O feront entr'elles des angles plus petits.

On trace cette courbe sur un grand papier épais, ou mieux sur une feuille de zinc, pour servir de patron. On en prend une portion quelconque, GRK, par exemple, et l'on fait tailler deux planches de la forme GRKHG. On les maintient parallèlement au moyen d'un fond et de quelques traverses sur les bords de la courbe. Sur ces courbes et les traverses on dépose une lame de zinc poncée dont on maintient la courbure au moyen des têtes de quelques petits clous. Cette lame, peinte de deux couches noir, puis poncée, est enfin vernie.

Avec moins de six francs on peut ainsi se procurer un appareil équivalent et même préférable à une très-grande glace. On peut de plus mettre sous la plaque courbe des tiroirs contenant les cristaux d'étude. Cet appareil a néanmoins l'inconvénient fatigant d'assujettir l'observateur à placer constamment la tourmaline et son œil au point fixe O, sans pouvoir faire varier à volonté, comme devant une glace, la position de cet œil.

Cet inconvénient se reproduit dans l'appareil de M. NORREMBERG, avec celui bien plus grave, dans certains cas, de réduire l'étendue des images à une petite portion du champ de la vision; mais cet appareil a des avantages qui compensent et au-delà ces inconvéniens. Comme il est peu répandu encore, j'en donnerai une courte description.

CA (fig. 3) est une mince glace nue à faces parallèles et inclinée de 56° sur l'horizon. Elle entre dans un châssis mobile autour d'un axe horizontal passant par le point B, ce qui permet de varier l'inclinaison que mesure un arc de cercle gradué. Si l'on place l'œil au point O, où vont concourir les rayons réfléchis en A, B, C..., on retrouve exactement l'appareil de la fig. 1.re Mais si les rayons polarisés AO, BO, CO.... rencontrent une mince glace étamée GL perpendiculaire sur BO, ils suivront le chemin ALO′, BEO′, CGO′, etc., traverseront la glace et iront concourir au point O′ où l'on doit maintenant placer l'œil.

Au-dessus de la glace nue est un anneau qu'on peut approcher ou éloigner de l'œil et qu'on peut faire tourner, avec le verre parallèle qu'il porte, autour d'un axe horizontal; son inclinaison est mesurée par un axe de cercle. On dépose sur ce verre mince les cristaux d'observation. Enfin une glace noire, dépendance ordinaire de tous les appareils de polarisation, est aussi adaptée à celui de M. **Norremberg** (*).

Si l'on dépose sur la glace étamée GL un cristal à faces parallèles, la lumière polarisée le traversera une première fois pour arriver au miroir, puis une seconde fois à son retour; c'est comme si elle avait traversé une seule fois un cristal d'une épaisseur double, et les phénomènes sont modifiés en conséquence. Cette propriété de l'appareil peut avoir de très-utiles applications.

Au reste, quand le cristal ne doit pas être déposé sur la glace étamée, quand on veut le placer contre la tourmaline, avoir des images étendues et varier à volonté la position de l'œil, on réduit l'appareil à une grande glace d'Allemagne, horizontale, carrée, mince, étamée, qui reçoit la lumière du ciel polarisée par une mince glace rectangulaire non étamée et inclinée de 56° sur la première.

Revenons encore à la figure 1.re — Si l'on pouvait déterminer avec exactitude la position du point B, centre apparent de la tache obscure, il n'y aurait qu'à mesurer avec soin les lignes OD et BD pour avoir l'angle a de polarisation, et, par suite, l'indice de réfraction de la glace ou de toute autre matière plane et brillante donnant aussi une tache noire; car, par le triangle rectangle BDO, on a

$$\text{tang.}\, a = \frac{\text{R} \times \text{OD}}{\text{BD}}\,;\ \text{puis}\ \frac{\text{BD}}{\text{OD}} = \frac{\text{R}}{\text{tang.}\, a} = \frac{\cos.\, a}{\sin.\, a} =$$

$$\frac{\cot.\, a}{\text{R}} = \text{indice de réfraction, d'après la loi de M. Brewster.}$$

(*) On peut se procurer tous les appareils et les cristaux pour l'étude de la polarisation, chez M. Soleil fils, opticien, rue de l'Odéon, à Paris. Il construit également avec soin l'appareil nouveau de M. **Babinet** pour les expériences sur la diffraction, expériences qu'on peut faire maintenant à la simple lumière d'une bougie.

Voici maintenant, pour mesurer OD et BD, un procédé économique, presque grossier, mais susceptible pourtant de quelqu'exactitude.

Faites dresser une épaisse équerre en bois de noyer. Que toutes les faces soient planes et bien perpendiculaires les unes sur les autres. Chaque côté de l'angle droit doit avoir de 20 à 25 centimètres. A une plus grande hauteur correspondrait une tache trop grande qui ferait mal juger de la position du centre; une plus petite exigerait une extrême précision dans les mesures. Mesurez les côtés des deux triangles rectangles de l'équerre et assurez-vous que la somme des carrés des côtés de l'angle droit est égale au carré du troisième côté. Collez sur un côté de l'angle droit et près de l'angle aigu un morceau de liége que vous aurez limé en prisme d'un angle de 34 degrés environ. Sur ce liége, fixez avec une épingle celui qui porte une bonne tourmaline, et de manière que son centre, ou mieux celui du petit trou de papier noir, soit dans le prolongement du côté de l'angle droit et de l'une des grandes faces de l'équerre. Mesurez de nouveau ce côté jusqu'à ce centre. Cela fait, dans le prolongement d'une règle fixée sur la glace avec un peu de cire molle, collez sur cette glace un carré de papier de 1 millimètre de côté. Faites glisser l'équerre le long de cette règle jusqu'à ce qu'en visant par la tourmaline le fragment de papier paraisse bien au centre de la tache. Enfin mesurez la distance du centre du papier à l'extrémité voisine de l'équerre. — Pour avoir une imageplus petite et mieux juger de la position de son centre, et si cela convient à votre œil, fixez sur la tourmaline une lentille bi-concave d'un foyer convenable. — Entre la tourmaline et la glace présentez un papier noir percé d'un trou de 5 à 8 millimètres de rayon. Pour une distance bien choisie, la lumière inutile sera interceptée, celle qui arrive des bords de la tache paraissant plus vive, la tache sera plus petite. Enfin il faut faire un peu tourner la tourmaline autour de son épingle, à droite et à gauche, pour déplacer la tache et mieux juger de sa position.

Exemple. Les côtés d'une semblable équerre sont $\overset{\text{mil}}{211,51}$; 211,76 et 299,30.

Or,

$$(211,51)^2 = 44736,4801$$
$$(211,76)^2 = 44842,2976$$

Somme...... 89578,7777

dont la racine est 299,297 au lieu de 299,30. Si l'angle n'est pas droit, on calcule la perpendiculaire et la distance de son pied à l'autre extrémité de l'équerre. Ce calcul n'est pas nécessaire pour l'équerre ci-dessus, et à sa hauteur, 211,51, il faut ajouter 20,30 pour avoir la distance du sommet de l'angle droit au centre de la tourmaline que j'y ai adaptée. Ainsi (figure 1), OD = 231,81.

En opérant en hiver, à midi, sur une glace noire, devant une fenêtre fermée, par la pluie et un ciel très-obscur, j'ai eu BD = 211,76 + 135,727 = 347,487 pour une moyenne entre douze observations faites successivement; mais en déplaçant l'équerre à chaque fois. Cela donne $a = 33° 42' 30''$. Les valeurs extrêmes sont BD = 343,06, d'où $a = 34° 2' 50''$, et 350,06; d'où $a = 33° 30' 40''$. La lumière trop faible produisait une grande tache mal terminée. Ayant ouvert la fenêtre, j'ai fait immédiatement douze autres observations aussi peu sûres. Les extrêmes sont BD = 342,06 et 347,06 d'où $a = 34° 7' 30''$ et $a = 33° 44' 20''$. La moyenne est 344,218 d'où $a = 33° 57' 20''$. L'influence de la vitre, quand la croisée était fermée, s'est fait sentir sur presque toutes les valeurs de BD; elles sont plus grandes que celles faites à ciel découvert.

On voit aussi que, par cette méthode, et en se bornant à une seule observation, l'erreur sur la valeur de l'angle a ne s'élèvera guère qu'à 12 ou 15 minutes, même dans les circonstances extrêmement défavorables que j'ai choisies.

Un ciel faiblement et uniformément couvert est le plus avantageux à ces observations. Il faut éviter les nuages, à moins qu'ils ne soient d'une teinte blanche uniforme.

Par une moyenne entre vingt observations consécutives faites par un ciel favorable, j'ai trouvé $a = 34^\circ\ 7'\ 50''$ pour la même glace d'ancienne fabrication. Les valeurs extrêmes ne diffèrent de cette moyenne que de 14 et 15 minutes.

Une glace de Saint-Gobin adaptée à l'appareil dispendieux de **Fresnel** est bien perpendiculaire au rayon qui aboutit au zéro du cercle gradué. Faisant successivement usage des deux tuyaux de lunettes, j'ai obtenu de chaque côté 56°, d'où $a = 34^\circ$ pour cette glace.

La mince glace d'Allemagne qui polarise la lumière dans l'appareil de M. **Norremberg** m'a donné un angle de 33° 36'. Cet angle ne peut être en erreur de plus de dix minutes. L'appareil est en bois et bien construit; il est fort long, ce qui rend la tache fort grande; elle couvre le miroir, qui est fort grand aussi; mais en mettant la tourmaline au haut d'un tube noir long de 50 millimètres et d'une ouverture de 10 millimètres, la tache se réduit à un diamètre apparent de 5 à 6 centimètres, et elle est environnée de lumière assez vive pour la bien dessiner. J'ai pris d'ailleurs la précaution de m'assurer que la glace polarisante était exactement perpendiculaire au miroir quand l'aiguille était à zéro, etc. — Le rayon du cercle gradué est de 175 millimètres.

Il paraît donc, par ces observations directes, que l'angle de 35° 25' assigné par **Malus** est trop grand pour la glace ordinaire. Cette conclusion vient appuyer au besoin la loi de M. **Brewster**, savoir, que le rayon réfléchi sous l'angle de polarisation est perpendiculaire au rayon réfracté.

Les observations faites à l'équerre peuvent être utiles, dans certains cas, pour obtenir en peu d'instans une première approximation. En voici quelques exemples.

Sur un morceau de papier noir mis sur une table ou sur une glace je dépose une plaque de cristal de roche perpendiculaire à l'axe et épaisse de 3,35, par conséquent OD = 231,81 — 3,35 = 228,46. J'avance ou recule l'équerre sur le même plan jusqu'à ce que le cristal me paraisse d'un noir foncé auquel succède de la lumière si je fais un peu balancer la tourmaline autour de son épingle. J'ai ainsi BD = 211,76 + 135 = 346,76 d'où $a = 33^\circ\ 19'\ 30''$ et $\frac{\cot. a}{R} = 1{,}521$ pour l'indice de réfraction.

J'opère de même sur une belle plaque de carbonate de plomb dont je parlerai plus loin. L'observation est incertaine parce que la tache noire a une surface beaucoup plus grande que celle du cristal. Les deux observations qui s'écartent le plus l'une de l'autre donnent $a = 29^\circ\ 34'\ 30''$ et $a = 28^\circ\ 23'\ 40''$. La moyenne entre les deux indices correspondans est 1,8059. Le plan des axes du carbonate était confondu avec celui de polarisation.

J'ai noirci à l'encre de Chine l'une des faces d'une topaze incolore et je l'ai déposée sur la glace en mettant l'axe secondaire dans le plan de polarisation. J'ai eu à l'épreuve, correction faite de l'épaisseur de 4 $^{\text{mil}}$, 41 du cristal, un angle de polarisation de $30^\circ\ 20'\ 10''$; c'est une moyenne entre dix valeurs dont les extrêmes diffèrent de près de deux degrés, parce que la surface de la topaze étant plus petite que celle de la tache noire, il y a incertitude sur la vraie distance de l'équerre. Divisant par le rayon la cotangente de cet angle, j'ai 1,7088 pour l'indice de réfraction. D'après une table qu'on trouve dans le traité de M. Herschel, cet indice, mesuré par M. Biot, est 1,6102, ce qui répond à un angle de polarisation de $31^\circ\ 50'\ 30''$, et, par suite, l'angle ci-dessus est trop faible de 1° 30′ 20″. M. **Rudberg** (supplément au même traité) trouve pour indice, dans le sens de l'axe secondaire, 1,61576, qui répond à un angle de 31° 45′ 10″.

J'ai ensuite lavé la topaze et l'ai déposée sur un mince papier noir mat. Avançant ou reculant l'équerre jusqu'à ce que le centre du premier anneau soit couvert par un petit fragment de papier collé sur la topaze, j'ai eu pour angle d'incidence avec la surface, 25° 0′ 50″; divisant donc le cosinus de cet angle, susceptible d'une assez grande exactitude, par l'indice 1,7088 il vient 32° 1′ 35″ pour l'angle que fait l'axe correspondant avec la perpendiculaire aux faces. Faisant faire ensuite un mouvement de 180° au cristal et observant de même le pôle correspondant à l'autre système d'anneaux, j'ai eu 29° 37′ 0″. La différence 2° 24′ 35″ prouve que les faces non parallèles et travaillées de cette topaze ne sont pas perpendiculaires à l'axe principal. L'angle des axes serait donc 61° 38′ 35″, tandis que M. **Biot** le porte à 64° 14′ 2″, M. **Brewster** à 65° et M. **Rudberg** à 56° 38′ 57″ seulement. Si je fais usage de l'indice 1,6102, je trouve 65° 53′ 5″, et enfin 65° 37′ 30″ avec l'indice 1,61576.

Dans l'hypothèse d'un angle de 65°, j'ai fait tailler une topaze à faces perpendiculaires sur l'un de ses axes, m'appuyant sur ce que les faces naturelles de clivage sont perpendiculaires à l'axe principal. D'après les angles, mesurés au goniomètre, la taille répond à un angle de 66° entre les axes. Cependant, à l'observation à travers un verre rouge, les cinq ou six premiers anneaux paraissent parfaitement circulaires. Un second essai sur une autre topaze n'a pas mieux réussi sous le rapport de la taille. Ayant à faire diviser une topaze de 13 millimètres d'épaisseur, pour d'autres vérifications dont je parlerai plus loin, j'en ai fait extraire une plaque ABCD (fig. 4) épaisse de 3,2. On l'a sciée dans la forme du losange EFGH, dont les côtés GF, GH font, avec la face naturelle AB, un angle de 32° 30′, ce qui doit les rendre, ainsi que EF, EH, perpendiculaires aux deux axes, si l'angle de ceux-ci est de 65°. J'ai lieu de croire le travail fidèlement exécuté, puisque, mesurés au goniomètre, les angles F, H sont bien de 65°, et les angles G, E de 115. L'axe principal est, à l'observation, exactement dirigé suivant la diagonale GE. Les formes et tous les autres détails des deux systèmes d'anneaux, successivement observés à travers les couples de faces parallèles GF, HE; GH, EF paraissent identiques. Les premiers anneaux, vus au verre rouge, ainsi qu'à la lampe monochromatique, paraissent bien circulaires; mais ceux des ordres élevés, vus avec leurs couleurs ou à la lampe, affectent un peu la forme elliptique, ce que l'on doit attribuer à l'influence de l'autre axe et aux directions différentes des axes correspondans aux diverses couleurs. Assurément, je ne conclus pas de ces dernières observations que l'angle des axes de cette topaze est de 65°, puisque je pourrais également conclure qu'il est de 66°; c'est dans un autre but que j'ai desiré avoir une topaze taillée bien perpendiculairement à l'un des axes. Je fais seulement remarquer à l'amateur dépourvu d'instrumens précis qu'il peut obtenir, avec une simple équerre et en peu d'instans, une première approximation sur l'angle que font entre eux les axes des cristaux dont on peut voir les anneaux sans polarisation préalable.

Lampe monochromatique.

La lampe à alcool, qu'on trouve dans tous les cabinets de physique, peut servir; la suivante est plus commode et d'un meilleur effet. On recouvre un verre à boire d'un couvercle en fer-blanc traversé par un tuyau rectangulaire de même métal, ayant 1 centimètre de largeur intérieurement sur 3 à 6 de longueur. Ce tuyau dépasse d'environ 2 centimètres le dessus et le dessous du couvercle. Il est rempli par une mèche de coton qui descend jusqu'au fond du verre et qui s'élève de 2 centimètres au-dessus du tuyau. Le verre est rempli de quatre parties d'alcool mêlées avec une partie d'eau saturée de sel de cuisine. Quand la lampe est allumée pour les observations, on arrange la mèche pour avoir une flamme haute et large ; ce qui peut exiger que la liqueur soit préalablement chauffée si elle contient une quantité d'eau beaucoup plus grande. Cette flamme émet une couleur à peu près simple, jaune paille, dont elle colore les objets qu'elle éclaire. On éteint la lampe et l'on évite la perte de l'alcool par évaporation en recouvrant la mèche d'un autre verre plus petit.

Les cristaux qu'on observe à la lampe monochromatique doivent être placés entre deux tourmalines claires. On approche de la flamme autant que possible pour avoir un plus grand champ et une plus vive lumière. On peut observer en plein jour en tournant le dos aux croisées.

Faisons maintenant quelques observations.

Je place entre deux tourmalines croisées une plaque d'arragonite perpendiculaire à l'axe principal et épaisse de 0,8, par exemple, et j'observe d'abord à la lumière du ciel. Si le plan des axes divise en deux parties égales l'un des angles droits que font les axes des tourmalines, je vois deux branches noires hyperboliques ; des lemnicastes qui, sous la forme d'ovales, entourent les pôles, et d'autres lemnicastes qui enveloppent les deux pôles. Par leur superposition partielle, les teintes de ces courbes s'affaiblissent de plus en plus à mesure qu'elles s'éloignent de leur pôle ; les dernières sont rouges et vertes et très-pâles. Enfin, les couleurs, se mêlant de plus en plus, finissent par former de la lumière blanche qui se répand uniformément dans tout le reste du champ de la vision. Pour empêcher cette formation du blanc et voir un plus grand nombre de courbes, on observe à travers un verre qui ne laisse passer qu'une couleur, le rouge, par exemple ; mais comme il absorbe beaucoup de lumière, et comme d'ailleurs la couleur jaune a un plus grand pouvoir éclairant, on observe de préférence à la lampe monochromatique, ce qui permet de voir un nombre illimité de lemnicastes noires et jaunes qui couvrent tout le champ de la vision.

Lorsque le cristal est plus épais, les courbes se serrent davantage et des ovales en plus grand nombre se forment autour de chaque pôle. Quand l'angle des axes d'un autre cristal observé est plus petit, toutes les lemnicastes prennent des formes plus rapprochées de celle du cercle. Enfin, quand cet angle est nul, c'est-à-dire, quand le cristal est à un seul axe perpendiculaire, toutes les lemnicastes sont transformées en cercles, ainsi que le montrent le spath d'Islande, la tourmaline, etc., etc. Si au contraire on choisit successivement des cristaux dont l'angle des axes est de plus en plus grand, et si on les observe d'abord à la lumière du ciel, les couleurs des lemnicastes qui entourent les pôles se mêlent de plus en plus et une plage de plus en plus grande entre les deux pôles se couvre de lumière blanche, ce qui oblige d'incliner le cristal entre les deux tourmalines pour amener les courbes colorées dans le champ de la vision. Les arcs traversés par l'axe tertiaire sont alors tout-à-fait invisibles, quelque inclinaison qu'on donne au cristal dans ce sens; mais toutes les courbes reparaissent dans tout le champ de la vision si on observe à la flamme monochromatique. Tel pourrait être l'angle des deux axes d'un cristal, qu'à la lumière blanche et composée du ciel on ne pût voir aucune couleur, aucune courbe, de quelque manière qu'on inclinât le cristal; mais à la flamme de l'alcool salé, ces courbes seront toujours visibles, même sous l'incidence perpendiculaire, pourvu que le cristal ne soit pas extrêmement mince, car dans ce cas il faudrait l'incliner pour apercevoir les premières courbes. Enfin, si l'angle des axes, grandissant toujours, devenait égal à deux angles droits, on retomberait dans le cas d'un seul axe situé cette fois dans les faces du cristal. Les lemnicastes sont alors transformées en hyperboles équilatères, absolument invisibles à la lumière composée, mais toutes visibles à la flamme monochromatique. En général, un cristal à deux axes, taillé perpendiculairement à l'un de ses trois axes rectangulaires, montre à la flamme monochromatique des courbes dans tout le champ de la vision et sous l'incidence perpendiculaire. Ces courbes sont des lemniscastes si c'est l'axe principal qui est perpendiculaire aux faces; ce sont des hyperboles si c'est l'axe secondaire ou l'axe tertiaire qui est perpendiculaire aux faces. Les cristaux à un axe unique situé dans le plan des faces, comme le spath d'Islande, la tourmaline claire, le cristal de roche, le béril, etc., laissent voir aussi à la flamme de l'alcool, et sous l'incidence perpendiculaire, quatre groupes d'hyperboles équilatères d'autant plus serrées que le cristal est plus épais et qu'il a une plus grande force de polarisation. Les cristaux obliques donnent également des courbes visibles à la lampe monochromatique, lors même qu'ils n'en laissent voir aucune à la lumière blanche. Un très-gros pendant de lustre en cristal de roche me montre ainsi des courbes très-fines, extrêmement serrées et en nombre infini.

On peut prévoir, d'après cela, que des phénomènes de polarisation peuvent se produire à la lampe monochromatique et disparaître complètement à la lumière composée. Au contraire, ceux qui se manifestent à la lumière blanche sont visibles à la lumière simple, mais en éprouvant les modifications qui résultent de la disparution de toutes les couleurs moins une. Par cette remarque, l'amateur doit se tenir pour bien averti qu'il faut répéter à la lampe monochromatique les expériences que nous ferons désormais à la lumière du ciel. En prenant soin de varier les détails des observations; en opérant non seulement sur l'ensemble des cristaux combinés, mais encore sur chacun pris isolément, il recueillera une foule de faits curieux qui deviennent insignifians ou nuls à la lumière composée. Un exemple donné en peu de mots suffira.

Je superpose deux plaques de quartz inclinées sur l'axe comme celles qui forment l'appareil de M. **Savart** et dont je parlerai bientôt. Après les avoir observées isolément, je fais faire à leurs sections principales, et successivement, des angles de 22° 1/2, 45°, 67° 1/2, 90°, 112° 1/2, et ainsi de suite. Pour chacune de ces positions je fais tourner lentement, à droite et à gauche, l'ensemble des deux plaques mises entre les tourmalines dont les axes sont ou parallèles ou croisés. Je vois ainsi tantôt des courbes continues, tantôt des mailles de réseaux; des tissus, des échiquiers, des alvéoles; j'assiste aux diverses transformations de ces images les unes dans les autres, et qui pour la plupart sont invisibles à la lumière composée.

Quand on a à faire des combinaisons de cristaux et qu'on doit les incliner les uns sur les autres ou sur le rayon de lumière, les observations à la lampe deviennent incommodes ou même impossibles, si l'on veut faire usage de deux tourmalines. Dans ce cas on ne conservera que la tourmaline oculaire et l'on remplacera la tourmaline objective par une pile de glaces, sur laquelle on déposera la lampe. Il faut alors mettre la pile presqu'à la hauteur de l'œil et approcher autant que possible de l'image de la flamme, qui doit être haute, large et vive. Il faut avoir une chambre obscure ou attendre la nuit pour observer ainsi.

M. **Babinet** ayant mesuré la longueur d'une ondulation lumineuse pour la flamme de l'alcool salé, l'a trouvée égale à celle qui correspond à la ligne D dans le spectre de **Fraunhofer**.

Cette flamme n'est pas d'une couleur simple, car en l'observant à travers un prisme de verre d'un angle de 60 degrés, on la voit bordée d'une large bande colorée dans laquelle on peut distinguer le vert, le bleu, l'indigo et le violet, couleurs qui ne disparaissent pas, bien qu'on ajoute de l'eau à la liqueur et qu'on saupoudre de sel le sommet et les côtés de la mèche. Le bleu foncé qui résulte du mélange de ces couleurs colore la tache centrale et les anneaux sombres que montre un quartz perpendiculaire observé à la lampe, soit entre deux *analyseurs* croisés, soit entre deux tourmalines claires, d'un bleu faible et légèrement verdâtre. Si les tourmalines sont vertes ou brunes les courbes et la tache sont d'un bleu presque noir, et les courbes jaunes prennent une teinte fort sombre. A l'avenir je considérerai la lumière jaune paille de l'alcool salé comme simple et les courbes bleues comme noires.

Appareil propre à remplacer la tourmaline.

Les brillantes couleurs qu'on observe quand la lumière polarisée a traversé un cristal sont toujours altérées par leur mélange avec la couleur propre de la tourmaline employée. Si, pour diminuer cet inconvénient, on fait usage d'une tourmaline mince ou peu colorée, elle n'absorbe point assez de lumière et les couleurs, moins impures à la vérité, sont trop affaiblies par leur mélange avec la couleur blanche. Pour les voir dans tout leur éclat, dans toute leur pureté, on substitue à la tourmaline, une glace noire faisant un angle de 34 degrés avec le rayon transmis, et dont l'intersection avec la glace polarisante est parallèle au plan de polarisation. On voit les couleurs complémentaires quand l'intersection est perpendiculaire à ce plan. Mais cette méthode, excellente pour observer une couleur uniforme, devient insuffisante pour observer des images compliquées. Dans ce cas on est obligé de réduire les dimensions de cette glace à environ deux centimètres de longueur sur un de largeur et il faut approcher l'œil le plus près possible. Comme on ne retrouve pas immédiatement sa position quand elle est dérangée, on la fixe, ce qui fixe aussi la position de l'œil et rend les observations nombreuses fatigantes à faire. Voici un petit procédé pour rendre à l'œil la liberté de ses mouvemens. Je suppose les cristaux à étudier, encastrés dans des disques de liége de 4 centimètres de diamètre. DFEG (fig. 5) est la projection horizontale d'un pareil disque, et HKI une coupe verticale suivant DE. La partie ABC ou KP est vide ; HMLK est un morceau de liége collé sur le disque ; il est limé en biseau suivant KL, et l'angle LKI est de 57.° La petite glace noire est collée contre cette face inclinée. Enfin, on trace à l'encre le diamètre FG, parallèle à la glace, et le diamètre DE perpendiculaire sur le premier. Pour observer, on applique le disque HI sur ceux des cristaux, comme s'il portait une tourmaline dont l'axe serait le diamètre FG. Pour avoir plus de lumière, on remplace la glace noire par une *très-mince* glace nue *à faces parallèles*, en la posant contre un papier noir mat MK collé sur le liége. Cette glace doit être assez mince pour que les deux images d'un petit trou d'aiguille fait dans un papier noir et observées avec l'instrument soient à peine séparées. On ne voit qu'une image de ce trou avec les verres extrêmement minces et parfaitement polis qu'on trouve chez M. Charles Chevalier fils, au Palais-Royal, à Paris. Il faut choisir, parmi ces verres destinés aux observations microscopiques, ceux dont les faces sont parallèles.

S'il s'agit seulement d'explorer une image composée, cet instrument l'emporte sur la tourmaline, malgré une réduction notable dans le champ de la vision, provenant de ce que la petite glace ne peut pas, comme la tourmaline, être appliquée contre le cristal à étudier ; mais si l'on a à combiner plusieurs cristaux, à les faire mouvoir les uns sur les autres, à les incliner en divers sens, alors les inconvéniens se multiplient, et à moins d'une grande habitude, on est exposé à mal observer ou à perdre beaucoup de temps. Si l'on veut faire le sacrifice d'un peu de lumière, il est facile de modifier cet instrument de manière à l'employer absolument comme une tourmaline. La modification se réduit à faire réfléchir la lumière reçue sur la glace nue KL par une seconde glace parallèle à KL. Cette nouvelle glace peut être noircie sur la face postérieure. Une glace nue à faces parallèles est préférable : on perd moins de lumière ; elle peut être étamée ; si elle est mince et si ses faces sont bien parallèles, les images sont très-nettes et la perte de lumière est encore beaucoup diminuée. Si les glaces étaient épaisses on verrait au moins trois images d'un trou d'aiguille fait dans un papier noir. On en verrait davantage si les faces et les glaces n'étaient pas exactement parallèles et si elles étaient plus nombreuses. Au lieu d'une seule glace nue on peut employer une pile de 3 à 6 très-minces glaces à faces parallèles, alors il y a gain et non plus perte de lumière ; mais l'image n'est plus aussi nette, parce que ses diverses parties empiètent un peu les unes sur les autres par la raison qui vient d'être donnée.

Pour éviter les périphrases, je donnerai provisoirement le nom d'*analyseur* à cet instrument. Sa construction exige quelques petits soins ; je crois devoir les indiquer.

Usez sur une large lime plate une face HI (fig. 6) d'une plaque épaisse de liége ; sciez la obliquement, sous un angle de 57 degrés environ. Limez les deux faces de la section pour qu'elles joignent exactement et qu'elles soient inclinées de 57 et 123 degrés sur la face HI que vous aurez à cet effet dressée de nouveau. Au moyen de 4 épingles, attachez l'un à l'autre les deux morceaux. Dressez alors la face supérieure MQ pour réduire l'épaisseur à être partout de 16 millimètres. D'un point de la ligne de jonction comme centre et d'un rayon de 20 millimètres décrivez sur la face inférieure HI un cercle dont on voit la projection en DFEG. Les projections de la section sont FG, TU. Tirez deux parallèles aux deux lignes de jonction et à la distance de l'épaisseur de la glace augmentée de 4 millimètres. A deux distances du centre, égales à la moitié de la longueur de la glace, tirez les perpendiculaires AV, CX sur les deux faces. Taillez au canif, puis limez le contour du disque perpendiculairement aux faces. Enfin, entre les lignes projetées en AV, CX, enlevez au canif, puis à la lime, la partie LKRS, dont vous aurez achevé de tracer le périmètre sur les faces de jonction des morceaux séparés. A mesure que ce travail avance il faut s'assurer si les faces bien planes qu'on prépare ainsi font constamment avec la face inférieure HI un angle de 57 degrés pour la face RS et de 123 degrés pour la face KL. Si vous suivez minutieusement cette instruction, vos glaces mises à leur place, où elles entrent à frottement, seront parallèles et convenablement inclinées sur les faces du disque dont vous aurez rejoint les parties. Voici d'ailleurs comment vous pourrez vous assurer que ce parallélisme utile a été obtenu. Visez au loin l'arête horizontale d'un toit, directement entre ces deux glaces et par réflexion sur l'une d'elles. Les deux images doivent toujours paraître dans le prolongement l'une de l'autre de quelque manière que l'analyseur soit posé ou tourné. Il en doit être de même pour toute autre ligne, soit oblique, soit verticale.

Les très-minces glaces parallèles d'un verre tout-à-fait incolore ne doivent point dépasser le liège. Sur les faces RS, KL du liège on aura collé un mince papier noir mat. Quand l'œil est placé trop près du point L, il reçoit la lumière directe qui passe par les lignes voisines de R. Si cela incommode, on colle un papier noir sur ML et on le fait avancer jusqu'à peu près le milieu de LU. L'instrument posé comme dans la figure 6, est très-commode pour observer de l'œil gauche. On lui fait faire un demi-tour pour observer de l'œil droit.

Pour observer avec l'analyseur comme avec une tourmaline, on place l'œil entre les glaces dont les bords sont parallèles au plan de polarisation. Le diamètre du disque parallèle aux glaces sera considéré comme un axe. Si l'une des glaces est nue et l'autre étamée, on aura autant de lumière qu'avec une bonne tourmaline verte; mais, comme je l'ai dit, le champ de la vision sera un peu plus restreint. On peut encore augmenter cette lumière en remplaçant la glace étamée par un prisme abRK d'un verre pur, parfaitement poli et tout-à-fait incolore. Les angles à la base aK sont de 57 degrés. Dans ce dernier état, l'analyseur est de beaucoup préférable aux meilleures tourmalines, surtout lorsqu'on est intéressé à voir toutes les couleurs et dans toute leur pureté. Les expériences suivantes justifieront cette préférence.

Devant la glace noire, ou mieux, devant la pile de carreaux, j'incline une topaze blanche, épaisse de 5,25, et j'observe l'un de ses deux systèmes d'ovales avec une excellente tourmaline brune. Les arcs situés du côté de l'autre pôle sont généralement rouges et verts; quelques-uns des premiers sont bordés de couleurs variées dont les nuances exigent une attention soutenue pour être distinguées et qui disparaissent si j'observe avec une tourmaline verte. Ces nuances, bien plus marquées entre les pôles qu'en dehors, où les arcs plus serrés se superposent en partie, font reconnaître que la topaze, ainsi que presque tous les cristaux, a des axes différens pour différentes couleurs. L'analyseur, substitué à la tourmaline, rend à ces nuances leurs véritables teintes et en fait découvrir d'autres que la tourmaline éteignait. Elles disparaissent toutes et de nombreux ovales, invisibles jusqu'ici, se montrent si j'interpose un verre rouge. Tous les ovales sont nécessairement noirs et rouges. J'en vois une infinité à la lampe si j'incline la topaze entre les deux tourmalines.

Une plaque de carbonate de plomb, travaillée par feu M. Lebaillif, est épaisse de 1 millimètre; observée devant la pile à la tourmaline verte, et en mettant le plan de ses axes successivement dans les azimuts zéro et 45 degrés, on ne voit guère que du rouge sale et du vert. La diffusion des barres noires fait soupçonner l'existence de couleurs tendres salies par celle de la tourmaline. Elles se montrent en effet si l'on se sert d'une très-mince tourmaline brune et elles prennent tout leur éclat vues à l'analyseur. Il y a peu d'arcs colorés autour des pôles, au-delà de la ligne qui les joint; mais on en voit une très-grande quantité à la lampe monochromatique. Chaque pôle est alors entouré de 3 lemnicastes; les autres, en nombre illimité, enveloppent les deux pôles.

La nature de la lumière reçue à travers une plaque bi-réfringente, l'épaisseur du cristal, la séparation des axes pour les diverses couleurs et la séparation des plans de ces axes, sont autant de causes qui peuvent modifier singulièrement les détails et les teintes des images. Je vais en donner un bel exemple sur une plaque longue de 26 millimètres, large de 18 et épaisse de 3. De tous les échantillons connus de carbonate de plomb taillé, celui-ci est le plus beau; et de toutes les expériences de l'optique, la plus belle, pour les yeux, est celle que nous allons faire avec ce morceau unique qui appartient à M. BABINET. Ce savant a bien voulu me le confier.

Plaçons d'abord le cristal entre deux tourmalines croisées pour l'observer à la flamme de l'alcool salé; ici la couleur de la tourmaline n'a d'autre influence que d'affaiblir un peu la lumière, qui reste simple et assez vive. Chaque pôle est entouré de 8 lemnicastes noires; les autres lemnicastes noires, en nombre infini, enveloppent les deux pôles. Il y a, par conséquent, un nombre également infini de lemnicastes jaune paille. Les branches de la croix noire qui se forme quand la ligne des pôles est parallèle à l'axe de l'une des tourmalines sont pareilles à celles du spath d'Islande perpendiculaire vu à la lumière blanche.

Observons maintenant le cristal à la lumière du ciel et entre deux tourmalines vertes. Les branches de la croix noire sont plus diffuses; celles qui s'éloignent des pôles sont bordées d'un nuage brun rougeâtre qui annonce l'existence de couleurs salies par les tourmalines. Quand le cristal seul fait un mouvement de 45 degrés, les branches de la croix se transforment en hyperboles bordées en dedans des pôles de cette couleur brune devenue plus vive, et en dehors d'une couleur verte assez belle.

— Remettons la ligne des pôles dans la direction parallèle à l'axe d'une des tourmalines et observons les autres parties de l'image. Cette image n'est plus qu'un segment de celle observée à la lampe monochromatique. Elle est renfermée dans un losange dont la petite diagonale est sur la ligne des pôles; tout le reste est effacé, sauf les branches prolongées de la croix. L'image renfermée dans le losange n'est guère composée que de rouge pâle et de vert assez beau. Le rouge s'améliore quand il est dégagé des branches de la croix en imprimant au cristal un mouvement de 45 degrés. Alors les lemnicastes rouges et vertes qui entourent ou enveloppent les pôles sont fort belles.

Supprimons l'une des tourmalines pour avoir des couleurs moins impures et faire ressortir un peu celles qu'elles éteignent; recevons à travers le cristal la lumière polarisée par une pile de glaces. Alors, quelques anneaux rouges autour des pôles s'étendent hors du losange jusqu'aux branches noires bordées d'une teinte rousse plus vive et plus étendue qu'avant. Une teinte de bleu assez beau, quoique un peu sale, se répand sur l'image en prenant la forme d'un carré dont l'une des diagonales est aussi sur la ligne des pôles. Cette teinte bleue modifie les couleurs des courbes qu'elle couvre, et laisse conséquemment dans leur état primitif les parties de ces courbes comprises entre les bords des deux losanges. Ces franges extérieures au carré bleu sont presque rectilignes et parallèles à la ligne des pôles. Si la plaque fait un mouvement de 45 degrés, la couleur bleue, emportée par les branches de la croix, borde celles-ci en dehors des pôles où l'on ne voit quelques anneaux qu'en interposant un verre rouge. La partie de l'image entre les pôles est renfermée dans un carré d'où la lumière bleue ayant disparu laisse voir les lemnicastes d'un beau vert et d'un rouge sale qui qui s'avive beaucoup dans le voisinage des pôles.

Remettons la ligne des pôles dans le plan de polarisation et répétons les mêmes observations avec l'analyseur formé d'un prisme et d'une glace nue. Alors toutes les couleurs, plus nombreuses autour des pôles, sont vives et pures. Le bleu d'azur est de la plus grande magnificence ; le vert, près des pôles, est aussi d'une grande beauté; il se propage plus loin sur l'image intérieure ; il entraîne avec lui quelques arcs qui se rectifient parallèlement à la ligne des pôles.

Faisons maintenant quelques observations pour reconnaître et non mesurer les différences entre les angles des axes correspondans aux diverses couleurs. La distribution de ces couleurs dans l'image indique assez que l'angle est plus grand pour la couleur rouge, plus petit pour le bleu et intermédiaire pour le vert ; et comme de plus cette distribution est parfaitement symétrique des deux côtés de la barre noire située dans le plan de polarisation, tous les axes sont aussi dans ce plan. C'est ce qu'il est facile de vérifier en prenant la petite précaution suivante. Je dépose sur la pile de glaces un petit carré de papier blanc, ou mieux, un fragment d'une mince glace étamée, et j'amène le pôle de la couleur rouge de l'image sur le miroir. La lumière polarisée a traversé un verre rouge avant d'arriver au carbonate de plomb ; comme cette couleur est presqu'absolument simple, elle efface toutes les autres ; il ne reste que des courbes rouges et noires plus nombreuses que celles qu'elles remplacent, et un grand nombre environnent les pôles de toute part. Si je remplace le verre rouge par un vert, tout s'efface ; il ne reste que les courtes franges presque rectilignes comprises entre les bords des deux losanges dont j'ai parlé. Le miroir n'est plus au pôle visible ; celui-ci paraît s'être approché de l'autre système d'anneaux ; il semble qu'on a maladroitement dérangé l'image : mais le miroir reparaît au pôle quand on reprend le verre rouge. Un verre d'un beau bleu de cobalt produit les mêmes effets avec un déplacement plus étendu dans le même sens et dans le plan de polarisation.

Il résulte de ces observations que dans le carbonate de plomb les angles des axes correspondans aux rayons des diverses couleurs sont situés dans un même plan et décroissent depuis la couleur rouge, la moins réfrangible, jusqu'à la violette, la plus réfrangible. Cet ordre de décroissement dans les angles des axes s'observe également dans la topaze incolore, plusieurs micas, le diopside, le borax. . . . . ; et il est contraire dans le nitrate de potasse, le sucre, l'arragonite; c'est-à-dire que dans ces derniers cristaux les angles des axes relatifs aux diverses couleurs croissent avec la réfrangibilité de ces couleurs.

Pour presque tous les cristaux, les plans de ces angles se confondent dans celui des deux axes secondaire et principal. Le borax présente une exception sur laquelle je m'arrêterai, parce qu'elle est très-intéressante et qu'elle me fournira l'occasion d'indiquer aux commençans quelques petites manipulations insignifiantes, mais indispensables quand on est dépourvu d'appareils.

Une lame de liége large de 45 à 50 millimètres est percée vers l'un de ses bouts d'un trou de 15 à 25 millimètres. Autour de l'analyseur mis sur ce trou, je passe un crayon, et en trois ou quatre points de la circonférence ainsi décrite sur la lame, je plante des épingles destinées à contenir les cristaux et l'analyseur, qui peuvent ainsi tourner dans leur plan au moyen d'une épingle fichée dans leur épaisseur. Un bouchon de liége est collé à un support mobile quelconque. Une grande aiguille à coudre, perpendiculaire au plan de polarisation, est fichée par la tête dans ce bouchon et par la pointe dans l'épaisseur de la lame de liége qui peut ainsi tourner autour de l'aiguille comme axe pour devenir perpendiculaire ou oblique aux rayons polarisés et réfléchis par la pile de glaces. Enfin, entre les quatre épingles je place le liége qui porte un cristal de borax et par-dessus l'analyseur. Les deux sections principales doivent être dans le plan de polarisation.

J'observe l'image de l'un des deux systèmes d'anneaux : elle est singulièrement compliquée; elle n'a presque rien de symétrique, et il serait bien long d'en donner une description complète. Les couleurs sont bizarrement distribuées et dirigées; on croirait que le cristal est très-défectueux ; mais à la lumière rouge comme à celle de la flamme monochromatique toutes les irrégularités disparaissent. Si j'observe l'autre système d'anneaux, en tenant toujours exactement dans le plan de polarisation les barres noires qui joignent les pôles, je retrouve exactement la même distribution des couleurs, avec cette seule différence, qu'on devait prévoir, que tout ce qu'on remarque à gauche dans la première image, par exemple, se retrouve à droite dans la seconde. Cela posé, j'abaisse vers la pile la lame de liège en la faisant tourner autour de l'aiguille horizontale qui l'attache au support jusqu'à ce que je revoie le premier système. Je fais usage d'un verre rouge et je place le petit miroir exactement au centre du premier ovale; puis je fais passer la lumière polarisée à travers un verre de vitraux d'un vert franc un peu foncé. Le pôle des rayons verts est descendu au-dessous du miroir; il a marché vers l'autre pôle en obliquant vers la droite. Je me sers enfin d'un verre bleu de cobalt à faces parallèles, comme les deux précédens. Le pôle de cette couleur est considérablement descendu au-dessous du miroir; il est également transporté à droite et à une distance bien plus grande que pour le pôle des rayons verts. On observe des mouvemens égaux, mais en sens inverse, si l'on répète cette expérience sur l'autre système d'ovales.

Lorsque les lignes noires des deux systèmes d'ovales sont ensemble dans le plan de polarisation RR′ (fig. A), elles ne divisent point les courbes colorées de chaque système en deux parties symétriques; mais si l'on fait faire au borax un mouvement de 25 degrés environ, dans son plan, elles prennent des directions parallèles RB, R′B′ et alors les formes des courbes et la distribution des couleurs sont exactement les mêmes des deux côtés de chacune de ces lignes. De plus, si l'on met les pôles

R, R′ des rayons rouges dans le plan de polarisation, on trouve les pôles V, V′ des rayons verts, et les pôles B, B′ des rayons bleus dans la direction précise des lignes noires. Ces dernières observations se font plus commodément sur un cristal taillé de manière à montrer l'un de ses deux systèmes d'ovales sous l'incidence perpendiculaire.

De ces expériences faites sur le borax négatif, nous concluons que :

1.° Les angles des axes relatifs aux diverses couleurs décroissent dans l'ordre inverse des réfrangibilités de ces couleurs.

2.° Le plan des axes des diverses couleurs tourne dans le même sens depuis le rouge jusqu'au violet.

3.° Les pôles des diverses couleurs sont situés sur deux droites parallèles qui divisent les systèmes d'anneaux en deux parties symétriques.

Selon le côté par lequel on observe un cristal de borax, on a la figure A, ou la même figure vue par transparence après avoir retourné le papier sens dessus dessous.

M. Herschel a le premier fait remarquer que dans beaucoup de cristaux les angles des axes correspondans aux diverses couleurs sont inégaux, et que, dans le borax, les plans de ces axes ne sont pas confondus. M. Babinet est aussi l'un des premiers observateurs qui aient reconnu l'important phénomène de la séparation des axes.

Comme les cristaux de borax sont très-intéressans à étudier, je dirai comment on peut les préparer soi-même et sans frais.

On trouve chez tous les droguistes du borax en gros fragmens sur lesquels on peut souvent reconnaître une ou plusieurs faces planes naturelles. La rupture à petits coups de marteau fait d'ailleurs presque toujours découvrir de ces faces alors beaucoup moins étendues. Avec une petite scie d'horloger et dont la lame est un ressort de montre, on taille des plaques tantôt parallèles, tantôt perpendiculaires, ou même obliques à ces faces. Le trait de scie doit être entretenu plein d'eau. On peut se borner à abattre au canif tout ce qui excède la plaque qu'on veut obtenir et qui doit avoir de 3 à 5 millimètres d'épaisseur. On frotte légèrement ces plaques sur une lime un peu rude, plane et bien mouillée, jusqu'à ce que l'épaisseur soit réduite à un ou deux millimètres au plus. On les frotte ensuite, et plus légèrement encore, sur un verre dépoli très-doux et très-mouillé. Cette dernière opération a pour objet d'user un peu la plaque et d'opérer une dissolution partielle et uniforme. On rince enfin la plaque en la tenant par un bout, et quand elle est égoutée on la pose horizontalement en l'appuyant par ses extrémités sur deux petits supports. Sa surface cristallise en séchant et elle prend un poli et une transparence convenables. On peut augmenter cette transparence en faisant succéder une glace polie au verre dépoli.

Pour conserver le cristal qui manque de dureté et augmenter encore sa transparence, on le colle avec de la térébenthine chaude entre deux verres minces et incolores.

En une journée, on peut préparer ainsi une trentaine de plaques parmi lesquelles on choisit celles dont les faces sont perpendiculaires à l'axe principal. On s'assure que cette condition est remplie lorsqu'en observant sous l'incidence perpendiculaire on reconnaît les formes qu'affectent les lemnicastes autour du milieu de la ligne des pôles. Il vaut mieux observer à la lampe et entre deux tourmalines croisées. L'image est coupée en deux parties symétriques par deux lignes droites qui se croisent à angles droits au centre du champ de la vision quand les faces de la plaque sont perpendiculaires à l'un des trois axes rectangulaires. Les autres plaques serviront aux diverses études que nous ferons bientôt. Des plaques de sel de La Rochelle, préparées de la même manière, sont fort intéressantes à observer : la séparation des axes y est très-prononcée.

Lorsque les sels préparés par la méthode ci-dessus sont très-solubles dans l'eau, comme l'acide citrique, par exemple, on se sert d'eau presque saturée du même sel.

Le centre des anneaux colorés que montre le spath d'Islande perpendiculaire étant noir, et toutes les courbes isochromatiques qui entourent le centre étant des cercles parfaits, les axes correspondans aux diverses couleurs sont tous confondus en un seul perpendiculaire aux faces du cristal. Or, il est très-facile de séparer ces axes, de faire prendre une forme elliptique aux anneaux et d'imiter ainsi dans leurs formes et la distribution des couleurs les ovales de l'arragonite, de la topaze blanche, etc., etc. Il suffit pour cela d'interposer entre l'œil et l'analyseur un prisme de verre dont l'arête de l'angle réfringent, de 50 à 60 degrés, soit perpendiculaire au plan de polarisation primitive.

Réciproquement, au moyen d'un prisme convenablement choisi ou présenté, on peut faire disparaître d'un système d'ovales, et plus ou moins complètement, les phénomènes de coloration qui résultent de la séparation des axes dans certains cristaux, quand tous ces axes sont dans un même plan.

◆

Le petit appareil de la figure 5, mis comme objectif devant un cristal à étudier, suffit pour polariser la lumière et donner, à cause de sa proximité, un champ aussi étendu qu'une grande glace. D'après cela, on peut supprimer cette glace. L'amateur qui possède l'appareil aux deux tourmalines de M. Herschel verra bien ce qui reste à faire pour en construire un semblable sans tourmalines. L'une sera remplacée par l'analyseur, l'autre par l'appareil fig. 5. Pour ce cas, la glace nue KL pourra être prolongée jusqu'au prolongement de BP. Une petite pile de cinq à dix glaces minces, d'un verre bien blanc, placées derrière KL dans l'épaisseur du liége, est d'un excellent effet.

Quand l'analyseur est composé de deux glaces un peu épaisses, nues et à faces parallèles, il est nécessaire qu'elles soient elles-mêmes bien parallèles pour éviter la production de phénomènes étrangers à ceux que l'on veut observer et qui les modifient. Ils consistent en des franges colorées produites par l'interférence des rayons réfléchis par les deux faces des deux glaces. Pour les faire naître à volonté, en obtenir de plus ou moins serrées et les soumettre à diverses épreuves, il est nécessaire de modifier un peu la construction. Au lieu d'être coupé obliquement et en deux parties inégales, le disque de liège est coupé par son milieu perpendiculairement aux faces. Chacune des deux parties symétriques porte une glace nue de 1 à 3 millimètres d'épaisseur, inclinée de 57 degrés sur les faces du disque. On réunit les deux parties par un peu de cire molle et si le parallélisme n'est pas exact on l'obtient aisément en appuyant sur la cire un peu plus d'un côté que de l'autre. Faites alors tourner l'une des deux moitiés autour d'une perpendiculaire au plan de séparation. Ce mouvement doit être fort peu étendu; il suffit qu'une ligne droite éloignée paraisse brisée. Un petit mouvement de plus, s'il est nécessaire, fera paraître les franges hyperboliques à peu près perpendiculaires à l'axe de l'instrument. Elles sont d'autant plus serrées que le mouvement a été plus étendu; et on les voit beaucoup plus nombreuses, si on les regarde dans le ciel à travers un verre rouge; on en a une infinité à la flamme monochromatique.

L'analyseur étant ainsi préparé pour donner des franges, je m'en sers comme d'une tourmaline pour le combiner successivement avec divers cristaux à un ou à deux axes, comme des spaths d'Islande ou des quartz perpendiculaires; des topazes, des micas, etc., ou bien avec des cristaux parallèles ou obliques, croisés ou séparés et dont on fait varier les épaisseurs, les azimuts et les inclinaisons. Je vois ainsi, généralement, que les franges subsistent et qu'il se forme deux systèmes de cercles colorés dont les diamètres varient avec la nature du cristal, son épaisseur ou son inclinaison. Les circonférences s'éloignent plus ou moins de la masse des franges, et, dans certains cas, elles sont d'un si grand diamètre, qu'on croit voir trois systèmes séparés de franges tantôt parallèles, tantôt croisés sous divers angles, etc.

Il y a une autre manière d'observer ces franges découvertes par M. Brewster. Je dirai ici comment l'amateur peut les obtenir à coup sûr. Ayez un tube ouvert, de carton noir, long de 25 à 30 centimètres, large de 5 à 6. Fermez l'un des deux bouts avec un carton noir dans lequel vous aurez percé une fenêtre rectangulaire longue de 30 à 35 millimètres et large de 10 à 15. Ayez aussi deux glaces à faces parallèles, longues, par exemple, de 50 millimètres, larges de 30 à 40 et épaisses de 2 à 5. Il est bon qu'elles soient tirées d'une même plaque. Joignez-les par le bord du petit côté et par l'autre bout introduisez entre elles une petite bande de carton ou plusieurs bandes de cartes, jusqu'à ce qu'en regardant la fenêtre ouverte au fond du tube dirigé au ciel, vous puissiez voir à travers les glaces appuyées contre l'ouverture l'image de cette fenêtre et tout à côté l'image entière réfléchie dans laquelle les bandes colorées doivent se montrer si le bord du tube est un cercle bien découpé. Si elles n'y sont pas, vous les y amènerez en inclinant de diverses manières, très-peu et très-doucement, l'ensemble des deux glaces. Il est utile de masquer par les cartes interposées la vue directe de la fenêtre pour ne voir que l'image réfléchie. Les bandes ainsi observées sont parallèles à la longueur de la fenêtre et à la ligne de jonction des glaces. Pour avoir à la fois des couleurs plus vives et des franges moins serrées, on fait tourner l'ensemble des deux glaces autour d'une perpendiculaire à leur ligne de jonction.

Les deux glaces étant disposées comme dans l'expérience précédente, on les tient horizontalement et l'on observe par réflexion l'image du ciel. Les franges se montrent immédiatement. En écartant un peu plus les glaces par l'addition d'une ou deux épaisseurs de carte et recevant la lumière du ciel à travers la fenêtre du tube noir, on a plusieurs images latérales de cette fenêtre dans chacune desquelles les franges paraissent plus vives et plus nombreuses.

Répétez ces trois expériences à la lumière d'une lampe d'Argand, et même à la vive lumière du soleil, modérée par un verre dépoli appliqué contre la fenêtre. Observez aussi à travers un verre rouge, et mieux encore à la lampe monochromatique, pour avoir un nombre infini de franges.

Procédé pour reconnaître si un quartz perpendiculaire tourne à droite ou à gauche.

Observez les anneaux à travers un verre rouge. Faites tourner la tourmaline de gauche à droite (comme on fait tourner un tire-bouchon pour l'enfoncer dans le liège, ou une vis pour la serrer), vous verrez alors se former une tache noire centrale; elle grandira; bientôt le rouge paraît au milieu de la tache qui s'étale et se transforme en un cercle noir. Le rouge s'étale à son tour et se transforme aussi en cercle rouge auquel succède un nouveau cercle noir, et ainsi de suite. Quand cela arrive en tournant la tourmaline à droite, quand les cercles naissent au centre et vont prendre la place de ceux qui le fuient, alors le quartz *tourne à droite*, et dans ce cas, si l'on tournait la tourmaline à gauche, le premier cercle diminuerait de diamètre et viendrait se fondre en une tache noire; alors viendrait le cercle rouge qui, à son tour, arrivant de la circonférence au centre, viendrait se fondre en une tache rouge, et ainsi de suite.

Si les phénomènes ci-dessus sont inverses, c'est que le cristal tourne à gauche. En général le cristal tourne comme la tourmaline quand le mouvement de celle-ci fait naître au centre des taches qui grandissent et se transforment en cercles marchant du centre à la circonférence.

Quand on supprime le verre rouge et que le quartz tourne à droite, par exemple, on voit la tache centrale, quelle que soit sa couleur, s'étaler et se former en un cercle, si la tourmaline tourne aussi à droite. S'il faut la tourner à gauche pour que les cercles qui naissent au centre s'étalent de ce centre à la circonférence, c'est qu'alors le quartz tourne à gauche.

Mettez l'axe de la tourmaline dans le plan de polarisation comme pour refaire l'expérience précédente. Examinez et notez les couleurs qui, à partir du centre, forment le premier anneau. En tournant doucement la tourmaline dans le sens de la rotation du quartz, les couleurs qui partent du centre iront successivement se former en cercles qui complèteront bientôt un anneau. En la tournant en sens contraire, toutes les couleurs du premier anneau, comptées du centre à la circonférence, viendront successivement, et dans le même ordre, occuper le centre. — Observez, par exemple, le rouge du sixième anneau et ne le perdez pas de vue pendant que la tourmaline tourne en sens contraire de la rotation du quartz; ce rouge du sixième anneau deviendra celui du cinquième anneau, puis du quatrième, et jusqu'à venir occuper le centre. Si la tourmaline tourne dans le même sens que le quartz, alors en suivant de l'œil le rouge, par exemple, du deuxième anneau, on le verra passer au troisième, au quatrième, etc. Cet anneau grandira toujours jusqu'à ce qu'il disparaisse; mais comme il s'en forme de nouveaux, ils sont toujours en même nombre.

Si la plaque est très-mince, en l'inclinant un peu on pourra toujours reconnaître si le mouvement de transport se fait du centre à la circonférence (et alors le quartz tourne dans le sens de la tourmaline), ou de la circonférence au centre (et alors le quartz tourne en sens contraire de la tourmaline). Quand la plage centrale est blanche, pour reconnaître le sens du mouvement de transport des anneaux, remarquez l'une des quatre taches à l'origine des branches de la croix dont le centre est supprimé, vous verrez bien si les couleurs de cette tache marchent successivement vers le centre ou si elles le fuient.

Au reste, pour toutes les épaisseurs depuis un jusqu'à cinq millimètres, on trouvera toujours une position de la tourmaline pour laquelle l'image sera une croix bleue à branches de plus en plus courtes à mesure que la plaque sera de plus en plus épaisse. Le centre de cette croix bleue passe au violet quand la tourmaline tourne très-peu dans le sens du quartz. Pour des plaques très-minces ce bleu est très-sombre, il est presque noir, et le moindre mouvement de la tourmaline le fait passer au violet très-sombre, peu appréciable, puis au jaune sale.

A égales distances de la glace noire et d'une tourmaline d'épreuve, mettez perpendiculairement aux rayons réfléchis une plaque de cristal de roche un peu épaisse et montrant des anneaux ; vous verrez que pour beaucoup de plaques la tache centrale n'est pas d'une couleur uniforme ; vous remarquerez des plages plus ou moins étendues où la cristallisation est manifestement troublée. Dans certains échantillons, ces plages envahissent plus de la moitié de l'aire totale ; elles paraissent couvertes de stries nombreuses bizarrement dirigées. Dans ces plages le cristal ne paraît plus rotatif, car *en observant à travers on distingue parfaitement la croix noire bien formée.*

Appareil de M. Savart.

On divise en deux parties une lame de quartz (cristal de roche) épaisse de 1 à 2 millimètres et parallèle à l'une des faces naturelles de la pyramide qui termine le cristal ; on superpose les deux parties en croisant exactement à angles droits les deux lignes de séparation. On superpose encore l'analyseur, ou, selon les cas, une bonne tourmaline d'épreuve, bien transparente. La section principale de la tourmaline doit diviser en deux parties égales l'angle dièdre formé par les sections principales des deux lames de quartz. Ces trois lames sont encastrées dans de minces disques de liége et forment ensemble une épaisseur de 6 à 10 millimètres.

Si l'on met la section principale de la tourmaline dans le plan de polarisation, et par conséquent la section principale de chaque quartz dans un azimut de 45°, on voit des franges ou bandes colorées hyperboliques. La bande centrale, alors contenue dans le plan de polarisation, est noire et elle est comprise entre deux blanches. On aura toujours une noire entre deux blanches, mais différemment dirigées, si l'on fait tourner dans son plan l'ensemble seul des deux quartz pour changer l'azimut de leur section principale. On reconnaît donc ainsi, avec les quartz croisés, dans quel plan la lumière était polarisée avant de les traverser. Si la tourmaline fait un mouvement azimutal de 90°, on a les couleurs complémentaires, et par conséquent une blanche centrale entre deux noires, quels que soient les azimuts de 45° où l'on amène les sections principales des deux quartz.

Ainsi, l'apparition d'une $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{noire}}{\text{blanche}}$ centrale entre deux $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{blanches}}{\text{noires}}$ fait connaître qu'avant de traverser les deux quartz la lumière était polarisée dans un plan $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{parallèle}}{\text{perpendiculaire}}$ à la section principale de la tourmaline.

Nous disposerons l'appareil de manière que l'axe de la tourmaline étant dans le plan de polarisation, la bande noire centrale y soit aussi, et que de plus les branches hyperboliques colorées semblent devoir concourir en un point du ciel au-delà de l'observateur. La tourmaline étant alors fixée à l'ensemble des deux quartz, si l'on fait tourner tout l'appareil de 90°, on aura, d'après ce qui précède, une blanche entre deux noires, et toutes les bandes, ainsi que l'axe de la tourmaline, seront perpendiculaires au plan de polarisation primitive. Un nouveau mouvement de 90° donnera une noire entre deux blanches, et les bandes sembleront concourir vers le centre de la terre.

Presque tous les corps plus ou moins diaphanes, soumis à l'épreuve de cet appareil ou de tout autre analogue, donnent des traces de polarisation dans la lumière qu'ils réfléchissent ou qu'ils réfractent ; il n'est même pas bien nécessaire de chercher l'angle convenable. Voici des exemples.

Entre l'appareil de M. Savart et la flamme d'une bougie, ou un ciel très-couvert, je place, *perpendiculairement* à la direction de la lumière, un copeau de bois enlevé à la varlope, et soit que je mette l'axe de la tourmaline parallèlement ou perpendiculairement à la direction des fibres, j'obtiens des signes de double réfraction plus ou moins forte, selon la nature du bois et l'épaisseur du copeau. A 45° les bandes colorées disparaissent. Cette double réfraction est presque nulle pour le frêne et le chêne ; faible pour l'orme, le peuplier et le cerisier ; médiocre pour le hêtre, et forte, relativement, pour le sapin et le bois-blanc. Elle est plus sensible à la lampe monochromatique.

Le papier et le verre dépoli disposés de même donnent aussi des traces de double réfraction, mais excessivement faibles.

Perpendiculairement à l'axe d'une corne de bœuf, je détache un disque de 2 millimètres d'épaisseur. Il devient transparent par le poli. Si l'axe de la tourmaline est tangent à la courbure circulaire des fibres, on observe une bande noire centrale entre deux bandes blanches, et au contraire une blanche entre deux noires si l'appareil fait un mouvement de 90°. A 45° les bandes disparaissent. A l'appareil ordinaire de polarisation, cette corne laisse passer une couleur d'une mince lame de chaux sulfatée et disperse la couleur complémentaire comme le ferait une agathe de mauvais choix.

Si l'on fait à la bougie de semblables observations à travers les barbes d'une plume de perdreau, de geai, de moineau, on voit tout à la fois le spectre dû à l'action du réseau et celui dû à la double réfraction. Il en est de même avec des tissus de soie. Un large ruban ayant des parties diverses dont les réseaux sont plus ou moins ouverts donne des bandes colorées plus brillantes là où le tissu est plus serré. Elles disparaissent à 45° de la direction de la trame ou de la chaîne.

Enfin, la polarisation par une seule réflection sur les métaux polis, bien qu'extrêmement faible, surtout pour l'argent, est rendue très-sensible par l'appareil de M. Savart. Cette observation demande néanmoins quelques précautions pour éviter les causes d'erreur. Les métaux polis faisant les fonctions de miroir réfléchissent la lumière polarisée par l'air. Ainsi, quand le soleil est à l'horizon, par exemple, et qu'on observe le ciel serein ou peu couvert en mettant l'axe de la tourmaline dans le méridien, on voit au milieu du spectre une ligne blanche entre deux noires, et si l'on interpose une lame d'argent poli, elle réfléchit la même image, tandis que dans les mêmes circonstances le zinc donne une ligne noire entre deux blanches. C'est donc la lumière *nue* d'une bougie qu'il faut faire réfléchir par les métaux polis et c'est l'image de la flamme qu'il faut observer après qu'on s'est bien assuré que les objets environnans sont assez éloignés pour n'exercer aucune influence sur le phénomène par la lumière qu'ils réfléchissent.

Polarisation de la lumière lunaire réfléchie par l'air serein.

En 1825, j'ai donné la loi générale de la polarisation de la lumière solaire réfléchie par l'air serein (*). J'ai dit alors qu'elle

---

(*) Recueil des travaux de la société, année 1825, page 34. J'ignorais alors que M. Arago eût fait de semblables observations, comme j'ignore aujourd'hui si quelque physicien a vérifié le fait de la polarisation de la lumière lunaire.

devait être la même pour la lumière lunaire; mais je n'ai rapporté aucune observation propre à vérifier cette assertion. J'observais avec un prisme biréfringent qui donne la double image d'un trou percé au fond d'un tube, et cet instrument est loin d'être assez délicat ou assez sûr et commode pour faire cette vérification, sujette d'ailleurs à une difficulté que l'appareil très-sensible de M. Savart ne permet pas de lever avec une pleine satisfaction, parce que dans l'obscurité les bandes cessent d'être colorées et qu'il est difficile de s'assurer si elles sont en nombre pair ou impair. Voici d'ailleurs quelle est la difficulté dont je parle.

Supposons que le soleil et la lune *pleine* n'aient qu'une faible déclinaison, et qu'étant sous la ligne, le spectateur veuille observer le phénomène optique une heure après le coucher du soleil. Dans ces circonstances, s'il met l'axe de la tourmaline à-peu-près dans le méridien, il verra une image composée de lignes blanches et noires, et assez prononcées pour reconnaître que le milieu est occupé par une ligne blanche. Mais à quel astre devra-t-il attribuer cet effet qui pourrait n'être dû qu'au soleil et qui l'est aux deux astres si le fait à vérifier est réel? La difficulté reste la même s'il met l'axe de la tourmaline dans un plan passant par les deux astres. Si le spectateur observe à l'époque du premier quartier de la lune, par exemple, et si l'axe de la tourmaline est mis dans le méridien après le coucher du soleil, il devra observer au milieu de l'image une ligne noire entre deux blanches si l'effet est dû à la lune seule; mais il devra observer une ligne blanche entre deux noires si le soleil seul produit l'effet. Par conséquent il n'apercevrait rien si, dans le moment de l'observation, l'influence des deux astres était la même au lieu où il vise. Et s'il observe ailleurs des traces de polarisation dues à la différence dans l'intensité des causes, elles pourront être trop faibles pour qu'il puisse compter les lignes noires et s'assurer qu'elles sont en nombre pair ou impair.

Ces détails montrent assez comment la polarisation due à la lune et celle due au soleil s'influencent mutuellement, et qu'il est nécessaire de choisir le moment de l'observation pour décider la question. Le 11 octobre, deux jours après le premier quartier et trois quarts d'heure après le coucher du soleil, le ciel était serein ; la polarisation était très-forte, et dans presque toute la demi-circonférence, à 90 degrés du soleil, j'avais des bandes colorées d'une vivacité presque égale à celle que la lumière reçue sur une glace noire aurait pu donner. En mettant l'axe de la tourmaline à-peu-près dans le plan passant par l'œil et les deux astres, les bandes s'étendaient au-delà de la lune. En observant l'image complémentaire qui se décolorait, se déplaçait et s'effaçait sensiblement à mesure que le soleil descendait sous l'horizon, je pouvais la distinguer de celle due à la lune et qui commençait à poindre, à 90° de cet astre, cinq quarts d'heure après le coucher du soleil. Deux heures juste après ce coucher, la supériorité de l'action de la lune sur celle du soleil était manifeste, et en mettant l'axe de la tourmaline à angle droit avec la ligne tirée de l'œil à la lune, je pouvais compter les bandes noires dans presque toute la moitié EST du ciel. Plus tard j'ai pu les compter dans le reste de la demi-circonférence. Un petit déplacement azimutal diminuait l'intensité de l'image qui disparaissait un peu plus loin. Pour compter les bandes, lorsque l'axe de la tourmaline était dans le vertical passant par la lune, j'observais à 90° de cet astre et je mettais sur une étoile la bande noire qui me paraissait occuper le milieu du spectre, j'en trouvais un nombre égal de chaque côté. Pour vérification, je mettais une bande blanche sur l'étoile et j'en trouvais une de plus d'un côté que de l'autre. Cette énumération des bandes n'est pas bien sûre, parce qu'elle est difficile à faire à cause de la trop faible intensité des bandes extrêmes et parce qu'on ne peut se défendre d'un peu de prévention ; aussi convient-il de faire tourner l'appareil dans son plan en variant les points du ciel où l'on vise pour obtenir d'autres indices qui aident à tirer la conclusion.

Le 13 au soir j'ai pu répéter les observations par un ciel nébuleux qui ne laissait voir que les étoiles de première et seconde grandeur. A dix heures il s'est presqu'entièrement couvert; néanmoins j'observais encore des traces non équivoques de polarisation à 90° de la lune.

Par un ciel uniformément couvert et une pluie fine continue, mais peu abondante, j'ai obtenu des traces de polarisation de la lumière solaire par l'air. C'est encore à 90° de l'astre que ces traces sont plus sensibles en plein jour; par conséquent, cette polarisation observée est opérée par l'air et non par l'eau ou les nuages. Quand le soleil est entièrement caché par les nuages, les traces de polarisation disparaissent tout-à-fait, même sans pluie, sur tous les points couverts du ciel; mais elles sont vives sur les points découverts. Dès qu'une clarté plus vive en un point du ciel couvert ou nuageux permet de reconnaître le disque blanc du soleil, les traces de polarisation reparaissent sur les nuages à 90° de l'astre. Ainsi la polarisation de la lumière du soleil s'opère jusque dans les couches d'air inférieures à celles des nuages.

Pour les observations de la polarisation de la lumière réfléchie par l'air et pour d'autres observations encore, l'appareil de M. Savart est très-avantageusement remplacé par le suivant, qui présente un caractère saillant propre à dissiper les doutes qui naissent de la difficulté de s'assurer dans l'obscurité si les bandes observées avec le premier sont en nombre pair ou impair. Il suffit de substituer aux deux plaques de cristal de roche inclinées à l'axe, deux plaques parallèles un peu plus grandes et d'une épaisseur égale de 3 à 8 millimètres. L'image, vue sur une glace noire quand l'axe de la tourmaline est dans le plan de polarisation, se compose en général de quatre systèmes d'hyperboles colorées, séparées par une ligne noire entre deux blanches. Quand le parallélisme des plaques n'est pas absolu, le centre commun de ces courbes est entouré d'une plage blanche qui est remplacée par une plage obscure dans l'image complémentaire obtenue en donnant un mouvement de 90° à tout l'appareil. Si donc on met l'axe de la tourmaline dans un plan passant par la lune, on voit la plage blanche autour du centre commun des courbes, ou une plage noire si cet axe fait un mouvement de 90°. Les observations faites avec cet appareil au moyen de l'unique distinction entre une grande tache blanche et une tache noire, ne laissent plus le moindre doute sur le fait évident *à priori*, mais que j'ai voulu vérifier. Je ne doute pas que cet appareil ou tout autre équivalent, comme le spath d'Islande perpendiculaire, ne rende sensible la polarisation par les couches inférieures de l'air, d'une vive lumière artificielle, comme celle d'un incendie ou d'un bouquet de feu d'artifice.

Détermination du signe des cristaux.

L'axe de l'analyseur est mis dans le plan de polarisation de la lumière réfléchie par une grande glace noire horizontale. On interpose une mince lame de chaux sulfatée tenue à une distance convenable de l'œil. En la faisant tourner dans son plan perpendiculaire ou faisceau de lumière, on trouve une position pour laquelle la couleur est à son maximum d'intensité. Il s'agit d'assigner cette couleur. Avec l'appareil de M. Savart, disposé pour donner une bande noire centrale entre deux blanches parallèles au plan de polarisation, observez cette lame tournant dans son plan jusqu'à ce que le spectre reprenne toute son intégrité. Faites-la alors tourner lentement, vous verrez toutes les parties des bandes couvertes par la mince lame changer de couleurs, et il y aura une position, à 45 degrés, où elles paraîtront avoir pris un mouvement commun de transport vers la droite ou vers la gauche; la ligne noire bien nette sera alors placée sur la bande de l'ordre cherché et sur une couleur identique à celle de la lame vue à l'analyseur seul. La couleur complémentaire se détermine de même après avoir fait faire un mouvement azimutal de 90° à l'appareil d'analyse. La portion transportée de la bande blanche éteint cette couleur.

Quant à la direction de *l'axe principal* de la lame, voici comment on peut la déterminer, sachant que la chaux sulfatée est positive.

Tournez l'appareil aux deux quartz croisés de M. Savart, de manière que les bandes hyperboliques paraissent devoir se rencontrer en un point du ciel quand l'axe de l'analyseur est dans le plan de polarisation. Sur un disque troué, fixez avec un peu de cire très-molle la mince lame à bords irréguliers; appliquez cette lame contre l'appareil et faites-la tourner jusqu'à ce qu'elle ne modifie en rien le spectre (*). Marquez sur l'épaisseur du liége qui la porte deux points correspondans à l'axe de la tourmaline ou de l'analyseur. Faites alors tourner le disque de manière que son point culminant se meuve, je suppose, de la gauche vers la droite et jusqu'à ce que la bande noire et toutes les autres bandes paraissent déplacées. Si ce déplacement a eu lieu dans le même sens, c'est-à-dire vers la droite, la ligne tirée par les points de repère est la direction de l'axe principal. Si le mouvement de gauche à droite imprimé à la lame détermine dans les bandes un déplacement en sens contraire, c'est-à-dire, dans le cas actuel, vers la gauche, alors c'est le diamètre perpendiculaire qui marque la direction de l'axe principal. Je donnerai le nom de *lignes neutres* à ces deux diamètres.

Comme la chaux sulfatée est un cristal à deux axes compris

(*) Il est bon de conserver une ouverture par où la lumière puisse passer sans rencontrer la lame, afin de mieux reconnaître la position primitive du spectre.

dans le plan des lames, l'une des deux lignes neutres est l'axe principal, l'autre est l'axe secondaire.

Si la lame a une épaisseur d'un demi-millimètre ou plus, elle ne donne à l'analyseur ou à la tourmaline aucune couleur bien appréciable; néanmoins, par le procédé ci-dessus, on peut définir exactement cette couleur et trouver la direction de l'axe principal, même lorsque cette épaisseur atteint un millimètre.

Lorsque l'épaisseur est plus grande encore, il faut avoir recours à d'autres moyens pour déterminer la direction de l'axe principal; mais le procédé suivant donnera, pour toutes les épaisseurs et pour tous les cristaux, la direction des lignes neutres. Contre la tourmaline dont la section principale est dans le plan de polarisation on applique le cristal et on le fait tourner dans son plan jusqu'à ce que le centre de la tache noire que montre la tourmaline seule reparaisse exactement à la même place marquée par un petit fragment de papier blanc déposé sur la glace; on marque, comme tout-à-l'heure, sur les bords du liège qui porte le cristal, les points correspondans à l'axe de la tourmaline; la droite qui joint ces points est la direction de l'une des deux lignes neutres. L'autre lui est perpendiculaire et peut d'ailleurs se déterminer de même en faisant tourner le cristal.

La ligne neutre qui est située dans le plan de polarisation est $\begin{array}{c}\text{noire}\\\text{blanche}\end{array}$ quand l'axe de la tourmaline est $\begin{array}{c}\text{parallèle}\\\text{perpendiculaire}\end{array}$ à ce plan. La raison en est que la portion de lumière polarisée qui traverse le cristal le long de cette ligne neutre ne subit aucune modification de la part de ce cristal à double réfraction, et que de plus la tourmaline $\begin{array}{c}\text{absorbe}\\\text{laisse passer}\end{array}$ la lumière polarisée quand son axe est $\begin{array}{c}\text{parallèle}\\\text{perpendiculaire}\end{array}$ au plan de polarisation.

Au lieu de l'appareil de M. Savart, et en suivant les mêmes détails du procédé, on peut se servir de celui à deux quartz parallèles et à axes croisés; mais comme il faut l'incliner vers la glace pour bien voir les branches hyperboliques qui se dirigent vers un point du ciel, l'observation se fait un peu moins commodément. Si l'inclinaison a lieu en sens contraire, on a des branches hyperboliques qui semblent se diriger au centre de la terre, et c'est vers la gauche que les bandes se transportent quand le point culminant de la mince lame se meut vers la droite. Cela doit être. Le haut de l'axe principal ne peut se mouvoir vers la droite et emporter les bandes avec lui sans que le bas ne se meuve vers la gauche en emportant aussi les bandes de son côté.

Quand le système des deux quartz parallèles est, avec sa tourmaline ou l'analyseur, perpendiculaire aux rayons réfléchis, l'axe principal de la chaux sulfatée, dans l'azimut de 45 degrés, est parallèle aux grands axes géométriques des hyperboles qu'il traverse, et ces hyperboles sont, de chaque côté du plan de polarisation, transportées loin du centre dans la direction de leurs grands axes. L'observation se fait alors très-commodément, si les quartz parallèles sont suffisamment grands et épais. En les inclinant, on pourra voir les courbes transportées par une plaque de chaux sulfatée, épaisse de un millimètre. A voir l'image de gauche, par exemple, il semble qu'elle se soit formée d'abord, et à l'extrême gauche, des hyperboles de ce côté, transportées plus loin, et ensuite des branches d'hyperboles voisines de la droite et de la gauche, qui seraient successivement venues s'approcher des premières en changeant leur courbure pour s'y réunir. Observation analogue pour l'image de droite.

Pour distinguer ce système hyperbolique double du système simple qu'il remplace et surtout pour abréger le discours, je donnerai à ces courbes composées le nom d'*hyperboles colorées doubles*, *ovales doubles*, *anneaux doubles*, etc.

Ce double mouvement apparent de transport est plus étendu quand la chaux sulfatée est plus épaisse, et il se réaliserait si l'épaisseur de la mince lame pouvait croître sous les yeux de l'observateur. On l'observe très-bien par l'expérience suivante.

Ayez une plaque de pâte de jujube (*), longue de 4 à 6 centimètres, large de 2 à 3 et épaisse de 3 à 8 millimètres. Placez-là devant l'appareil aux deux quartz croisés et parallèles, et dirigez la longueur dans l'azimut de 45°. Pressez alors également et lentement les plus longs bords, comme pour les rapprocher en les conservant parallèles. A mesure que l'épaisseur de la plaque augmentera, vous verrez les branches hyperbolyques opposées et que la longueur de la plaque ne traverse pas, se rapprocher tour-à-tour du centre, où une fois arrivées, leur courbure se changera en celle des branches traversées qui fuient le centre. Sans rien changer aux dispositions de l'appareil, étirez cette plaque dans le sens de sa longueur, ou mieux, une plaque plus large et trois fois plus longue, vous verrez précisément le même phénomène qui donne ainsi des hyperboles doubles. La gomme arabique, la colle forte, les gelées animales, la gomme élastique..... font le même effet, ainsi qu'un carré de verre commun ou de phosphate de chaux vitrifié et comprimé.

La chaux sulfatée étant positive, il s'ensuit que la pâte de jujube comprimée se comporte ici comme un cristal biréfringent ayant un axe positif dans le plan de la plaque et dirigé dans le sens de la longueur, ou perpendiculairement à la direction des forces comprimantes.

Nous avons remplacé les quartz obliques de M. Savart par des quartz parallèles; remplaçons maintenant ceux-ci par un spath d'Islande perpendiculaire à l'axe, épais de 3 à 4 millimètres, afin d'avoir des anneaux suffisamment étalés et répétons les expériences précédentes.

(*) C'est une dissolution concentrée de gomme et de sucre, coulée dans une forme plate. On la trouve chez tous les pharmaciens.

L'axe principal d'une mince lame de chaux sulfatée traverse les arcs ou quadrans de deux quarts de cercle opposés, et ces arcs sont transportés plus loin du centre dans la direction de l'axe. Un arc noir couvre la couleur de la lame et la croix prend cette couleur. Si la lame est de plus en plus épaisse, le mouvement de transport s'étend plus loin; bientôt on ne voit que des quadrans doubles, d'autant plus serrés qu'ils ont un plus grand rayon et que la lame est plus épaisse. Ces quadrans doubles sont formés des quadrans simples que l'axe principal porte plus loin du centre en les traversant, et des arcs non traversés qui s'approchent d'abord du centre où ils se concentrent pour s'étaler ensuite, en changeant de courbure et poursuivre les arcs qui fuient le centre. C'est ce que montre une plaque de pâte de jujube incolore, comprimée ou étirée.

Il est utile de faire remarquer ici que l'axe principal de la chaux sulfatée déplace les quadrans qu'il traverse comme il déplace les hyperboles qu'il traverse aussi dans l'expérience avec les quartz croisés. C'est que pour ces quartz l'axe positif est parallèle aux faces des plaques, tandis que l'axe négatif du spath est perpendiculaire. C'est cette double opposition dans les signes des cristaux comparés et dans la position des axes relativement aux faces qui amène des résultats semblables.

Quand la plaque de chaux sulfatée est assez épaisse pour effacer la croix et les anneaux en transportant dans les deux quadrans que son axe traverse les quadrans qu'il ne traverse pas; quand toute l'image que le spath donne isolément est ainsi transformée en deux quarts d'anneaux doubles, il suffit d'imprimer à cette chaux sulfatée un mouvement azimutal de 22° 1/2 pour avoir des anneaux doubles entiers, mais moins brillans.

Que la chaux sulfatée soit mise dessous ou dessus le spath d'Islande, les effets observés restent les mêmes et cette remarque donne l'explication d'une jolie expérience que voici.

On place le spath entre deux plaques également épaisses de chaux sulfatée dont les axes principaux sont dans deux azimuts différens et de 45 degrés. Il suit de cette disposition que les arcs transportés dans le premier azimut par l'axe principal de la plaque inférieure sont ramenés à leur position primitive par l'action contraire de la plaque supérieure, qui seule aurait porté les arcs dans l'autre azimut. On reconstitue donc ainsi les anneaux. La croix noire disparait, parce qu'aucun axe n'est dans le plan de polarisation ; mais elle reparait dès que par un mouvement azimutal à droite ou à gauche et de 45 degrés, l'un des axes vient se placer dans ce plan. On peut répéter l'expérience avec des plaques beaucoup moins épaisses ; avec des quartz, des bérils parallèles à l'axe ; avec des micas ; avec des topazes.....

Nous venons de combiner les quartz croisés, puis le spath perpendiculaire, successivement avec la chaux sulfatée, qui est positive. Combinons-les maintenant, et tour-à-tour, avec un cristal négatif à un ou deux axes également situés dans le plan des lames, et nous trouverons que l'axe unique, ainsi que l'axe principal, transporte loin du centre les hyperboles ou les quadrans *qu'il ne traverse pas*.

Les deux quartz parallèles croisés positifs, ainsi que le spath d'Islande négatif des expériences précédentes, pourraient être respectivement remplacés par deux cristaux à un axe négatif, parallèles et croisés, et un cristal perpendiculaire à son axe positif. On arriverait à des résultats analogues ; seulement il y aurait à changer, dans les résultats correspondans, les mots

$$\begin{array}{c}\text{traverse}\\ \text{ne traverse pas}\end{array}\ \text{en ceux-ci :}\ \begin{array}{c}\text{ne traverse pas}\\ \text{traverse}\end{array}.$$

Enfin, dans toutes ces expériences, on peut, sans rien changer aux résultats, remplacer les cristaux parallèles, croisés ou non, à un axe positif ou négatif, par des cristaux de même signe, à deux axes situés dans le plan des faces *et vice versâ*.

Il est sous-entendu que ces plaques croisées sont de même épaisseur, et, pour plus de sûreté, tirées du même morceau. Je les suppose assez épaisses pour donner des hyperboles nombreuses, mais non trop serrées.

Pour faire ces épreuves et une foule d'autres, il faut avoir des lames de chaux sulfatée de diverses épaisseurs et choisir celle qui convient le mieux à chaque expérience. Cela exige des préparations et des tâtonnemens qu'on évite de la manière suivante. On a une plaque de cristal de roche parallèle à l'axe, longue de 40 millimètres dans le sens de l'axe et dont l'épaisseur décroît dans le même sens depuis un millimètre jusqu'à trois dixièmes de millimètre *tout au plus*. En suivant ces dimensions, l'angle réfringent de ce prisme, dû à M. Biot, sera de un degré. Pour bien observer, il est souvent avantageux de tenir le prisme éloigné de l'œil. On le retourne bout pour bout si l'observation n'est pas satisfaisante.

Selon l'angle des axes et leur position; selon la nature et l'épaisseur du cristal soumis à l'épreuve du prisme, on pourra ou on ne pourra pas observer le déplacement des courbes. Dans le dernier cas il faut avoir recours à un prisme plus épais. Il aura encore 40 millimètres de longueur; l'épaisseur de son plus mince bord sera de 0,8 millimètres, et celle du bord opposé de 2 millimètres; avec ces dimensions son angle sera de 1° 43′ 6″. S'il n'est pas encore assez épais, on l'ajoute au précédent par superposition.

L'un ou l'autre de ces prismes ou leur ensemble donne toujours des résultats très-satisfaisans et intelligibles quand son axe éloigne du centre les courbes qu'il traverse, et des résultats équivoques quand cet axe éloigne les courbes qu'il ne traverse pas. Dans ce dernier cas, et pour n'avoir point à interpréter le résultat, on a recours à un pareil prisme, dont le mince bord est parallèle à l'axe au lieu de lui être perpendiculaire.

Dans les expériences faites avec la chaux sulfatée, nous avons fictivement attribué à l'axe principal la propriété d'attirer vers le centre les $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{hyperboles}}{\text{quadrans}}$ qu'il ne traverse pas, puis de faire changer leur courbure pour les transformer en $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{hyperboles}}{\text{quadrans}}$ qu'il traverse et qu'il éloigne enfin du centre à la suite des $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{hyperboles}}{\text{quadrans}}$ qu'il traverse et qu'il éloigne aussi. Tous ces effets peuvent également et fictivement aussi être attribués à l'axe secondaire situé avec l'axe principal dans le plan des faces. Ainsi on dirait : l'axe secondaire transporte loin du centre les $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{hyperboles}}{\text{quadrans}}$ qu'il ne traverse pas; il transporte vers le centre les courbes qu'il traverse, et lorsqu'elles y sont arrivées il change leur courbure pour les transporter ensuite loin du centre, à la suite des premières, et former des $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{hyperboles}}{\text{quadrans}}$ doubles. On pourrait encore plus simplement attribuer les effets observés à l'action simultanée des deux axes, et l'on dirait : l'axe principal de la chaux sulfatée transporte loin du centre les courbes qu'il traverse, comme l'axe secondaire transporte vers le centre les courbes qu'il traverse aussi.

Je négligerai souvent de décrire une seconde fois ces effets en les attribuant à l'axe secondaire, ou simultanément aux deux axes principal et secondaire.

Si l'on remplace la chaux sulfatée, qui est positive, par un cristal dont l'axe principal est négatif, on verra que l'action attribuée à l'axe secondaire de celui-ci est la même que celle de l'axe principal et positif de la chaux sulfatée et *vice versâ*. Ainsi donc, en considérant les choses sous ce point de vue, on peut dire que si l'axe principal d'un cristal est $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{positif}}{\text{négatif}}$ son axe secondaire, situé aussi dans le plan des faces, est $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{négatif}}{\text{positif}}$.

L'expérience suivante fera mieux comprendre encore dans quel sens nous disons que l'axe secondaire est $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{négatif}}{\text{positif}}$ quand l'axe principal est $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{positif}}{\text{négatif}}$ et situé comme lui dans le plan des faces.

Ayez une plaque parallèle au plan de ses deux axes. L'axe principal et l'axe secondaire seront dans ce même plan. Sur l'un des bords de la plaque faites un petit plan incliné de 40 à 50 degrés sur l'une des faces, mais dont l'intersection avec cette face soit parallèle à l'axe principal, et par conséquent perpendiculaire à la direction de l'axe secondaire. Faites un autre plan incliné dont l'intersection avec la même face soit perpendiculaire à l'axe principal et par conséquent parallèle à l'axe secondaire. Tenez verticalement l'axe principal de la plaque devant une chandelle éloignée ou un trou fait dans une feuille de papier noir collée sur un carreau, et observez par le premier angle réfringent, celui dont l'arète du sommet est parallèle à l'axe principal. Si cet axe est $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{positif}}{\text{négatif}}$ une tourmaline dont l'axe est vertical aussi fera disparaître l'image la $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{moins}}{\text{plus}}$ déviée. Il en sera encore de même si vous observez par l'autre angle réfringent, *sans rien changer* aux dispositions ci-dessus. Mais, dès que l'on veut rapporter les effets observés à l'action supposée de l'axe secondaire, il faut mettre l'axe de la tourmaline dans une direction parallèle à cet axe secondaire, c'est-à-dire qu'il faut faire tourner la tourmaline de 90 degrés dans son plan pour observer par ce second angle réfringent; or, par ce changement, c'est l'image la $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{plus}}{\text{moins}}$ déviée qui doit disparaître, et c'est ce qui fait dire que l'axe secondaire, alors parallèle au biseau et à l'axe de la tourmaline, est $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{négatif}}{\text{positif}}$.

Avec un cristal dont l'axe unique $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{positif}}{\text{négatif}}$ est situé dans le plan des faces, auquel cas il se confond avec l'une des deux lignes neutres, répétons les expériences d'épreuves propres à déterminer le signe de cet axe. Nous trouverons qu'il opère les mêmes effets que l'axe principal $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{positif}}{\text{négatif}}$ d'un cristal à deux axes situés aussi dans les faces. Nous pouvons donc considérer l'autre ligne neutre comme étant un axe secondaire $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{négatif}}{\text{positif}}$.

D'ailleurs, en pratiquant deux biseaux parallèles à ces lignes neutres et opérant comme précédemment, on trouvera les dernières de signes contraires.

Un cristal à deux axes optiques n'a qu'un seul axe principal, un seul axe secondaire et un seul axe tertiaire ; il n'en est pas de même d'un cristal à un seul axe optique perpendiculaire aux faces. On peut, dans ce cas, le considérer comme ayant deux axes confondus en un seul ; dès-lors il a une infinité d'axes $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{secondaires}}{\text{tertiaires}}$, situés dans les faces. Il a donc aussi une infinité de lignes neutres ; c'est ce qui fait naître la croix noire qui paraît toujours de quelque manière que le cristal tourne dans son plan. Toutes ces lignes neutres ou axes $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{secondaires}}{\text{tertiaires}}$ sont de signe contraire à celui de l'axe perpendiculaire. C'est ce qu'on peut justifier par l'expérience suivante.

D'un prisme de cristal de roche extrayez une plaque perpendiculaire à l'axe ; sur chacun des six bords faites un plan incliné pour avoir autant de prismes bi-réfringens, et observez le trou du papier noir ou la lumière d'une bougie très-éloignée. Si l'axe de la tourmaline est successivement parallèle à l'arête de chaque angle réfringent, il sera partout parallèle à une axe $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{secondaire}}{\text{tertiaire}}$ et partout perpendiculaire à un autre; mais aussi il sera toujours perpendiculaire à la direction de l'axe principal confondu avec l'axe optique du cristal. Voilà pourquoi l'image la plus déviée sera effacée et pourquoi chaque axe $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{secondaire}}{\text{tertiaire}}$ paraîtra négatif. D'après cela, si l'on veut considérer un cristal à un axe $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{positif}}{\text{négatif}}$ perpendiculaire aux faces, comme ayant trois axes rectangulaires, il faut admettre qu'il a une infinité d'axes secondaires $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{négatifs}}{\text{positifs}}$ et qu'il a une infinité d'axes tertiaires, perpendiculaires aux axes secondaires et comme eux $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{négatifs}}{\text{positifs}}$, puisqu'ils se confondent avec autant d'axes secondaires.

Ayez une plaque perpendiculaire à l'axe principal $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{positif}}{\text{négatif}}$ d'un cristal à deux axes optiques. Qu'elle ait un bord à biseau parallèle à l'axe secondaire et un autre parallèle à l'axe tertiaire. Le long du biseau parallèle à l'axe secondaire, et conséquemment perpendiculaire à l'axe tertiaire, mettez l'axe de la tourmaline pour observer directement le signe de cet axe secondaire (*), vous le trouverez $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{négatif}}{\text{positif}}$ puisque l'axe de la tourmaline est perpendiculaire à l'axe principal supposé $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{positif}}{\text{négatif}}$. Observez

---

(*) Il est sous-entendu que l'angle bi-réfringent sera achromatisé par un prisme de verre toutes les fois que les deux images du trou dans le papier noir ou de la flamme d'une bougie éloignée ne seront pas complètement séparées.

de même par l'autre biseau. Comme il est perpendiculaire au précédent, la tourmaline fera un mouvement de 90°, et par cette cause l'axe tertiaire, moins intimement lié que les deux autres aux axes optiques, pourra paraître $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{positif}}{\text{négatif}}$; mais cet axe de la tourmaline est encore ici perpendiculaire à l'axe principal; ainsi, par cette autre cause l'axe tertiaire pourra paraître $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{négatif}}{\text{positif}}$. La déviation sera donc faible le long de ce biseau; cela dépendra des intensités relatives des deux causes contraires, et si ces intensités étaient égales le cristal ne paraîtrait pas bi-réfringent le long de ce biseau parallèle à l'axe tertiaire. Je reviendrai plus loin sur cette matière.

Cristaux perpendiculaires à l'axe principal.

Une topaze incolore ayant deux axes également inclinés sur ses faces de clivage a été taillée en prismes dont les arètes sont perpendiculaires à ces faces et par suite parallèles à l'axe principal. Des deux images de la flamme d'une chandelle observée avec le prisme achromatisé, c'est la moins déviée, la plus éloignée du sommet de l'angle dièdre réfringent, qui s'éteint par l'interposition d'une tourmaline dont l'axe est parallèle à la longueur du prisme. Par conséquent l'axe principal de cette topaze est positif.

Une pareille topaze, à faces parallèles aux plans de clivage, et dont le plan des axes est confondu avec le plan de polarisation, montre ce que nous conviendrons d'appeler un *premier* système d'ovales colorés quand on la présente à peu près parallèlement à la glace noire, et un *second* système quand on l'a relevée et inclinée dans l'autre sens.

Observant le *premier* système et interposant une lame de chaux sulfatée épaisse de 3 à 5 dixièmes de millimètre, l'image conserve son intégrité tant que l'axe principal de la lame reste dans le plan de polarisation ; mais si le point culminant se meut de 45 degrés vers $\begin{matrix}\text{la droite}\\ \text{la gauche}\end{matrix}$, les courbes se transportent vers $\begin{matrix}\text{la gauche}\\ \text{la droite}\end{matrix}$. C'est le contraire pour le *second* système. — Si la chaux sulfatée est plus épaisse, toutes les courbes d'un côté du plan de polarisation se transportent de l'autre côté ; l'image primitive disparaît et l'on ne voit plus que des arcs doubles. On obtient cet effet, par exemple, avec une lame épaisse de 16 à 20 dixièmes de millimètre et une topaze incolore épaisse de 13 millimètres.

Ce mouvement de transport peut s'observer avec une plaque de gomme arabique, de gomme élastique, de pâte de jujube....

En faisant les mêmes expériences sur les deux systèmes d'anneaux ovales d'un cristal négatif, on a précisément des résultats opposés ; en observant les ovales du *premier* système, le point culminant de l'axe principal de la chaux sulfatée emporte les courbes avec lui et les transporte du côté où il se meut de 45° ; mais en observant les ovales du *second* système, les courbes se transportent de l'autre côté ; ou si l'on veut, *le bas* de l'axe principal emporte les courbes avec lui et les transporte du côté où il se meut de 45°.

La ligne des pôles, ou l'axe secondaire d'une topaze incolore épaisse de 3,35, est mise dans l'azimut de 45 degrés, et l'on présente, *dans le même azimut*, l'axe principal d'une lame de chaux sulfatée, épaisse de 0,35. Les courbes qui entourent les pôles sont transportées vers le milieu de la ligne des pôles, et l'on peut déjà apercevoir quelques hyperboles naissantes dans l'autre azimut de 45°, où se trouve l'axe tertiaire de la topaze. Par une plus grande épaisseur de chaux sulfatée, les courbes les plus rapprochées du centre général s'avancent jusqu'à ce centre en prenant une forme qu'on pourrait croire hyperbolique ; une plus grande épaisseur encore transforme ces hyberboles apparentes en d'autres hyperboles (*) appartenant au système traversé par l'axe tertiaire. Une épaisseur de 0,85 fait naître quatre systèmes égaux d'hyperboles, et une autre de 1,5 transporte et double toutes les courbes dans les deux angles droits traversés par l'axe tertiaire.

La transformation des anneaux en courbes hyperboliques et celles-ci en hyperboles, transportées dans l'autre azimut (*), peut s'observer au moyen d'une plaque prismatique dont le bord mince, perpendiculaire à l'axe, est parallèle à l'axe tertiaire de la topaze. On fait glisser doucement le prisme contre la topaze, qu'on peut prendre un peu plus épaisse. Si l'on éloigne de l'œil la plaque prismatique, dont l'axe peut être alors indifféremment parallèle ou perpendiculaire au mince bord, on voit des portions moins grandes des courbes colorées qui se serrent de plus en plus, se rectifient et deviennent des franges parallèles pour une distance déterminée, au-delà de laquelle les franges se courbent de nouveau, mais en sens contraire.

Lorsqu'on remplace la chaux sulfatée par un cristal à un ou à deux axes contenus dans les faces et lorsque l'axe unique ou l'axe principal est négatif, on observe les effets décrits ci-dessus en dirigeant cet axe négatif, non plus parallèlement, mais perpendiculairement à la ligne des pôles. Il agit enfin comme on peut supposer qu'agit l'axe secondaire et négatif de la chaux sulfatée *et vice versâ*.

Je croise maintenant les lignes des pôles de deux topazes

(*) Ces courbes ne sont ici que des arcs de lemnicastes ; mais comme elles ont l'apparence d'autant de branches d'hyperboles, je continuerai à les désigner sous ce dernier nom, pour rendre la description plus claire et plus rapide. Par la même raison je désignerai sous le nom d'anneaux ou d'ovales les lemnicastes qui environnent un seul pôle.

également épaisses ; comme l'angle des axes optiques est fort grand, j'obtiens les quatre systèmes d'hyperboles colorées que donnent deux quartz parallèles et croisés. Pour ceux-ci l'axe $\begin{matrix}\text{principal et positif}\\ \text{secondaire et négatif}\end{matrix}$ de la chaux sulfatée transporte au-delà du centre les hyperboles qu'il $\begin{matrix}\text{traverse}\\ \text{ne traverse pas}\end{matrix}$. C'est le contraire pour les deux topazes dont l'axe principal est cependant positif comme celui des quartz ; mais il est ici perpendiculaire aux faces tandis qu'il est parallèle dans les quartz. L'effet observé sur les topazes est le même que celui observé sur deux cristaux croisés à un axe $\begin{matrix}\text{unique négatif}\\ \text{secondaire positif}\end{matrix}$ situé dans le plan des faces, ou à deux axes situés aussi dans le plan des faces, mais dont l'axe $\begin{matrix}\text{principal}\\ \text{secondaire}\end{matrix}$ est $\begin{matrix}\text{négatif}\\ \text{positif}\end{matrix}$. Or, dans les deux topazes combinées, les axes secondaires sont aussi dans le plan des faces et ils y sont croisés ; donc on doit les considérer comme négatifs si l'on veut leur attribuer les effets observés ; résultats qu'on pouvait prévoir d'après les expériences précédentes.

Le système de ces deux topazes croisées peut donc remplacer dans les épreuves le système de deux parties croisées d'un cristal à un axe unique négatif situé dans le plan des faces.

Nous verrons plus loin que cette conséquence peut être généralisée comme il suit :

Le système de deux parties croisées d'une topaze taillée perpendiculairement à l'axe $\begin{matrix}\text{principal}\\ \text{secondaire ou tertiaire}\end{matrix}$ peut remplacer dans les épreuves le système de deux parties croisées d'un cristal à un seul axe $\begin{matrix}\text{négatif}\\ \text{positif}\end{matrix}$ situé dans le plan des faces.

Répétons, mais en abrégeant, sur un cristal négatif, sur le mica de Calcutta, par exemple, les expériences que nous venons de faire sur la topaze.

La ligne des pôles mise dans l'azimut de 45 degrés est parallèle à l'axe principal d'une lame de chaux sulfatée un peu épaisse, ou à l'axe unique perpendiculaire au mince bord d'un quartz prismatique. Toutes les courbes sont transportées et vont se doubler loin des pôles en dehors de la ligne qui les joint. L'axe unique et négatif parallèle aux faces d'une plaque de béril, par exemple, transporte au contraire toutes les courbes loin du centre et les double dans les deux autres angles droits que traverse l'axe tertiaire du mica. Ce dernier effet est aussi produit par l'axe secondaire et négatif de la chaux sulfatée, substitué à l'axe du béril.

Si l'on croise deux parties d'une plaque de ce mica, les hyperboles s'étendent peu, parce que l'angle des axes n'est pas très-grand. Les ovales des deux systèmes se mêlent et compliquent un peu l'image à une certaine distance autour du centre. L'axe principal de la chaux sulfatée, ou l'axe d'un prisme de quartz, transporte au-delà du centre les hyperboles qu'il traverse comme il le ferait sur deux quartz parallèles croisés, d'où il suit que les axes secondaires croisés du mica sont positifs.

A la règle qui se déduit des expériences de la page 336, on peut ajouter, d'après ce qui précède, la règle suivante pour déterminer le signe de l'axe principal perpendiculaire aux faces d'un cristal à deux axes :

Mettez le plan des axes dans l'azimut de 45 degrés et dirigez l'axe principal de la chaux sulfatée dans le même azimut. Si le cristal est négatif et la chaux sulfatée assez épaisse, vous verrez des arcs doubles en dehors de la ligne des pôles. S'il est positif les arcs doubles se formeront entre les deux pôles avec une mince lame, et loin du centre dans la direction de l'axe tertiaire, si la lame est suffisamment épaisse. En général le cristal est négatif quand les courbes sont transportées loin du centre de figure (milieu de la ligne des pôles), dans la direction de l'axe positif de la lame suffisamment épaisse, et il est positif quand l'effet est contraire. Si les arcs doubles se forment dans les deux angles droits traversés par la ligne des pôles et s'ils se forment loin du milieu de cette ligne et en dehors de ces pôles, si de plus l'angle des axes du cristal étudié est grand, il faudra incliner le cristal pour voir ces arcs doubles, et même ils pourraient être portés hors du champ de la vision; dans ce cas on fera faire un mouvement de 90° à la lame d'épreuve, et, à moins qu'elle ne soit par trop épaisse, les arcs doubles se verront dans les deux autres angles droits. Si la lame d'épreuve est suffisamment mince, les courbes sont transportées vers le centre et restent traversées par la ligne des pôles; elles passeraient dans les deux autres angles droits si la lame devenait plus épaisse.

Cette expérience d'épreuve faite avec la pâte de jujube incolore devient très-curieuse. On choisit un cristal négatif laissant voir à la fois les deux pôles et les lemnicastes qui les enveloppent, et l'on étire la pâte de jujube dans la direction de la ligne des pôles mise dans l'azimut de 45°. On voit alors les arcs que cette ligne traverse s'éloigner de son milieu, tandis que les autres arcs traversés par l'axe tertiaire s'avancent vers ce milieu, où une fois arrivés ils changent de courbure, puis se mettent à la suite de ceux qui le fuient. Quand l'angle des axes est un peu grand, on ne peut observer qu'un système à la fois; on voit dans chacun les demi-ovales qui montrent leur convexité au milieu de la ligne des pôles diminuer de diamètre en avançant vers leur pôle, se fondre à ce pôle en une tache colorée pour changer ensuite de courbure et aller se ranger à la suite des autres demi-ovales qui s'éloignent de ce pôle. Les phénomènes opposés ont lieu si l'on comprime le jujube dans la même direction.

On voit bien qu'un cristal négatif à un ou deux axes compris dans le plan des faces conduira à des résultats opposés, en le substituant à la chaux sulfatée qui est positive.

L'appareil aux deux quartz parallèles et croisés fournit un procédé fort commode aussi, dans certain cas, pour déterminer le signe d'un cristal à deux axes. Si le plan des axes transporte plus loin du centre les hyperboles qu'il $\begin{matrix}\text{traverse}\\ \text{ne traverse pas}\end{matrix}$, le cristal est $\begin{matrix}\text{négatif}\\ \text{positif}\end{matrix}$. Lorsque le cristal est épais, les hyperboles doubles sont éloignées, et pour les voir il peut être nécessaire d'incliner l'appareil d'analyse du côté où on les cherche.

Les résultats sont contraires si les plaques croisées d'analyse sont négatives, comme, par exemple, deux bérils parallèles, ou deux topazes perpendiculaires à l'axe principal.

Si l'appareil d'analyse est un cristal $\begin{matrix}\text{négatif}\\ \text{positif}\end{matrix}$ à un seul axe perpendiculaire, les résultats sont les mêmes que pour le cas de deux plaques croisées et à un seul axe $\begin{matrix}\text{positif}\\ \text{négatif}\end{matrix}$ dans le plan des faces.

J'ai concentré dans deux tableaux les formules auxquelles on est conduit par les observations qui précèdent. J'y rapporte tout à l'axe principal. Dans le premier tableau, j'entends par *un cristal croisé* un cristal à faces parallèles entre-elles et à l'axe unique ou au plan des deux axes; ce cristal est divisé en deux parties qu'on superpose en croisant exactement à angles droits les lignes de séparation. Dans le second, j'entends par *centre* le milieu de la ligne des pôles.

Parmi les axes en nombre infini que renferme un cristal, on portera particulièrement l'attention, dans les expériences, sur celui qui divise l'image observée en deux parties symétriques; de cette manière on évitera toute équivoque ou toute fausse interprétation des formules énoncées dans les deux tableaux. Dans le premier, on pourra aux mots : *que cet axe ne traverse* *pas*, substituer ceux-ci : *que l'axe secondaire traverse*. Dans le second, aux mots : *vers le centre*, on pourra substituer ceux-ci : *au-delà du centre ;* mais alors il ſaudra changer $\substack{\text{traverse}\\ \text{ne traverse pas}}$ en $\substack{\text{ne traverse pas}\\ \text{traverse}}$.

A l'inspection des deux tableaux on voit que toutes les circonstances relatives aux cristaux qui y sont combinés étant données, moins une, on pourra découvrir celle qui manque.

Si un cristal croisé	**POSITIF**, *ou un cristal à un seul axe perpendiculaire et* **NÉGATIF**	est combiné avec un deuxième cristal	POSITIF, dont les faces sont	parallèles au plan des axes,	l'axe unique ou l'axe principal	de ce deuxième cristal transporte au-delà du centre les hyperboles *ou les quadrants* qu'il	traverse.
				perpendiculaires à l'axe principal,	le plan des deux axes		ne traverse pas
			NÉGATIF, dont les faces sont	parallèles au plan des axes,	l'axe unique ou l'axe principal	de ce deuxième cristal transporte au-delà du centre les hyperboles (*ou les quadrants*) qu'il	ne traverse pas
				perpendiculaires à l'axe principal,	le plan des deux axes		traverse
	NÉGATIF, *ou un cristal à un seul axe perpendiculaire* **POSITIF**,	est combiné avec un deuxième cristal	POSITIF, dont les faces sont	parallèles au plan des axes.	l'axe unique ou l'axe principal	de ce deuxième cristal transporte au-delà du centre les hyperboles (*ou les quadrants*) qu'il	ne traverse pas
				perpendiculaires à l'axe principal	le plan des deux axes		traverse
			NÉGATIF, dont les faces sont	parallèles au plan des axes	l'axe unique ou l'axe principal	de ce deuxième cristal transporte au-delà du centre les hyperboles *ou les quadrants* qu'il	traverse
				perpendiculaires à l'axe principal	le plan des deux axes		ne traverse pas

Les faces d'un cristal à deux axes sont perpendiculaires à l'axe principal et le plan des deux axes est mis dans l'azimut de 45 degrés Si ce cristal est	POSITIF,	et s'il est combiné avec un deuxième cristal	POSITIF	dont les faces sont parallèles au plan des axes, l'axe unique ou l'axe principal de ce deuxième cristal, mis dans le même azimut, transporte vers le centre les courbes qu'il	traverse.
			NÉGATIF		ne traverse pas
	NÉGATIF,	et s'il est combiné avec un deuxième cristal	POSITIF	dont les faces sont parallèles au plan des axes, l'axe unique ou l'axe principal de ce deuxième cristal, mis dans le même azimut, transporte vers le centre les courbes qu'il	ne traverse pas
			NÉGATIF		traverse.

Les appareils d'analyse combinés entre eux et avec eux-mêmes pourraient également fournir des indices propres à faire découvrir le signe de l'un si celui de l'autre est connu. Les combinaisons faites dans cette vue ne présentent guère d'utilité après tout ce que nous avons déjà dit. Cependant j'en ferai brièvement quelques-unes, mais dans un autre but.

Je vais d'abord combiner l'appareil aux deux quartz croisés, épais de 6,75, successivement avec :

1.° Un spath d'Islande perpendiculaire et épais de 2,8. — Les cercles et la croix noire subsistent, ainsi que les quatre systèmes d'hyperboles. Il y a une croix blanche dont les branches se dirigent dans les azimuts de 45°. On n'aperçoit aucun autre changement notable si les deux franges noires asymptotiques sont droites, et si les centres des croix et des hyperboles sont confondus.

Le spath a ici une infinité d'axes secondaires positifs dans ses faces; il y en a donc un dans l'azimut de 45° à $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{droite}}{\text{gauche}}$. Cet axe positif transporte *loin* du centre les deux systèmes de branches hyperboliques qu'il traverse. Mais l'axe secondaire situé dans l'autre azimut de 45° à $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{gauche}}{\text{droite}}$ transporte *vers* le centre les hyperboles qu'il ne traverse pas, celles que le premier axe avait éloignées; il rétablit donc l'image primitive, au moins dans sa forme.

2.° Un quartz perpendiculaire épais de 30. — Mêmes résultats que ci-dessus et explication analogue.

Répétez ces deux expériences en variant l'épaisseur du cristal perpendiculaire et transportez-en l'image successivement dans les azimuts 0°, 45° et 90°. L'image totale éprouvera des modifications curieuses à observer et qui offriront des caractères propres à faire déterminer le signe supposé inconnu de l'un des cristaux combinés.

3.° Deux quartz parallèles croisés de 3 millimètres d'épaisseur. — En répétant l'explication ci-dessus, on verra que les hyperboles décomposées par l'axe de l'un des deux nouveaux quartz sont reconstituées par l'axe de l'autre, et qu'ainsi la forme générale de l'image ne change pas; mais il y a une circonstance qui en fait changer les dimensions. A chaque quartz ajouté et épais de 3, en correspond un autre épais de 6,75 et dont l'axe a la même direction. L'ensemble des quatre quartz revient donc au croisement de deux quartz épais de 9,75, et en conséquence les hyperboles sont plus serrées.

4.° Deux cristaux parallèles négatifs et croisés, ou, ce qui revient au même, deux cristaux positifs perpendiculaires à l'axe principal, comme par exemple deux topazes. — On fera voir encore que l'image décomposée par l'axe situé dans le plan des faces de l'un des cristaux se reconstitue par celui de l'autre. L'axe de chaque cristal ajouté, étant de signe contraire avec l'axe de même dénomination auquel il est parallèle dans le quartz correspondant, produit sur le quartz le même effet qu'une diminution d'épaisseur, ainsi qu'on le verra plus loin. On doit donc avoir et l'on a en effet des hyperboles moins serrées.

Je combine maintenant un spath d'Islande perpendiculaire, épais de 2,8 successivement avec :

1.° Un spath d'Islande perpendiculaire. — Je répéterai ici l'explication déjà donnée. Ce spath a dans ses faces une infinité d'axes secondaires positifs. L'un d'eux transporte $\substack{\text{loin du}\\ \text{vers le}}$ centre les quadrans qu'il $\substack{\text{traverse}\\ \text{ne traverse pas}}$; mais il en est un autre à angles droits qui produit précisément l'effet contraire. Les anneaux décomposés par l'un sont reconstitués par l'autre. D'un autre côté, ces deux spaths s'ajoutent, c'est comme si l'épaisseur de l'un était augmentée de toute l'épaisseur de l'autre; ainsi les anneaux seront plus étroits.

2.° Un quartz perpendiculaire épais de 6 millimètres. — Les anneaux concentriques doivent paraître plus larges, car le quartz, ayant un signe contraire à celui du spath, agit comme s'il diminuait l'épaisseur de ce dernier. — L'image est curieusement modifiée ; les couleurs sont éclatantes. La croix noire est remplacée par une croix colorée qui tourne et dont les couleurs changent quand la tourmaline tourne. Les branches de la croix ne sont point droites, elles ressemblent à deux S croisés dont les crochets sont contournés dans le sens de la rotation du quartz, quand celui-ci est placé au-dessous du spath, et contourné en sens contraire quand le quartz est placé au-dessus. Cette brillante expérience doit être répétée avec des spaths et des quartz d'épaisseurs très-variées. Lorsqu'on incline l'un des cristaux combinés pour séparer les deux systèmes d'anneaux, on voit entre eux un système d'arcs doubles dont la courbure varie avec l'inclinaison, etc.

Les formules du premier tableau font bien ressortir, pour les cristaux à deux axes optiques, l'opposition constante des signes de l'axe principal et de l'axe secondaire. Selon que l'axe principal est parallèle ou perpendiculaire aux faces, les courbes transportées au-delà du centre changent d'azimut ; mais comme pour les deux cas l'axe secondaire est parallèle aux faces, ce changement n'aurait pas lieu si on lui attribuait les effets observés.

L'axe principal étant constamment $\frac{\text{positif}}{\text{négatif}}$, l'axe tertiaire compris avec lui dans les faces d'un cristal devra y paraître $\frac{\text{négatif}}{\text{positif}}$. Le signe de l'axe secondaire étant constant aussi et contraire à celui de l'axe principal, sera $\frac{\text{négatif}}{\text{positif}}$, et l'axe tertiaire situé avec lui dans les faces devra y paraître $\frac{\text{positif}}{\text{négatif}}$. Or, il ne saurait avoir deux signes à la fois. Il paraît donc que l'axe tertiaire peut changer de signe en changeant de position relativement aux faces du cristal.

Nous allons sur ce point consulter l'expérience.

D'une grande topaze incolore épaisse de 13 millimètres, et dont deux faces polies sont perpendiculaires à l'axe principal, j'ai fait extraire des plaques rectangulaires dont les bords en biseaux sont parallèles aux axes qu'elles contiennent. Les unes sont perpendiculaires à l'axe tertiaire, les autres sont perpendiculaires à l'axe secondaire. Les angles réfringens sont successivement achromatisés par un prisme de verre pour observer la vive lumière du ciel qui passe par un trou plus ou moins petit fait dans une feuille de papier noir collée sur une vitre.

1.° Première plaque perpendiculaire à l'axe tertiaire. — Ses faces contiennent donc l'axe principal et l'axe secondaire. Le premier est positif, le second est négatif; la séparation des images est fort prononcée, il n'est pas nécessaire d'achromatiser.

Je croise deux parties de cette plaque divisée. L'axe de la chaux sulfatée transporte les hyperboles qu'il traverse; donc ces plaques sont positives. On voit qu'ici c'est l'action de l'axe principal qui prédomine.

2.° Seconde plaque perpendiculaire à l'axe tertiaire. — C'est celle qui est taillée en losange et dont il a été parlé. L'arète de l'angle GFE (Pl. 1.re, fig. 4) est parallèle à l'axe tertiaire. Il faut soigneusement choisir le prisme achromatisant et observer *de loin* la *vive* lumière passant par un *petit* trou pour obtenir la séparation des images. On trouve pour ce cas l'axe tertiaire positif.

3.° Plaque perpendiculaire à l'axe secondaire. — Sans devoir achromatiser l'angle réfringent parallèle à l'axe principal on a des images très-séparées et cet axe est positif. Cette plaque a un angle de 27 degrés, dont l'arète est parallèle à l'axe secondaire qu'on trouve négatif en achromatisant; la séparation des deux images n'est pas facile à obtenir, vu la petitesse de l'angle.

4.° Seconde plaque perpendiculaire à l'axe secondaire. — Le biseau parallèle à l'axe principal n'a pas besoin d'être achromatisé pour rendre très-sensible le signe positif de cet axe; il en est de même pour l'axe tertiaire qui est manifestement négatif, bien que la séparation des images, pour des angles réfringens égaux, ne soit pas aussi prononcée. Le spath perpendiculaire vérifie ce signe. Croisant deux parties de cette plaque, elles sont positives, ce qui vient de l'action prédominante de l'axe principal.

5.° Une plaque épaisse de 3,35 *d'une autre* topaze incolore est perpendiculaire à l'axe principal. Il faut achromatiser le biseau parallèle à l'axe secondaire pour reconnaître le signe négatif. L'angle est de 45 degrés. Il faut achromatiser avec plus de soins l'autre angle de 45 degrés pour obtenir deux images séparées d'un petit trou et reconnaître le signe positif de l'axe tertiaire.

On voit, d'après ces observations, que :

1.° L'axe principal et l'axe secondaire ne changent jamais de signe;

2.° L'axe tertiaire peut changer de signe;

3.° Lorsque deux des trois axes rectangulaires sont dans le plan des faces du cristal, ils y ont des signes contraires (*).

Si nous remarquons de plus que les axes optiques sont des directions suivant lesquelles la lumière se propage dans le cristal sans se diviser, tandis que l'action bi-réfringente est la plus forte le long des axes rectangulaires, nous serons naturellement conduits à admettre ou à supposer que c'est principalement dans

---

(*) D'après cela, lorsqu'en parlant d'un cristal on dit qu'il est $\substack{\text{positif}\\ \text{négatif}}$, on sous-entend que l'épithète s'applique à l'axe unique ou à l'axe principal.

ces trois directions que résident les résistances, les forces ou les causes, quelles qu'elles soient, qui produisent les phénomènes optiques. Selon cette manière de voir, les directions des deux axes optiques, toujours comprises dans le plan de deux des trois axes rectangulaires, ne seraient plus que des conséquences de l'action simultanée de ces trois axes rectangulaires. Si donc la résistance que le cristal oppose à la propagation de la lumière, ou l'action qu'il exerce sur elle pour la diviser, pouvait être égale dans ces trois directions rectangulaires, il n'y aurait plus de raison pour que les deux axes optiques se trouvassent plutôt dans l'un que dans l'autre des trois plans rectangulaires; ils devraient donc se trouver à la fois dans ces trois plans, c'est-à-dire, qu'il y aurait au moins trois axes optiques, résultat absurde puis qu'il est prouvé par l'expérience qu'un cristal régulièrement cristallisé ne contient, au plus, que deux axes optiques. Il n'y aura donc pas d'axes optiques dans cette supposition, ni par conséquent de cause à leur existence; ainsi il n'y aura pas de directions rectangulaires suivant lesquelles la force bi-réfringente puisse être égale et réelle, à moins qu'elle ne soit nulle; c'est-à-dire, qu'il n'y aura pas de directions suivant lesquelles la lumière puisse se diviser en rayons ordinaires et extraordinaires. C'est-à-dire, enfin, que le cristal ne sera pas bi-réfringent. Or, il y a des classes entières de cristaux réguliers qui se trouvent dans ce cas.

Si l'intensité des modifications qu'éprouve la lumière était égale dans deux des trois directions rectangulaires, il n'y aurait pas de raison pour que l'un des deux axes optiques fût plus incliné que l'autre sur le plan de ces deux directions et sur les directions elles-mêmes. Ils seront donc alors parallèles ou perpendiculaires à ce plan. Dans le premier cas, comme ils doivent faire des angles égaux et de 45 degrés avec les deux directions dans le plan desquelles ils se trouvent, ils font entre eux un angle droit. On ne connaît guère, jusqu'à présent, que l'acide succinique et le sulfate de fer qui approchent de réaliser ce cas de position dans les axes optiques. Dans le second cas, les axes optiques seront perpendiculaires au plan des deux directions rectangulaires exerçant des actions égales, c'est-à-dire qu'ils se confondront en un seul axe. Or, il existe de nombreux cristaux à un seul axe optique. Lorsque les faces sont perpendiculaires à cet axe, nous avons vu qu'elles contiennent en effet une infinité de couples d'axes secondaires et tertiaires égaux et de même signe.

Puisque les directions des axes optiques dépendent de l'intensité relative des actions exercées sur la lumière suivant les axes rectangulaires, il s'ensuit que la grandeur de l'angle que font ces axes optiques dépend des mêmes causes. Cet angle paraît, du reste, tout-à-fait indépendant du signe de chacun des trois axes rectangulaires; néanmoins je ferai remarquer ici que pour les nombreux cristaux examinés jusqu'à présent, et pour des angles plus grands que zéro et plus petits que 19 degrés, l'axe principal est négatif; mais le sulfate de nickel, dont l'angle des axes est de 3 degrés, présente une exception; on en découvrira probablement beaucoup d'autres.

* * *

Quand on croise deux parties d'un cristal dont le plan des faces contient l'un des trois axes rectangulaires et est oblique à chacun des deux autres, l'épreuve par la chaux sulfatée peut faire connaître le signe de cet axe; ce qui suffit pour déterminer le signe de l'axe principal si c'est celui-ci, ou l'axe secondaire qui se trouve dans les faces. Mais si c'était l'axe tertiaire qui s'y trouvât sans qu'on sût rien de la position extérieure des deux autres axes, comment alors déterminer le signe de l'axe principal, d'après ce que nous avons vu que le signe de l'axe tertiaire est sujet à varier? Nous verrons plus loin que l'axe principal étant alors oblique aux faces, il est possible d'apercevoir au moins l'un des deux systèmes d'anneaux, et d'après son inspection, de déterminer le signe de l'axe principal.

Les expériences d'épreuve formulées dans les deux tableaux supposent que les cristaux combinés ont des épaisseurs relatives telles que les courbes déplacées ne sont point transportées hors du champ de la vision comme cela arrive quand le deuxième cristal, que je suppose à un ou à deux axes situés dans le plan des lames, est trop épais, auquel cas on n'en saurait découvrir le signe si l'on sait la direction de l'axe unique ou principal, ou cette direction si le signe est connu. Cette circonstance exige donc une nouvelle étude. Nous allons la faire en prenant divers exemples pour mieux fixer les idées.

Prenons d'abord deux quartz épais de 7 millimètres et dont les faces soient *parfaitement* parallèles entre elles et à l'axe unique. Les plaques étant croisées laissent voir quatre groupes de branches hyperboliques dont les grands axes géométriques sont, ainsi que les axes optiques, dans l'azimut de 45 degrés. Les courbes ont pour asymptotes deux lignes noires, droites, se coupant à angles droits au centre de l'image. Remplaçons maintenant le cristal inférieur par un autre également bien travaillé, mais d'une épaisseur très-peu plus grande. On voit encore les quatre groupes d'hyperboles; mais les lignes droites asymtotiques sont transformées en hyperboles traversées par l'axe optique de ce quartz inférieur plus épais. Une épaisseur plus grande produit d'une manière plus prononcée l'effet déjà décrit : les hyperboles que l'axe optique du cristal le plus épais ne traverse pas sont rapprochées du centre commun ; plusieurs sont passées dans les deux autres groupes et se sont mises à la suite de celles que cet axe traverse et a éloignées du centre. Il résulte de cet examen que le cristal plus épais, supposé inférieur, peut être considéré comme composé de deux cristaux dont l'un, aussi épais que le cristal supérieur, est croisé avec lui; ce qui reproduit le *cristal* *croisé* d'analyse employé dans la première formule du premier tableau, et dont l'autre a une épaisseur égale à la différence des deux épaisseurs et tient lieu du deuxième cristal. L'axe de ce dernier transporte donc au-delà du centre les hyperboles qu'il traverse. Ainsi, ce cas rentre évidemment dans l'un de ceux du premier tableau.

Si la plus grande épaisseur, celle de la plaque supposée inférieure, diminue, les courbes éloignées du centre s'en rapprochent, celles rapprochées du centre s'en éloignent, et quand l'égalité des épaisseurs est rétablie, les lignes noires sont droites et croisées à angles droits. On voit bien qu'en continuant à faire décroître au-delà de ce terme l'épaisseur de la plaque inférieure, le double mouvement des courbes continuera et que le cristal supérieur, devenu plus épais à son tour, transportera loin du centre les courbes que son axe traverse.

Au lieu de diminuer l'épaisseur de la plaque inférieure, après l'égalité rétablie, augmentons-la de l'épaisseur d'un cristal négatif dont l'axe unique, parallèle aux faces, se confond avec celui de cette plaque inférieure. Cette addition produira le même effet qu'une diminution d'épaisseur. Les courbes que traverse l'axe du nouveau cristal se rapprocheront du centre, et celles qu'il *ne traverse pas* seront transportées au-delà de ce centre, conformément aux formules relatives à ce cas.

On arriverait à des conséquences analogues si l'on opérait avec deux plaques négatives au lieu de deux quartz.

Exemple. — On a extrait d'un cristal à un axe deux plaques parallèles à cet axe ; l'une est épaisse de 3 millimètres, l'autre de 2,7. L'aspect vitreux, les bords à pans, la forme même des plaques indiquent suffisamment qu'elles sont tirées d'un cristal de roche, et la direction de l'axe est également facile à reconnaître ; mais faisant abstraction de ces données, je veux chercher et le signe et la direction de l'axe de ces plaques. Après avoir déterminé par expérience la direction des lignes neutres dont l'une contient l'axe, je pose la plus mince plaque, par exemple, sur la plus épaisse, les lignes neutres les unes sur les autres. Comme on n'observe point de couleurs, c'est probablement que les axes sont confondus, car la différence des épaisseurs n'est pas grande. Je les croise donc; je vois alors des hyperboles doubles nécessairement traversées par l'axe de la plaque la plus épaisse, quel que soit le signe du cristal. J'ai donc ainsi la direction de l'axe de la plaque la plus épaisse et par conséquent la direction à angles droits de l'axe de l'autre plaque. Reste à déterminer le signe. Pour cela, contre la plaque inférieure, j'applique une mince lame de chaux sulfatée dont l'axe est parallèle à celui de cette plaque. Les courbes étant transportées plus loin, les cristaux croisés sont positifs. Une lame de chaux sulfatée, épaisse de 0,35, mais dont l'axe croise celui de la plaque inférieure, ce qui revient à augmenter l'épaisseur de la plaque supérieure ou diminuer celle de l'inférieure, ramène au contraire vers le centre les hyperboles éloignées et éloigne celles qu'il traverse. On obtient ainsi deux hyperboles noires peu éloignées du centre dans les deux autres groupes, ce qui prouve tout à la fois que les trois cristaux sont de même signe et que la force de polarisation de la chaux sulfatée est égale ou presque égale à celle du cristal étudié, qui dès-lors est positif, et doit être du cristal de roche d'après sa dureté, son aspect, etc.

Autre exemple sur deux plaques à un axe parallèle aux faces et tirées d'un même cristal. Les épaisseurs 2,82 et 2,76 peuvent être en erreur de 3 à 4 centièmes de millimètre, parce qu'on ne peut guère répondre que de $\frac{1}{40}$ de millimètre avec l'instrument que j'ai employé (*) et parce que les faces ne sont pas absolument planes; mais certainement l'une des plaques est

---

(*) J'ai même dû calculer une table de correction pour le vernier qui n'était pas exact, ce qui explique pourquoi le chiffre des centièmes n'est pas toujours un 5 ou un zéro.

plus épaisse que l'autre. Croisées comme dans l'exemple précédent, elles me montrent deux systèmes d'hyperboles doubles, très-serrées, éloignées du centre et nécessairement formées des hyperboles simples que traverse l'axe de la plaque la plus épaisse, et des hyperboles qu'il ne traverse pas, hyperboles qui sont toutes venues se ranger à la suite des premières. J'ai donc ainsi la direction de l'axe de la plaque la plus épaisse, et conséquemment la direction de l'axe de l'autre plaque. La multitude et l'extrême proximité des hyperboles, leur éloignement du centre et la faible différence dans les épaisseurs des plaques disent assez que ce cristal jouit d'une grande force de polarisation, et cette circonstance, jointe à l'aspect perlé, à la forme même des plaques, le font reconnaître pour être de la chaux carbonatée. Le signe du cristal vient justifier cette conclusion ; car l'axe d'une plaque prismatique de cristal de roche, étant dirigé parallèlement à l'axe de la plaque la plus épaisse, décompose les hyperboles doubles qu'il traverse et rétablit les quatre groupes d'hyperboles simples, ce qui est un effet dû au signe contraire du quartz. Un prisme plus épais, ou une plaque de cristal de roche parallèle à l'axe et épaisse de 1 millimètre, non seulement dédouble les hyperboles ; mais les transporte toutes dans les deux autres angles droits où il les double.

Ces deux plaques parallèles et croisées de spath d'Islande montrent une multitude infinie de courbes hyperboliques très-serrées quand on observe à la lampe monochromatique.

Deux cristaux en cabochon et vendus pour des girasols (opale), ont un aspect laiteux, sans reflets. J'ai fait faire une face parallèle à leur table. Ainsi travaillés, l'un, d'une épaisseur de 5,82, est parfaitement limpide ; l'autre, épais de 5,10, est fort légèrement jaunâtre. Je place celui-ci sur le plus épais en faisant coïncider les lignes neutres. J'obtiens des hyperboles doubles dans l'un des quatre angles droits, et il faut incliner l'ensemble des deux cristaux pour voir quelques branches des hyperboles doubles situées dans l'angle opposé. Un mouvement de 180° donné à la plaque supérieure n'altère en rien l'image qui se renverse quand le mouvement de 180° est imprimé au cristal inférieur. Cela prouve que l'axe unique ou principal du girasol le plus épais est légèrement incliné sur les faces et qu'il est parallèle dans le plus mince. Quel que soit le signe de ces cristaux, l'axe du plus épais traverse les hyperboles qu'il déplace, ce qui détermine sa direction. Quant au signe, il est le même que celui d'une lame prismatique de cristal de roche dont l'axe transporte plus loin du centre les hyperboles doubles qu'il traverse.

Le plus mince de ces deux girasols positifs, combiné avec le spath perpendiculaire, fait naître des arcs doubles dans les deux cadrans que son axe traverse; ils sont concentriques aux anneaux et ils ne se déplacent pas quand on fait tourner le cristal autour d'une perpendiculaire à l'axe. Le plus épais, soumis à la même épreuve, donne des arcs doubles non concentriques aux anneaux du spath, et ils se déplacent quand le cristal balance autour de la perpendiculaire à l'axe. Cette observation fournit un caractère souvent utile pour reconnaître si un axe qui produit des courbes doubles est ou n'est pas parallèle aux faces. La lampe monochromatique fournit un caractère encore plus sûr. Si le centre commun des hyperboles que donne le cristal seul entre deux tourmalines est au milieu de l'image observée sous l'incidence perpendiculaire, l'axe unique ou principal est parallèle aux faces; il est plus ou moins oblique s'il faut incliner le cristal pour voir le centre.

La différence des épaisseurs de deux plaques croisées d'un même cristal peut aussi être assez grande pour que les hyperboles doubles soient transportées hors du champ de la vision. Ce qu'il y a à faire alors pour déterminer le signe, si l'on sait la direction de l'axe de l'une des plaques, ou pour trouver cette direction si l'on sait le signe, c'est d'ajouter à la plaque inférieure la plus épaisse une pile de plaques prismatiques, ou bien, si cela ne réussit pas, une plaque connue assez épaisse pour faire naître des hyperboles. On considérera alors les trois cristaux comme n'en faisant plus que deux d'une épaisseur égale ou à-peu-près égale, et l'on rentrera ainsi dans l'un des cas précédens; car, au moyen d'une plaque prismatique, on verra quelle est l'action de son axe sur les courbes colorées.

Si la différence des épaisseurs est la plus grande possible, c'est-à-dire s'il s'agit d'une seule plaque, on opérera de même.

Exemple : le plus mince des deux girasols examinés plus haut, croisé avec une plaque de quartz parallèle épaisse de 2,7, ne donne pas de courbes colorées; mais en ajoutant une seconde et pareille plaque, on obtient quatre systèmes d'hyperboles très-régulières et brillantes. Ce qui prouve de nouveau que ce girasol, qui d'ailleurs est une pierre siliceuse, est positif comme le quartz. Les hyperboles noires traversées par l'axe du quartz sont très-peu éloignées du centre, d'où il suit qu'à cause de l'épaisseur 5,1 du girasol et de l'épaisseur 5,4 du double quartz, les forces polarisantes des cristaux combinés sont égales ou presqu'égales.

Autre exemple : J'ai une plaque de baryte sulfatée d'Auvergne perpendiculaire à l'axe tertiaire. Je voudrais déterminer et le signe et la direction de l'axe principal de ce cristal épais de 4,61. Le moindre effort rompt cette substance. J'en détache donc un fragment que je pose sur le reste en croisant les lignes de rupture. La chaux sulfatée ou le prisme de quartz dont l'axe est perpendiculaire au mince bord éloigne du centre les hyperboles que l'axe traverse. Donc la baryte sulfatée est positive. En la combinant avec les deux quartz de l'exemple précédent, j'ai des courbes colorées; par conséquent la direction cherchée de l'axe principal est indiquée par celle de la ligne neutre, qui est perpendiculaire à l'axe du quartz.

Il est évident que tout ce qui précède est applicable aux cristaux à deux axes situés dans les faces parallèles.

Si je n'ai point inséré dans le deuxième tableau les formules relatives aux cas où les cristaux combinés sont à deux axes et ont les faces perpendiculaires à l'axe principal, c'est que, pour de semblables cristaux, le plan des axes passe par les pôles des deux systèmes d'anneaux, que sa direction est indiquée par la branche noire mise dans le plan de polarisation, et que le second tableau fournit divers procédés pour déterminer le signe de chacun de ces cristaux.

Il reste donc à étudier le cas des faces obliques, soit à l'axe unique, soit à l'axe principal.

Supposons le cas d'un axe unique très-oblique. Il est nécessairement compris dans un plan perpendiculaire aux faces. Si, sous des incidences très-obliques, le cristal ne laisse apercevoir aucun vestige d'anneaux ou seulement quelques anneaux des derniers ordres, on pourra le traiter comme un cristal parallèle à l'axe. S'il laisse apercevoir au contraire quelques arcs des premiers anneaux, ou même des anneaux entiers, on le combinera avec un quartz oblique à l'axe et suffisamment mince ou épais. Si les axes croisés font paraître des courbes colorées, ils sont de même signe. Si les couleurs naissent de la superposition des axes, ils ont des signes différens.

Passons au cas plus embarrassant et plus fréquent d'un cristal à deux axes laissant voir tout ou partie d'un système d'anneaux observés sous une incidence oblique et ne laissant rien voir de plus, de quelque manière qu'on le présente à la lumière blanche polarisée. La barre noire étant dans le plan de polarisation, le plan des axes y est également. Si les anneaux vus appartenaient à ce que nous avons appelé le *premier* système (page 335), ou au *second* système, il serait facile de déterminer le signe de l'axe principal. La difficulté se réduit donc à découvrir un caractère propre à faire connaître le rang du système observé. Cela posé, supposons que l'image soit visible quand on incline le cristal vers la glace noire comme pour amener ses faces dans une position horizontale qui peut être dépassée; si le système devenu visible par ce mouvement était le *premier,* en relevant la plaque et l'inclinant en sens contraire, comme pour la rendre verticale et même dépasser cette position, on pourrait observer tout ou partie du second système, lors même que les axes feraient entr'eux un grand angle; et puisque rien ne paraît ainsi, c'est que les anneaux vus dans la première position appartiennent au *second* système, le *premier* étant hors du champ de la vision et correspondant à un axe parallèle aux faces ou faisant d'un côté ou de l'autre du cristal un petit angle avec elles.

Supposons au contraire que dans la position à-peu-près horizontale on n'aperçoive pas d'anneaux, et que pour les voir il faille relever le cristal dans une position verticale. C'est alors le *premier* système que l'on voit, car si c'était le *second* on verrait le premier en faisant revenir la plaque à sa première position.

On a donc ainsi un caractère pour reconnaître de quel côté du milieu de la ligne des pôles se trouve le système des anneaux observés, et il n'y a plus alors qu'à suivre l'un des procédés indiqués.

Ces suppositions se réalisent dans les cristaux taillés fort obliquement à l'axe principal.

Le raisonnement ci-dessus suppose que le rayon visuel mené de l'œil au pôle des anneaux observés est dans la direction même de l'axe correspondant à ce système d'anneaux; c'est une erreur; mais généralement elle ne nuit point à la conséquence. Cependant, comme cette matière n'est pas sans importance, on excusera facilement la longueur des détails dans lesquels je vais entrer, s'ils peuvent convenir à quelques-uns des lecteurs que j'ai choisis.

Je prends la topaze incolore ADEI (fig. 7) de 13 millimètres d'épaisseur et dont j'ai parlé à la page 346. Ses faces AD, IE, tenues horizontalement devant la glace noire, sont perpendiculaires à l'axe principal. Soit KH le rayon incident et polarisé. Arrivé au point H il se réfracte en entrant dans le cristal, et tels sont l'incidence, l'indice de réfraction du cristal et la direction de l'axe, que ce rayon prendra la route HL marquée par ce dernier. Il émergera suivant une parallèle LO à KH et l'œil placé en O, sur sa direction, verra dans le prolongement de OL un système d'anneaux que, par convention, nous avons dit être le *premier*.

Prenons maintenant dans ce cristal une tranche BCFG épaisse de 1 à 3 millimètres, par exemple, et dont les faces *verticales* BG, CF, soient perpendiculaires à l'axe secondaire. Les parties BI, CE du cristal étant supprimées, le rayon incident KH se continuera jusqu'à la face BG en N ; mais en se réfractant, bien loin de suivre l'axe du cristal, il s'en éloignera et prendra une direction NM presque horizontale, puis il émergera suivant MP parallèle à KH. L'œil placé en P ne verra point d'anneaux, puisque le rayon réfracté n'a pas suivi la direction de l'axe. Il faudrait donc changer la position de cette tranche pour obliger la lumière à prendre la route de cet axe. Ce changement peut être plus ou moins étendu, selon l'indice de réfraction du cristal et la direction de l'axe. Pour la topaze, aucun changement d'incidence, aucune position de la tranche BF, ne peut amener ce résultat. Il y a nécessité de forcer la lumière à changer de route *avant* qu'elle atteigne la face verticale BG. Cela se fait en remplaçant momentanément les parties BI, CE du cristal par des parallélipipèdes ou des cubes de verre ; mais comme l'indice de réfraction du verre est un peu plus petit que celui de la topaze, il faudra encore quelque peu changer l'incidence, c'est-à-dire la position de la tranche, pour que la lumière réfractée suive la direction de l'axe et rende visible le *premier* système d'anneaux qui correspond à cet axe.

Quoique momentanée, la jonction des deux parallélipipèdes avec la plaque de topaze doit être intime, sans interposition d'air, ce à quoi on parvient au moyen d'une goutte d'un liquide quelconque transparent. Si l'on veut coller les trois pièces à demeure, on les chauffe assez pour faire fondre un peu de mastic en larmes, ou un peu de térébenthine de Venise, ou de baume de Canada, de copahu.

Maintenant, réintégrons la topaze entière et relevons-la verticalement. Le système d'anneaux visible dans cette position sera le *second*, d'après nos conventions, et si l'on remplace encore les deux parties AG, DF, par du verre, la tranche CG, quoique *horizontale*, laissera voir ce *second* système. C'est ce que l'on prouvera aisément en faisant faire un quart de tour à la figure pour donner au rayon incident TU la direction qu'il avait dans la première expérience. On le suivra à travers le cristal, le long du nouvel axe, et en raisonnant comme précédemment on verra bien qu'il faudra un peu changer la position horizontale de la tranche pour que la lumière, changée de route par le verre, soit obligée de suivre ce nouvel axe.

Si l'on ne désire voir que le *premier* système, par exemple, il suffira des deux prismes de verre BPG, CRF. Si c'est le *second* qu'on veut voir exclusivement, il suffira des deux prismes LFS, QBG. Souvent même, et cela a lieu pour la tranche de topaze prise pour exemple, il suffit de coller deux prismes rectangles isoscèles (pl. 4, fig. 8); mais la plaque devra être un peu plus ou un peu moins inclinée dans un sens et dans l'autre pour montrer successivement les deux systèmes d'anneaux.

Autre exemple : — Cassez à coups de marteau, adroitement ménagés et dirigés, un cristal de spath d'Islande. Les fragmens seront, en général, des parallélogrammes à faces planes, brillantes et parallèles. Mettez dans le plan de polarisation la ligne neutre CF (pl. 4, fig. 8) qui passe par le sommet de l'un des angles obtus de la plaque mise entre deux prismes rectangulaires de verre : vous verrez les anneaux et la croix.

L'angle des axes d'un cristal, taillé perpendiculairement à l'axe principal, peut être assez grand pour qu'on ne puisse pas voir successivement et en entier les deux systèmes d'ovales, même sous des incidences très-obliques. Ces ovales, vus directement en totalité ou en partie, sont souvent très-allongés, comme dans la topaze blanche. Dans tous ces cas on les obtiendra beaucoup moins allongés et on les observera sous des incidences beaucoup moins obliques en faisant usage des deux prismes de la figure 8. On peut même calculer quels angles il faut donner à ces prismes, collés momentanément au cristal avec une goutte d'essence de térébenthine, pour que l'image soit celle que l'on obtiendrait directement si le cristal avait ses faces taillées, comme à la figure 4, perpendiculairement aux axes optiques. Réciproquement, en essayant successivement des couples de prismes de divers angles jusqu'à ce que les premiers anneaux du système observé paraissent sous la forme de cercles parfaits, on pourrait calculer très-approximativement l'angle des axes du cristal.

Très-fréquemment l'indice de réfraction et l'angle que l'axe fait avec les faces sont tels que sous une certaine incidence le rayon réfracté peut suivre la direction de cet axe sans qu'on doive recourir aux cubes ou aux prismes de verre.

Si l'on ne peut voir qu'un seul système entier d'anneaux sans rien apercevoir de ce qui appartient à l'autre système ou qui pourrait en indiquer la position relative, et s'il est vu sous une incidence *peu oblique*, on ne peut plus raisonner comme précédemment pour reconnaître de quel côté du pôle visible se trouve le milieu de la ligne des pôles. Cependant, comme les ovales, ou plus exactement les lemnicastes qui entourent le pôle visible, sont ordinairement plus allongées du côté intérieur aux pôles que du côté extérieur où elles sont plus serrées; comme leurs centres de figure ne sont point confondus avec le pôle et se distribuent le long de la ligne des pôles en allant vers le milieu de cette ligne, on pourra encore, à l'aide de ces caractères, trouver le signe du cristal.

Exemple : — J'ai fait tailler à deux faces parallèles une pierre de lune (feld-spath) primitivement en cabochon. Sous une incidence peu oblique, on voit un système d'ovales colorés qui, dans la direction de la barre noire mise dans le plan de polarisation, s'étendent sensiblement plus d'un côté que de l'autre du pôle. De plus, en variant l'inclinaison, on reconnaît quelques faibles indices des formes et de la distribution des couleurs des courbes qui avoisinent ordinairement le milieu de la ligne des pôles; milieu qui ne doit pas être fort loin hors du champ de la vision, ce qui indique aussi que l'angle des axes ne doit pas être extrêmement grand. Soumettant donc ce cristal à l'une quelconque des épreuves indiquées aux pages 336 et 337, on reconnaît qu'il est négatif.

La détermination du signe d'un cristal à deux axes, par la seule inspection du système d'anneaux qu'il laisse voir sous une incidence peu oblique, n'est fondée, comme on vient de le voir, que sur des caractères, des symptômes peu prononcés qu'on peut craindre de mal interpréter. C'est pourquoi je donnerai encore quelques exemples comme exercice et comme offrant d'ailleurs des accidens de cristallisation fort curieux à observer.

ABCD (pl. 4, fig. 9) est une section faite perpendiculairement à la longueur d'un prisme rectangulaire de diopside passablement pur et d'un blanc grisâtre. Parallèlement à cette section on a taillé trois plaques épaisses de 0,5, 1,0 et 2,15. Parallèlement à la face étroite BC on a taillé une plaque IK épaisse de 1,56. Enfin on a encore extrait deux plaques comme FG parallèles à la grande face DC; l'une est épaisse de 1,10, l'autre de 1,46.

Vues à l'œil nu, les trois plaques perpendiculaires montrent une cloison *ab* qui se prolonge dans toute la longueur du cristal, puisqu'on la retrouve en *cd* le long de la plaque IK. Perpendiculairement à cette cloison *ab*, et sous un jour convenable, on voit sur les trois plaques AC et les deux plaques FG une multitude de stries inégalement espacées, mais parallèles, ayant toutes les apparences extérieures des stries régulièrement tracées sur le verre des micromètres de microscope, et produisant, comme ces dernières, le phénomène des réseaux si bien expliqué par M. Babinet, au tome 40 des Annales de chimie et de physique. A en juger par la cassure GL, on prendrait le cristal pour une masse fibreuse, une agglomération de fines aiguilles cristallisées. Observée à la loupe, devant une glace noire et sous une incidence convenable, la plaque EL laisse voir, parallèlement à EG, et sur un tiers de la largeur à partir du bord EG, des stries également espacées qui font naître des franges très-faiblement colorées. Ces franges, observées loin de l'œil armé d'une tourmaline et sous diverses incidences, se parent des plus vives couleurs. Elles sont plus ou moins serrées, plus ou moins éclatantes, selon l'azimut et l'inclinaison de la plaque.

Voyons maintenant quels sont les phénomènes de polarisation que vont produire dans les diverses plaques ces accidens de cristallisation.

La plaque perpendiculaire épaisse de 0,5, observée à travers la partie *ab*BA en avant de l'observateur, montre un *second* système d'anneaux, dont la barre noire, mise dans le plan de polarisation, est perpendiculaire à la cloison *ab*. C'est du côté du bord AB que doit se trouver le milieu de la ligne des pôles, et c'est aussi de ce côté que l'axe d'une plaque prismatique transporte les courbes, quand cet axe, perpendiculaire au mince bord; est mis dans le plan de polarisation. Par conséquent, cette partie du cristal est positive. La section principale de l'autre partie *ab*CD de la plaque un peu relevée est aussi perpendiculaire à la cloison *ab*. A travers cette partie, on voit un *premier* système d'anneaux et le milieu de la ligne qui joint son pôle avec celui du *second* système invisible correspondant doit être placé du côté du bord DC. Enfin ce système est également positif.

Si la cloison *ab* divise la pupille, on voit à la fois ces deux systèmes; mais ils sont indépendans l'un de l'autre, car ils sont disposés en sens contraire de leur véritable rang, et l'un ou l'autre disparaît quand l'œil se déplace; de plus, les anneaux presque circulaires de l'un et de l'autre s'arrêtent nettement à la cloison *ab* où ceux du même ordre se coupent, comme l'indique la figure imparfaite (pl. 4, fig. 10).

Il est très-présumable, d'après cela, que les axes optiques correspondans à ces deux systèmes d'anneaux sont peu, mais également inclinés sur la plaque ABCD, ou, en d'autres termes, qu'ils font des angles égaux avec la cloison *cd*.

Cette même plaque, éloignée de l'œil, paraît comme un prisme dont l'arète saillante se confondrait avec *ab*. Sous diverses incidences, si la lumière est dépolarisée par l'une des deux parties, elle ne l'est pas par l'autre, qui paraît obscure. Tout prouve enfin que ce diopside est formé de deux cristaux distincts réunis par la cloison *abcd*.

C'étaient, si l'on veut considérer la chose ainsi, deux cristaux identiques dans leur constitution et leur position, mais dont l'un, avant de se réunir à l'autre, aura fait un demi-tour autour d'une droite parallèle à la cloison; ou bien encore autour d'une perpendiculaire à cette cloison, pour se réunir bout pour bout avec l'autre. Ce dernier mode de jonction, ou plus exactement de cristallation, se nomme hémitropie; il se rencontre très-fréquemment dans beaucoup de cristaux. On le reconnaît, en cristallographie, aux formes extérieures; et quand ces formes manquent, on le découvre, comme on vient de le voir, par des observations optiques.

Les deux autres plaques perpendiculaires étant plus épaisses ne laissent pas voir à la fois et en entier les deux systèmes d'anneaux; mais à l'inspection il est plus facile d'assigner le rang de chacun.

L'une des plaques longitudinales FG, horizontalement placée devant la glace noire, laisse voir un *second* système positif d'ovales colorés, et rien de plus, sous quelqu'incidence qu'on la présente à la lumière blanche polarisée. Faisant faire ensuite à cette plaque un mouvement de 180° autour de son bord EG, il faut la dresser presque verticalement pour qu'elle montre un *premier* système d'ovales également positif et correspondant au même axe. Cela prouve que le plan de cette plaque ne divise pas l'angle de ses deux axes. Mêmes observations pour la seconde plaque parallèle à EL.

La plaque latérale IK, étant parallèle au plan des quatre axes, ne donne pas d'anneaux, sous quelqu'incidence qu'on la présente aux rayons polarisés; et comme on peut conclure des observations précédentes que les axes principaux des deux cristaux soudés ne sont point parallèles, il doit arriver qu'en mettant la cloison *cd* dans le plan de polarisation, les deux parties I*d*, *c*K ne sauraient paraître obscures à la fois. L'expérience prouve que dans cette position elles changent le plan de polarisation de la lumière qu'elles laissent passer, et, par conséquent, qu'aucun des deux axes principaux n'est parallèle à la cloison *cd*. A l'appareil gradué de Fresnel, j'ai trouvé que les axes principaux *mp*, *mn*, font des angles égaux et de 37° 15′ avec la direction de la cloison *cd*, et qu'ainsi ces axes sont inclinés l'un sur l'autre de 74° 30′ *environ*. Je dis *environ*, parce que le cercle, imparfaitement gradué, n'a que 21 millimètres de rayon, et qu'il y a quelqu'incertitude sur la position fixe correspondante au maximum d'obscurité.

Aucun des deux axes de chaque cristal du couple hémitrope n'est donc situé dans le plan de la cloison, puisque d'ailleurs il faut incliner la plaque perpendiculaire BD dans un sens, puis dans un autre, sur le rayon polarisé, pour voir en entier chacun des deux systèmes d'anneaux.

Par un trait perpendiculaire à *cd* j'ai divisé la plaque IK, qui contient les quatre axes, en deux parties que j'ai superposées en croisant les cloisons à angles droits. Comme *cd* n'est pas située au milieu de la largeur, le carré qui résulte du croisement des plaques est partagé en quatre compartimens dont deux carrés inégaux opposés, et deux rectangles égaux aussi opposés l'un à l'autre. J'observe cet assemblage à la lumière polarisée, en le tenant à la portée de la vue pour en voir toutes les parties, et je le fais tourner dans son plan jusqu'à ce que le petit carré, par exemple, paraisse obscur. Alors le grand carré laisse voir des bandes colorées et les deux rectangles laissent passer la lumière blanche. Pour savoir la cause de ce phénomène, dont la complication n'est qu'apparente, il suffit de séparer les plaques; toutes les lignes de la plaque qu'on fait mouvoir à cet effet restent exactement parallèles à elles-mêmes pendant ce mouvement. On observe alors ce qui suit :

1.° Les deux parties étroites qui en se recouvrant forment le petit carré sont obscures. L'axe principal de l'une est dans le plan de polarisation, et celui de l'autre est perpendiculaire à ce plan, ce qui explique l'obscurité du petit carré, obscurité à laquelle succéderaient des couleurs de plus en plus vives si l'ensemble des plaques faisait un mouvement de rotation dans son plan, jusqu'à 45 degrés, où l'on aurait le maximum des teintes.

2.° Les deux parties larges qui forment le grand carré laissent passer séparément la lumière, et comme l'un des axes principaux fait un angle azimutal de 15° 30′ et que l'autre lui est perpendiculaire, on voit des bandes peu colorées; mais cette coloration devient de plus en plus vive si l'angle azimutal de 15° 30′ croît jusqu'à 45. Si au contraire il diminue jusqu'à zéro, les couleurs disparaissent, ce carré devient obscur et les couleurs naissent dans le petit carré.

3.° La blancheur à-peu-près constante des deux rectangles vient de ce qu'une partie étroite et obscure est croisée avec une partie large et blanche, et de ce que les axes principaux de ces deux parties sont presque confondus, puisqu'ils ne font entr'eux qu'un angle de 15° 30′.

En combinant la plaque IK avec un spath d'Islande perpendiculaire, chacun des deux axes principaux, mis successivement dans l'azimut de 45 degrés, transporte loin du centre les arcs qu'il traverse, ce qui prouve de nouveau que les deux cristaux soudés sont positifs. La croix noire et les anneaux sont totalement effacés; les arcs doubles sont très-serrés et portés fort loin du centre, ce qui témoigne de la grande force bi-réfringente de ce diopside.

Un autre échantillon de 0,7 environ d'épaisseur est long de 7 millimètres et large de 5. Il provient de M. Lebaillif, qui l'a préparé pour l'observation. Tout indique qu'il a été taillé perpendiculairement à la longueur du cristal. Une cloison perpendiculaire à la section principale et au plan de polarisation, divise aussi la largeur en deux parties inégales, et les observations faites, soit à travers chacune des parties, soit à travers les deux à la fois, prouvent que la plaque, ainsi observée, provient aussi d'un cristal formé de deux autres par hémitropie.

Ce n'est pas toujours ainsi que les cristaux de diopside se réunissent; la cloison n'est pas toujours un plan perpendiculaire à celui qui contient les quatre axes, il lui est quelquefois parallèle, comme je l'ai observé sur l'échantillon suivant. Il est inégalement vert, épais de 3,76 et taillé perpendiculairement à la longueur du prisme cristallisé. A la lumière du ciel, on observe une foule de *glaces* et particulièrement une cloison verte qui sépare le cristal en deux cristaux accolés (et non hémitropes), à travers chacun desquels on n'aperçoit qu'un seul système positif d'ovales colorés. Le plan des axes est parallèle à la cloison pour les deux cristaux soudés, et l'on voit à la fois les deux systèmes quand on met la cloison au milieu de la pupille. Chaque système est *premier* ou *second*, selon la face par laquelle on observe; mais comme la ligne qui joint les pôles de ce couple de systèmes est un peu oblique au plan de polarisation, les axes principaux des deux cristaux accolés ne sont pas parallèles.

Une autre cloison, perpendiculaire à la première, mais située très-près du bord de la plaque, sépare un fragment hémitrope à l'un des cristaux accolés. Je dis hémitrope parce que le système d'anneaux qu'on voit à travers ce fragment, qui a à peine 1 millimètre de largeur, m'a paru être un *premier* système, tandis que celui qui lui correspond et qu'on voit en abaissant la plaque est un *second* système.

Soit ABCD (pl. 4, fig. 11) un cristal de diopside composé de deux cristaux hémitropes réunis par la cloison EF. Soient GI, GH les axes principaux; KL, ST les deux axes optiques du cristal AF; KM, UV ceux de l'autre cristal. Présentons la plaque AC à-peu-près parallèlement à la glace noire. Le rayon incident polarisé QM se réfractera suivant l'axe MK, continuera sa route KZ à travers l'autre cristal, émergera suivant ZN, et l'œil placé en N verra un *second* système d'anneaux. Relevons la plaque presque verticalement, le rayon incident RX se réfractera suivant XK, poursuivra sa route suivant l'axe KL, émergera suivant LP et portera à l'œil P l'image d'un *premier* système. Si les cristaux hémitropes sont également épais, les anneaux des deux systèmes paraîtront également serrés; mais si EC, par exemple, est moins épais que BE, les anneaux de l'image observée la première, l'œil étant en N, paraîtront moins serrés que ceux de l'autre image correspondante.

Soit encore ABFG (pl. 4, fig. 12) un diopside composé comme il suit :

1.º Un cristal HEFG dont celui des deux axes qui rend visible un *second* système ait pour direction IK.

2.º Un cristal plus épais DCEH, superposé au précédent. L'axe qui rendra visible le *second* système aura sa direction KL dans le prolongement de IK.

3.º Un cristal ABCD hémitrope avec le précédent, et dont celui des deux axes qui rend visible le *premier* système ait pour direction SR.

Au lieu de supposer le plus épais des trois cristaux entre les deux plus minces, on peut supposer l'un de ceux-ci entre les deux autres. Cette nouvelle disposition ne changera rien aux phénomènes que nous allons décrire.

Mettons donc ce cristal triple dans une position horizontale vis-à-vis la glace noire. Le rayon incident OI se réfractera suivant l'axe IK ; il continuera sa route suivant l'axe KL du cristal superposé, traversera le troisième cristal et émergera suivant MN. Il portera à l'œil placé en N l'image aux anneaux larges du cristal mince HEFG et l'image circompolaire aux anneaux serrés du cristal épais DE. Relevons verticalement ce triple cristal. Le rayon incident PQ traversera les deux premiers cristaux suivant QR, qui n'est la direction d'aucun de leurs axes; mais il suivra l'axe RS du cristal ABCD, et en émergeant suivant ST, il portera à l'œil placé en T l'image du *premier* système, que ce mince cristal montrerait seul. Que l'on fasse faire maintenant au triple cristal (pl. 4, fig. 12) un mouvement de 180 degrés autour de sa longueur. Il prendra la position horizontale de la fig. 13. Le rayon incident TS suivra l'axe SR, traversera le reste du cristal sans suivre aucun autre axe, et l'œil placé en P verra le système correspondant à l'axe SR. La plaque relevée verticalement recevra le rayon incident NM qui traversera DB sans suivre aucun axe; mais il suivra ensuite les deux axes LK, KI, et l'œil placé en O verra à la fois, et superposés l'un sur l'autre, les deux systèmes d'anneaux correspondans à ces axes.

Tels sont effectivement les phénomènes optiques que j'ai observés sur un échantillon de diopside, avec cette légère différence que les deux systèmes d'anneaux superposés n'étaient pas exactement circompolaires, ce qui indique que les axes de deux des trois cristaux ne sont pas exactement parallèles. M. Babinet, qui avait donné un coup-d'œil sur cet échantillon avant qu'il me fût envoyé, y avait reconnu les trois systèmes d'anneaux, et, par conséquent, la constitution cristallographique de ce cristal remarquable. Pour en compléter l'étude, il n'y a plus qu'à couper une tranche perpendiculaire à la longueur, observer les anneaux correspondans aux trois autres axes et reconnaître, par leurs situations relatives, quelle est la véritable disposition des trois cristaux soudés.

Cette tranche, un peu inclinée vers la glace, montre un système dont on peut à peine reconnaître quelques anneaux. Le pôle seul est bien distinct, ainsi que les deux branches de la barre noire qui y aboutissent. Il est impossible d'assigner le rang de ce système. En relevant un peu la tranche, on voit de nombreux et brillans anneaux presque circulaires; celui du sixième ordre passe par le pôle d'un autre système *de même rang* et dont on ne distingue que quatre anneaux qui disparaissent dès que la pupille n'est plus coupée par une cloison invisible, mais dont on peut très-bien assigner la position et dont la direction est perpendiculaire à la section principale mise dans le plan de polarisation.

Il résulte de ces observations que ce diopside est composé d'un cristal épais hémitrope d'un côté à un mince cristal et *accolé* de l'autre côté à un mince cristal dont les axes ne sont pas exactement parallèles aux siens. Il y a donc en tout trois cristaux, six axes et autant de systèmes d'anneaux visibles.

L'une des nombreuses plaques de borax que j'ai préparées par la méthode de la page 310 m'a montré deux systèmes d'anneaux du même rang, peu distans l'un de l'autre, et dont la ligne des pôles était perpendiculaire au plan de polarisation, tandis que l'axe secondaire de chaque système était parallèle à ce plan.

Deux arragonites provenant de M. Lebaillif, et probablement tirées du même cristal, présentent des phénomènes analogues. On est tenté d'abord de leur donner quatre axes, parce que, pour certaines positions de l'œil et sous diverses incidences, on peut voir à la fois quatre systèmes d'anneaux différens; mais par la direction des lignes noires et par les formes des lemnicastes, on reconnaît bientôt que ces cristaux doivent être considérés comme composés chacun de deux autres réunis par une cloison visible à l'œil nu. Ces arragonites sont négatives.

On observe de semblables phénomènes sur le nitrate de potasse et généralement sur les cristaux qui cristallisent en aiguilles ou en prismes qui s'agglomèrent. Les tranches extraites de prismes séparés ne montrent que deux systèmes d'anneaux liés à un seul axe principal.

Il me reste enfin à examiner le cas d'un cristal dont l'un des axes est naturellement ou artificiellement perpendiculaire aux faces. Les courbes nombreuses qui entourent les pôles paraissent alors circulaires au premier coup-d'œil; mais en les observant avec attention, même à la lumière simple, on reconnaît bientôt qu'elles n'ont point la régularité, la symétrie parfaite des anneaux que montrent les cristaux à un axe. L'influence du second axe s'y fait sentir, surtout si l'angle des axes n'est pas très-grand. Si cet angle était de 90 degrés, l'un des axes étant perpendiculaire et l'autre parallèle aux faces du cristal, l'influence de l'axe parallèle, sur la forme des ovales, s'exercerait symétriquement le long de leurs diamètres dans la section principale, et si les axes relatifs aux diverses couleurs n'étaient pas séparés, il ne serait probablement pas possible de découvrir de différence d'un côté à l'autre du pôle le long de ce diamètre et à la lumière simple ou composée; mais dans les autres cas, avec de l'attention et l'habitude de voir, il est encore possible et parfois assez facile de distinguer de quel côté du pôle observé se trouve le pôle invisible. De ce côté, les arcs de chacun des anneaux du système, vus à la lumière simple ou composée, sont aussi *un peu* plus larges, *un peu* plus séparés. A la lumière blanche, on voit des couleurs *à une plus grande distance* du pôle visible, surtout si en faisant très-peu tourner la plaque dans son plan on déplace un peu aussi la barre noire qui semble masquer ces couleurs.

Du sucre cristallisé, préparé par M. Lebaillif, laisse assez facilement déterminer son signe, d'après ces symptômes, soit à la lumière simple, soit à la lumière composée. Il en est de même des cristaux de sucre candi. Il en est de même aussi des trois topazes incolores que j'ai fait tailler perpendiculairement à l'un des axes, pour cette expérience délicate.

Un petit cristal de bi-chromate de potasse, épais de 1,5 environ, a été aussi usé et poli par M. Lebaillif. Observé sous l'incidence perpendiculaire, à l'aide d'une très-mince et très-bonne tourmaline brune bien transparente, il montre des anneaux dont les premiers sont sensiblement circulaires; mais les plus éloignés prennent une forme un peu allongée dans la direction de l'axe secondaire. Ils sont plus visibles, plus nombreux et un peu moins serrés du côté du pôle au-delà de l'observateur que de l'autre côté, en suivant toujours la direction de la barre noire. Ce serait donc là un *second* système d'anneaux. Pour vérifier cette conséquence, je fais faire au cristal un mouvement de 180 degrés autour de la barre noire comme charnière; observant ainsi par l'autre face, j'ai précisément les mêmes symptômes mais renversés et qui annoncent un *premier* système. D'après ces indications, l'épreuve par la plaque prismatique me dit que le bi-chromate de potasse est positif.

Une plaque de bi-chromate de potasse plus grande, épaisse de 2,5 et tirée d'un cristal par un clivage facile, reproduit, mais d'une manière bien plus prononcée, le phénomène d'hémitropie observé sur le diopside. Sous l'incidence perpendiculaire, je vois deux systèmes d'anneaux, l'un supérieur, l'autre inférieur, ayant une barre noire commune. Pour le système supérieur les anneaux sont *fort serrés*; pour le système inférieur ils sont relativement fort séparés les uns des autres. Celui-ci montre les symptômes d'un *second* système et l'épreuve par la plaque prismatique me donne le signe positif. Les anneaux les plus serrés m'offrent, mais moins bien, les symptômes d'un *premier* système, et l'épreuve donne encore le signe positif.

Ces deux systèmes sont voisins l'un de l'autre et leurs derniers anneaux s'atteignent sans former de lemnicastes, ce qui prouve qu'ils ne sont pas dus aux deux axes différens d'un seul cristal.

Si je fais tourner lentement la plaque dans son plan, les changemens ordinaires à un seul système s'observent sans changer la forme des anneaux, sans rendre visibles les formes particulières que les courbes affectent ordinairement autour du milieu de la ligne des deux pôles, milieu que la barre noire cachait dans sa première position. Enfin, si je renverse la plaque autour du diamètre horizontal, on n'observe rien de nouveau; mais si je lui fais faire 180 degrés autour de la ligne noire comme charnière, c'est-à-dire autour de l'intersection de son plan avec celui de polarisation, les deux systèmes changent de place; le plus serré, qui était supérieur, est devenu inférieur, et réciproquement. Si alors j'ai recours aux symptômes ordinaires, je trouve encore que ces deux systèmes, évidemment indépendans l'un de l'autre, ne dépendant que des circonstances de la cristallisation, sont positifs.

D'après ce que nous avons dit du diopside, cette plaque de bi-chromate de potasse serait accidentellement composée de deux cristaux hémitropes, l'un des deux beaucoup plus mince que l'autre.

Cristaux colorés.

Indépendamment des méthodes ci-dessus pour déterminer le signe d'un cristal à un ou deux axes, on peut dans quelques cas particuliers reconnaître ce signe par un caractère propre aux cristaux dont la limpidité n'est pas parfaite.

Présentez, par exemple, à la lumière polarisée, une mince tourmaline peu colorée, bien transparente, et mettez l'axe dans le plan de polarisation; elle laissera passer en partie cette lumière et en absorbera une autre partie d'autant plus grande que le cristal sera plus épais et plus coloré. Faites-la tourner de 90 degrés dans son plan, elle laissera passer beaucoup plus de lumière. Les effets inverses ont lieu avec un quartz légèrement enfumé. En général, les cristaux colorés $\begin{smallmatrix}\text{positifs}\\ \text{négatifs}\end{smallmatrix}$ laissent passer avec plus d'abondance la lumière polarisée dans un plan $\begin{smallmatrix}\text{parallèle}\\ \text{perpendiculaire}\end{smallmatrix}$ soit à leur axe unique ou principal situé dans les faces, soit au plan des deux axes. C'est la loi de M. **Babinet**. Dans quelques cas particuliers l'expérience très-simple que nous venons de faire suffira, au moyen de la loi ci-dessus, pour faire découvrir le signe d'un cristal quand la direction de l'axe sera connue, et réciproquement; mais quand le cristal est très-peu coloré, il peut y avoir incertitude, et pour la faire disparaître il est bon de vérifier un premier aperçu par quelques autres épreuves. C'est dans ce but que je rapporte avec détails les expériences suivantes.

Prenez un quartz enfumé qui ait ses faces parallèles à l'axe. Si l'on reçoit à travers ses faces la lumière polarisée par une glace noire, son axe étant dans le plan de polarisation, la glace paraît légèrement brune, mais moins brune que le cristal. Quand l'axe est perpendiculaire au plan de polarisation, la glace paraît d'un brun plus foncé. L'axe secondaire de ce quartz étant dans le plan de polarisation se comporte donc à l'égard de la lumière polarisée à peu près comme l'axe unique de la tourmaline et, en conséquence, en substituant ce quartz enfumé à la tourmaline dans les combinaisons de celle-ci avec les quartz limpides obliques ou parallèles et croisés, ou avec les cristaux offrant des anneaux colorés, on doit obtenir les mêmes résultats; mais avec une modification dans la coloration des images, dépendante de la quantité et de la nature de la lumière que ce quartz enfumé absorbe ou laisse passer dans ses diverses positions. Ainsi, avec un spath d'Islande perpendiculaire, il laisse voir les anneaux colorés et la croix noire quand son axe positif est perpendiculaire au plan de polarisation, ou, ce qui revient au même, quand son axe secondaire est dans ce plan. Cet axe secondaire, étant négatif comme l'axe unique de la tourmaline, produit les mêmes effets à l'intensité près. Ainsi, par exemple encore, avec les quartz obliques de M. Savart, disposés pour montrer par une tourmaline une ligne noire entre deux blanches dans le plan de polarisation, l'axe unique de ce quartz étant mis dans ce plan fera voir au contraire une blanche centrale entre deux noires, et à ce caractère on reconnaîtra que cet axe est positif ou de signe contraire à celui de la tourmaline.

Si peu colorés que soient certains cristaux, ils laissent apercevoir plus ou moins bien les bandes de l'appareil Savart, ou les courbes de tout autre appareil équivalent, comme, par exemple, le spath d'Islande perpendiculaire; et si l'axe unique ou le plan des axes du cristal ainsi étudié est parallèle aux faces on pourra en déterminer le signe si la direction de l'axe unique ou principal est connue, ou cette direction si le signe du cristal est connu. En voici des exemples.

Une plaque de spath d'Islande parallèle à l'axe et épaisse de 2,76 n'est pas d'une limpidité aussi parfaite que le cristal de roche ou la topaze incolore; néanmoins en la tournant dans son plan perpendiculaire aux rayons polarisés on ne trouve aucune position pour laquelle la lumière paraisse plus ou moins absorbée; mais sous une incidence très-oblique elle absorbe un peu plus de lumière dans une position que dans l'autre. Mettant son axe dans le plan de polarisation et la combinant avec le spath perpendiculaire ou avec l'appareil Savart, elle donne, dans le premier cas, les anneaux et la croix noire, dans le second, une bande noire centrale entre deux blanches, comme le ferait l'axe unique de la tourmaline. Donc l'axe de cette plaque est négatif comme celui de la tourmaline. Une autre plaque de spath dont l'épaisseur n'est que de 0,4, laisse encore apercevoir la croix noire et les anneaux.

Sous l'incidence perpendiculaire, une plaque de baryte sulfatée parallèle au plan de ses axes et épaisse de 4,61 donne une teinte légèrement jaunâtre à la lumière polarisée, et cette teinte augmente un peu d'intensité quand on augmente l'épaisseur en inclinant le cristal vers la glace noire, en conservant l'axe principal dans le plan de polarisation. Par un mouvement de 90 degrés le cristal donne à la lumière polarisée qui le traverse une teinte gris-bleuâtre. Combiné avec le spath perpendiculaire, il montre la croix blanche quand son axe principal est dans le plan de polarisation ; donc cet axe est positif.

Le diopside étudié aux pages 361, 362... ne montre rien de la croix ni des anneaux quand on observe le spath perpendiculaire à travers sa partie incolore ; toutes les parties de l'image deviennent au contraire visibles quand on observe par la partie verte, à l'un des bouts du cristal ; et comme la section principale est alors perpendiculaire au plan de polarisation, ce cristal est positif. Au reste c'est encore dans cette position qu'il absorbe une plus grande quantité de lumière polarisée par la glace noire.

C'est toujours sous l'incidence perpendiculaire qu'il faut faire ces observations propres à déterminer le signe, car sous des incidences obliques, une simple lame de verre substituée au cristal à étudier polarise la lumière par réfraction et montre la croix $\begin{matrix}\text{noire}\\ \text{blanche}\end{matrix}$ quand on l'incline autour d'une droite $\begin{matrix}\text{perpendiculaire}\\ \text{parallèle}\end{matrix}$ au plan de polarisation.

Ce mode d'observation peut fournir des indications utiles sur la direction de l'axe unique ou principal d'un cristal coloré et taillé à facettes, comme des quartz enfumés, des améthystes .... ou travaillé en cabochon, comme des pierres de lune, des girasols...... ou enfin des cristaux bruts qu'on se propose de faire tailler pour l'étude. Il peut servir à distinguer une pierre fine bi-réfringente d'une imitation en verre coloré. Cependant, pour tous ces cas le procédé renversé est préférable; il consiste, comme nous l'avons déjà vu, à exposer le cristal, soit à la lumière du ciel non polarisée, soit à la lumière d'une chandelle, et à l'observer avec l'appareil complet de M. Savart. Si dans certaines positions il fait paraître des bandes colorées, c'est qu'il est bi-réfringent et son axe unique ou principal est dans un plan parallèle ou perpendiculaire aux bandes, alors que les couleurs de celles-ci sont à leur maximum de vivacité. Enfin la meilleure méthode, celle qu'on peut appliquer aux corps colorés ou limpides, travaillés ou bruts, est la suivante.

L'œil armé de l'appareil complet de M. Savart, observez le corps à la lumière polarisée. Si le spectre n'est pas plus modifié par une position que par une autre, ce corps n'est pas bi-réfringent. Ainsi, par exemple, un cristal jaune doré de zinc sulfuré, laisse voir les bandes qu'il ne modifie pas, de quelque manière qu'on le présente à la glace. Un cristal jaune citron de chaux fluatée, à faces travaillées, se comporte de même; ces corps ne sont donc pas bi-réfringens; mais si l'on trouve une position qui efface ou altère sensiblement l'image, on en trouvera une autre pour laquelle les couleurs seront à leur plus grande vivacité, et alors l'axe unique ou principal du cristal bi-réfrigent est ou parallèle ou perpendiculaire au plan de polarisation.

L'application de cette dernière méthode à des cristaux bruts prouve que la lumière réfléchie par la glace ne se dépolarise pas en traversant les surfaces dépolies; il faut qu'elle pénètre dans le cristal pour qu'elle se partage en deux parties polarisées dans deux plans rectangulaires; il y a seulement perte de la lumière dispersée par le dépoli. Cette perte est moins grande quand la surface d'émergence est brillante, et dans ce cas l'emploi d'une tourmaline peut faire découvrir les anneaux et conséquemment la direction de la section principale, ce qui sert de guide pour effectuer dans le cristal une taille déterminée. — Exemple. D'un coup de marteau je détache d'une topaze blanche brute et roulée un fragment qui met à nu une face de clivage plane et brillante. Avec l'appareil Savart je détermine sur le champ la direction des lignes neutres, et la tourmaline, qui d'ailleurs pouvait être immédiatement employée, me fait voir, sous une incidence convenable, successivement les deux systèmes d'anneaux.

A cette occasion je rapporterai l'expérience suivante, faite par M. Babinet. On dépolit l'une des deux faces perpendiculaires à l'axe d'un spath d'Islande qu'on met ensuite entre deux tourmalines, la face polie tournée du côté de l'œil. A la lumière la plus vive d'un quinquet, même à celle du soleil, on peut observer les anneaux, la surface dépolie tenant lieu d'écran. — On peut répéter cette expérience sur d'autres cristaux à un ou deux axes.

La propriété d'absorber certains rayons dans les cristaux dont nous venons de parler, est remplacée dans d'autres par la propriété de les disperser, ce qui ne change rien aux résultats des expériences que nous venons de faire quand on substitue ces derniers cristaux aux premiers. Par l'expérience suivante on aura sur ce point des détails suffisans.

Je noircis à l'encre l'intérieur d'une boîte de carton, profonde de 20 à 50 millimètres et d'un diamètre plus petit que celui du liége dans lequel est fixé le cristal à étudier. Une mince lame de chaux sulfatée, dont l'axe principal sera mis dans l'azimut de 45 degrés, est appliquée contre un trou de 4 à 8 millimètres fait au fond de la boîte. Vue à travers une tourma- dont l'axe est $\substack{\text{parallèle}\\\text{perpendiculaire}}$ au plan de polarisation, cette mince lame paraît $\substack{\text{verte}\\\text{rouge}}$. Cela posé, je remplace la tourmaline par une pierre de lune épaisse de 2,25 et dont les faces contiennent les axes. Pour une même position de l'axe principal j'ai la même couleur, donc cet axe est négatif comme celui de la tourmaline. Si la couleur eût été opposée j'en aurais conclu l'opposition des signes. Cette pierre de lune (feld-spath) jouit de la propriété de laisser passer les rayons de diverses couleurs polarisés dans un sens, d'absorber quelques rayons et de disperser les rayons polarisés dans l'autre sens. La couleur dispersée paraît autour du trou comme une nébulosité qui affecte ici la forme d'une lentille dont le grand diamètre est parallèle à l'axe principal. Pour d'autres échantillons et d'autres épaisseurs cette forme est moins décidée et la couleur dispersée elle-même n'est pas bien constante, non plus, par conséquent, que la couleur régulièrement transmise, car elles sont toujours complémentaires l'une de l'autre.

La couleur régulièrement transmise et la couleur nuageuse composée de rayons dispersés dans toutes les directions, se mêlent en partie, ce qui compose une certaine quantité de lumière blanche qui fait pâlir les couleurs. Cet inconvénient s'aggrave quand la mince lame s'approche de la pierre de lune; il diminue jusqu'à disparaître, quand au contraire elle s'éloigne. S'il n'existait pas, cette pierre de lune pourrait remplacer la tourmaline dans toutes les observations où l'on est intéressé à voir des couleurs plus pures que celles mêlées avec la couleur propre de la tourmaline, et elle aurait sur l'analyseur l'avantage d'un champ plus vaste et d'une lumière plus vive.

Il est d'autres cristaux, comme certaines plaques d'agate peu colorées, de cornalines blanches, d'arragonites..... qui jouissent des propriétés décrites sur la pierre de lune, mais qui ne peuvent pas plus qu'elle remplacer la tourmaline ou l'analyseur dans les expériences où l'on a des courbes colorées et non des couleurs uniformes à observer. Les meilleurs de ces appareils ne donnent pas la tache noire sur la glace polarisante; la croix noire du spath est diffuse, peu intense et mal terminée; la lumière blanche en excès lave les couleurs, les fait pâlir et éteint les plus tendres. Ce magnifique bleu d'azur que montre le carbonate de plomb dont j'ai parlé disparaît presqu'en totalité par cette cause.

De tous les appareils de ce genre, celui que je vais décrire n'est pas exempt de ces défauts, néanmoins il a sur tous les autres une supériorité décidée. J'en dois la connaissance et l'explication à M. Babinet.

Dans un cristal bien pur d'arragonite on taille un parallèlipipède, on le divise en deux petits prismes triangulaires égaux que l'on colle par les mêmes faces *bien dressées, mais gardant leur dépoli.* L'arragonite étant négative, la réfraction extraordinaire est la plus faible; elle diffère beaucoup de la réfraction ordinaire et très-peu de celle de la térébenthine qui réunit les deux prismes. Ce mastic rétablit donc en quelque sorte, pour le rayon extraordinaire, la continuité du cristal. C'est comme si les faces étaient polies et confondues; le rayon extraordinaire passera donc tout entier; mais ces mêmes faces restent dépolies pour le rayon ordinaire dont la réfraction est très-différente de celle de la térébenthine; il sera donc dispersé par les inégalités des surfaces dépolies. Par conséquent on n'aura qu'une seule image distincte, point de couleurs étrangères, beaucoup de lumière et un champ vaste. C'est à M. Brewster que l'on doit cet instrument d'analyse.

Lorsqu'une image peut sans inconvéniens être observée d'un peu loin, ce qui arrive quand elle est d'une couleur uniforme, par exemple, le double prisme d'arragonite l'emporte sur les meilleures tourmalines, et même sur l'analyseur quant à la vivacité des couleurs. C'est ce que va prouver l'expérience suivante.

Entre les épingles du liége troué mobile autour d'une forte aiguille horisontale, déposez une plaque de quartz perpendiculaire à l'axe et épaisse de cinq millimètres. Par-dessus mettez une tourmaline et faites tourner l'ensemble jusqu'à ce que le milieu de la tache centrale soit couvert par le petit fragment de glace lui-même au centre de la tache noire, que la tourmaline seule montrerait. Le rayon polarisé ayant ainsi la direction de l'axe du quartz, ôtez la tourmaline et observez le cristal avec un prisme de spath d'Islande achromatisé; observez d'assez loin et dans une direction convenable pour que l'image ordinaire et l'image extraordinaire soient presqu'entièrement séparées, et que le miroir soit vu à leur centre. Dans les portions superposées des deux images la couleur est blanche parce que les couleurs séparées et uniformes sont complémentaires l'une de l'autre. Faites alors tourner le prisme très lentement jusqu'à 180°, vous verrez les plus belles, les plus brillantes couleurs se succéder dans un ordre déterminé pour chaque image. Maintenant remplacez le prisme par l'analyseur; vous ne verrez plus que l'image extraordinaire et ses couleurs successives, qui seront encore très-pures, mais un peu moins vives à cause d'un peu de lumière perdue. Vues à travers une tourmaline, elles deviennent sombres et s'altèrent pour la plupart; mais elles reprennent leur premier éclat, leur première pureté si vous les observez *de loin* à travers le double prisme d'arragonite.

Bandes parallèles.

Les faces d'une plaque de quartz épaisse de deux millimètres sont perpendiculaires à un plan passant par l'axe du cristal et inclinées de 60 degrés sur cet axe. Je divise cette plaque en deux autres que je superpose en tenant parallèles les lignes de séparation. En cet état, les axes des deux plaques sont confondus. Je fais faire à l'une des deux un mouvement de 180 degrés dans son plan; alors les axes ne sont plus confondus; ils font entre eux un angle de 60 degrés et je dirai qu'ils sont *ren-*

versés. L'ensemble des deux cristaux ainsi combinés a quelque analogie avec un cristal à deux axes faisant entre eux un angle de 60 degrés, ou moins inexactement, avec un cristal hémitrope. Quand le plan de ces deux axes est maintenu dans celui de polarisation et qu'on incline un peu l'ensemble, on voit successivement les deux systèmes d'anneaux que montreraient séparément les deux plaques. Au contraire, en inclinant l'ensemble sur le plan de polarisation, on voit de chaque côté un système de *bandes parallèles colorées* dont le milieu est occupé par une ligne noire entre deux blanches. Par un mouvement de 90 degrés on amène les bandes noires centrales dans le plan de polarisation, et dans cette dernière position il faut incliner le système jusqu'à le rendre horziontal ou vertical pour voir les parties des bandes où les couleurs sont plus vives. Inclinez alors les deux quartz l'un sur l'autre, autour d'une perpendiculaire aux rayons réfléchis par la glace, et dans le sens propre à diminuer l'angle que font entre-eux les deux axes. Les centres des deux systèmes d'anneaux se rapprocheront; les parties des bandes plus vivement colorées se rapprocheront de la ligne des centres, en un mot vous aurez un ensemble équivalent à celui de deux quartz superposés face contre face, mais dont l'inclinaison sur l'axe serait moindre que 60 degrés. Au contraire si l'on inclinait les deux quartz autour d'une ligne placée de l'autre côté du plan de polarisation, on aurait un ensemble équivalent à celui de deux quartz superposés face contre face, mais dont l'inclinaison sur l'axe serait plus grande que 60 degrés; les centres des deux systèmes d'anneaux s'éloigneraient, et les parties vives des bandes s'éloigneraient de la ligne des centres. Tout cela se vérifie en effet avec des couples de quartz taillés sous des angles divers. Si donc l'on combinait de cette manière un couple de quartz dont les faces seraient parallèles aux axes, les centres des deux systèmes d'anneaux seraient infiniment éloignés, ainsi que les parties brillantes des bandes parallèles;

c'est-à-dire qu'on n'observerait pas de couleurs ; résultat conforme à l'expérience faite à la lumière composée.

Mais au lieu d'un couple de quartz obliques ou parallèles, prenons un couple de quartz perpendiculaires et d'une épaisseur de 3 à 4 millimètres. Par la superposition de ces plaques, les axes sont confondus. Pour les séparer et faire rentrer ce cas dans l'un des précédens, il suffit d'incliner les plaques l'une sur l'autre autour d'une ligne parallèle au plan de polarisation et perpendiculaire à la direction des rayons réfléchis. Supposons l'angle de 45 degrés, celui des deux axes sera de 105 degrés dans l'angle aigu des plaques ; mais de 45 degrés seulement dans l'angle obtus. On a ainsi des bandes parallèles très-nettes et très-vives. L'angle des plaques devenant de plus en plus grand, les centres des anneaux s'éloignent de plus en plus, ainsi que les parties vives des bandes, qui, à la fin, disparaissent tout-à-fait.

Les bandes se serrent de plus en plus quand les plaques perpendiculaires deviennent plus épaisses et leur angle peut alors diminuer. Avec des quartz de 8 millimètres d'épaisseur, par exemple, on voit s'opérer la formation des bandes à mesure que l'angle augmente, depuis zéro jusqu'à 30 degrés environ.

Quand on combine ainsi deux quartz perpendiculaires ayant des épaisseurs différentes, par exemple de 4 et 30 millimètres, les bandes parallèles se transforment en anneaux doubles qui enveloppent les anneaux simples du quartz le plus épais et auxquels ils sont excentriques. La bande noire passe par le point où la ligne des centres des deux systèmes d'anneaux simples paraît divisée en deux parties inversement proportionnelles aux diamètres des anneaux du même ordre. Deux spaths d'Islande perpendiculaires présentent le même résultat. On observera avec intérêt les effets des combinaisons faites avec des cristaux de signes différens et d'épaisseurs variées.

En combinant de même un quartz oblique avec un quartz perpendiculaire on saura les incliner l'un sur l'autre de manière à faire naître à volonté des anneaux doubles ou des bandes parallèles.

On peut obtenir aussi, et dans certains cas, des bandes parallèles avec des cristaux à deux axes. J'en citerai un exemple. Une topaze jaune a ses faces perpendiculaires au plan des axes, mais inclinées sur l'axe principal, de manière qu'on ne peut voir qu'environ la moitié de l'un des deux systèmes d'ovales. On l'a sciée en deux parties, épaisses chacune de un millimètre et demi. Renversant les axes et opérant avec ces plaques comme avec deux quartz obliques, on a les mêmes phénomènes.

Au lieu de *renverser* les axes, soit de ces topazes, soit des quartz obliques, si l'on se borne à les *croiser*, selon l'expression reçue, on a des bandes hyperboliques; mais les parties vivement colorées s'observent alors sous l'incidence perpendiculaire. C'est l'appareil de M. Savart.

Reprenons un couple de quartz obliques à axes *renversés* et mettons les sections principales à 45 degrés du plan de polarisation. La branche noire disparaît et fait place aux prolongemens des bandes parallèles vues dans un azimut de 45 degrés. Ces bandes sont fort ternes, et, sous l'incidence perpendiculaire, elles sont invisibles au milieu de l'image (*). Entre les plaques on place soit des quartz ou des spaths d'Islande perpendiculaires, soit des cristaux dont le plan des deux axes se confond avec le plan de polarisation; soit enfin des cristaux à

(*) Pour découvrir la cause de l'absence des couleurs au milieu de l'image et de leur faiblesse dans les franges visibles, on examinera les couples à la lampe entre deux tourmalines croisées et en mettant les sections principales des quartz dans les azimuts de 45 degrés. Il serait trop long de décrire ici l'image curieusement compliquée qu'on observe ainsi, et encore plus de décrire celles qui lui succèdent quand on fait tourner lentement la tourmaline objective ou l'oculaire.

un ou deux axes parallèles aux faces. En variant les épaisseurs et les inclinaisons des axes des quartz, ainsi que les épaisseurs des cristaux interposés, on obtient des images compliquées très-intéressantes à observer, mais dont la description serait superflue. Pour beaucoup de ces combinaisons, les bandes parallèles invisibles au milieu de l'image et ternes dans le reste, deviennent brillantes au milieu, et elles sont accompagnées de divers systèmes d'anneaux doubles. Je rapporterai seulement, et avec brièveté, un petit nombre d'observations faites avec un couple de quartz obliques, épais de 5 millimètres et inclinés de 40° sur l'axe.

1.° Quartz perpendiculaire épais de 30 millimètres. — Belles bandes parallèles, et de chaque côté un système d'anneaux doubles. — Bandes hyperboliques, plus vives dans le plan de polarisation et accompagnées de deux magnifiques systèmes d'anneaux, quand les axes des deux quartz sont *croisés* et non *renversés*.

2.° Quartz perpendiculaire moins épais. — Bandes parallèles visibles. On voit des arcs d'anneaux doubles d'un grand diamètre. Quand le quartz perpendiculaire n'a plus qu'un millimètre d'épaisseur, on ne voit des fragmens d'arcs doubles qu'en inclinant fortement le système des trois cristaux combinés.

3.° Quartz parallèle épais. — Bandes parallèles brillantes, deux systèmes d'anneaux doubles à *très-grands* diamètres.

4.°	Baryte sulfatée,	parallèles épais de	4,6	—Belles bandes parallèles.
	Béril,		3,5	
	Girasol,		5,1	

5.° Béril parallèle, épais de 1,15. — Belles bandes parallèles et arcs doubles d'un si grand diamètre qu'on croit voir trois systèmes séparés de bandes parallèles.

6.° Topaze incolore parallèle au plan des axes et épaisse de un millimètre. — Même résultat que le précédent.

7.° Topaze incolore perpendiculaire à l'axe principal et épaisse de 4 millimètres. — Même résultat qu'avec le quartz épais et parallèle, ou un mica épais.

8.° Spath d'Islande parallèle à son axe et épais de 2,75. — Belles bandes parallèles seules.

9.° Spath d'Islande perpendiculaire, épais de 2,82. — Il faut incliner l'ensemble des trois cristaux pour voir les bandes parallèles. Sans l'incliner, on voit deux systèmes d'anneaux doubles dont la ligne blanche des centres est perpendiculaire à la direction des bandes. Au milieu du spectre on voit une croix blanche et des cercles blancs.....

Une topaze perpendiculaire à son axe principal est épaisse de 5,25. Je la combine avec un quartz perpendiculaire à son axe et épais de 30 millimètres. Le plan des axes de la topaze transporte loin du centre les arcs qu'il traverse. Le diamètre des arcs transportés augmente à mesure que le quartz diminue d'épaisseur. Avec un quartz de 5 millimètres la courbure des arcs est renversée. Il y a donc une épaisseur à donner au quartz telle que les arcs transportés, se trouvant sur le passage de la courbure concave à la courbure convexe, prendront une direction rectiligne; au moins y a-t-il une semblable limite pour un arc donné du système. J'obtiens d'une manière satisfaisante des bandes parallèles avec un quartz épais de 11 millimètres. D'autres combinaisons conduisent au même résultat.

On peut encore obtenir des bandes parallèles par la méthode suivante, qui m'a été indiquée par M. Babinet. Dans l'azimut de 45 degrés mettez l'axe d'une plaque prismatique de quartz; vous verrez vers l'arête, ou sommet de l'angle dièdre réfringent, d'autant plus de bandes parallèles que cette arête sera plus mince ou l'angle plus petit. Elles sont très-nombreuses à la lampe monochromatique et sans tourmalines. Croisez l'axe de cette plaque prismatique avec l'axe unique ou principal d'un cristal quelconque ayant ses axes dans le plan des faces; si ce cristal est d'une épaisseur convenable, vous verrez de magnifiques bandes colorées parallèles. Il convient ici de tenir le prisme éloigné de l'œil.

Ces bandes s'observent également bien, et peut-être mieux, avec une plaque prismatique dont l'axe est parallèle à la plus mince arète. C'est ainsi que M. Babinet obtient des bandes parallèles, que dans certaines expériences il substitue à celles que donne l'appareil de M. Savart.

Enfin, j'obtiens les plus belles bandes parallèles en croisant les axes de deux plaques prismatiques de même angle. Le mince bord de l'une est parallèle à l'axe, il est perpendiculaire pour l'autre plaque, et je pose le bord épais de l'une sur le bord mince de l'autre.

GÉOLOGIE.

DISCOURS

SUR LES PROGRÈS DE LA GÉOLOGIE,

Prononcé par M. Marcel DE SERRES, *le* 12 *avril* 1832, *à l'ouverture du Cours de Minéralogie et de Géologie de la Faculté des Sciences de Montpellier.*

Messieurs,

Dans le discours qui a précédé l'ouverture du cours de l'année dernière, j'ai appelé votre attention sur la direction récemment imprimée aux sciences, direction toute nouvelle qui leur a fait prendre un grand et si rapide essor. Un aussi beau sujet ne peut plus être la matière du discours de cette année. Un noble devoir m'en empêche, car je dois enfin fixer votre attention sur l'une des sciences auxquelles ce cours est consacré; science dont le nom est encore si nouveau que la plupart de ceux qui m'écoutent n'en connaissent peut-être pas encore le but ni l'objet.

Long-temps, Messieurs, la science qui s'occupe des corps inorganiques, ou de ceux privés de cette faculté incompréhensible nommée la vie, a uniquement étudié ces corps en eux-mêmes, et sans que l'on se doutât que leur position relative pourrait nous éclairer sur le mode de formation de la terre que nous habitons. Cependant dès les premiers siècles de l'histoire, et peut-être avant la naissance de l'histoire elle-même, les premiers peuples, en promenant leurs regards sur les astres nombreux qui composent l'univers, s'étaient fait des idées assez justes sur le système du monde. La science de l'univers ou l'astronomie, la plus ancienne et la plus avancée de nos connaissances positives, a de beaucoup précédé celle qui s'occupe d'objets plus à notre portée et plus directement liés à nos besoins les plus indispensables. L'histoire des corps qui composent notre globe semblait cependant devoir attirer de meilleure heure et notre intérêt et notre attention. Mais comment les premiers peuples, qui furent tous des peuples pasteurs, auraient-ils pu rester insensibles au spectacle de l'univers. Leur première occupation fut donc de chercher à reconnaître les causes qui en entretenaient l'ordre et l'harmonie. Il ne leur fallut que s'élancer dans l'immensité des cieux pour créer la science de l'univers, tandis qu'ils auraient dû descendre dans la profondeur de la terre, et en pénétrer les entrailles pour se faire une idée des lois qui avaient présidé à sa formation, et qui l'avaient peu à peu amenée à l'état de stabilité où elle était parvenue.

Ne soyons donc pas surpris que l'astronomie ait été la première des sciences que les hommes aient connue, et que la géologie ou la science de l'histoire de la terre soit la plus récente de nos connaissances. Mais le charme et l'intérêt que cette étude nous inspire sont tels, que si naguère encore son nom était inconnu, même à plusieurs savans, de toute parts elle est cultivée aujourd'hui avec une ardeur sans exemple. En effet, les prosélytes de la géologie s'étendent déjà depuis l'extrémité de l'Asie jusqu'à la Nouvelle-Hollande, et depuis les confins de l'Europe jusqu'au fond des forêts de l'Amérique. Heureux effets de la civilisation, comme des progrès toujours croissans des lumières, les connaissances qui agrandissent le domaine de la pensée, et dont le but est réellement utile, attirent promptement les regards et deviennent bientôt populaires, d'inconnues qu'elles étaient auparavant.

Tel a été le sort de la géologie ou pour mieux dire de la géognosie, science toute positive que l'on peut considérer comme l'histoire de la structure de la terre, dont la géologie n'est que le système.

Cette dernière science, en cherchant à remonter jusqu'aux causes qui ont concouru à la formation de notre globe, ne peut par cela même se passer de la géognosie qui, étudiant le mode de structure et les diverses formations dont l'écorce de la terre est composée, lui fournit les faits propres à embrasser l'ensemble des phénomènes naturels et à en saisir les rapports. La géologie est donc une science de raisonnemens et d'applications, tandis que la géognosie, dont elle reçoit toutes les lumières, est une science toute de faits et tout aussi positive que le sont les autres branches des sciences naturelles, c'est-à-dire, la minéralogie, la botanique, la zoologie et même certaines branches de la physique.

Aussi peut-on dire avec fondement que les idées scientifiques d'un siècle sont concentrées en quelque sorte dans le système géologique généralement adopté. En effet, quoique la géologie, que l'on confond souvent et à tort avec la géognosie, soit une science toute spéculative, puisqu'elle cherche à démêler les causes sous l'influence desquelles se sont opérés les changemens que la terre a subies depuis l'origine du monde jusqu'aux temps présens, elle n'en emprunte pas moins ses principales idées aux diverses connaissances humaines. Sous ce rapport, les systèmes géologiques coïncident presque toujours avec les idées du siècle où ils ont été inventés.

La géognosie, science toute de faits et d'observations, a un but bien différent. Elle ne se propose point d'inventer des systèmes ni de remonter à l'origine des choses; mais uniquement de reconnaître quelle est la structure de l'écorce du globe et l'ordre de superposition des divers matériaux qui composent cette même écorce. Cet ordre de superposition une fois reconnu, elle détermine, d'après la nature et l'espèce des corps organisés que les couches terrestres renferment, quel a été le mode de formation de ces couches et quel est leur âge relatif.

Pour parvenir à ce but, la géognosie appelle à son aide la plupart des sciences physiques et surtout des sciences naturelles. Ainsi à l'aide de l'astronomie, elle cherche à démêler les diverses causes des changemens que notre planète a éprouvés. La géographie lui fournit également des idées utiles sur la configuration, les limites des divers continens, ainsi que sur celles des îles qui s'y rattachent. Cette science lui donne encore les moyens de fixer l'étendue et la position des mers, tant intérieures qu'extérieures, et cela à différentes époques, comme de tracer d'une manière exacte la direction des grandes chaînes et des pics élevés qui les couronnent et les dominent. Par la minéralogie elle détermine la nature des matériaux qui forment la croûte du globe, matériaux que la chimie lui fait encore mieux connaître à l'aide de ses procédés analytiques. La zoologie, la botanique et même l'anatomie lui donnent les moyens de comparer les espèces organiques ensevelies dans les entrailles de la terre, à celles qui ont survécu à toutes les révolutions du globe, et dont les races se sont perpétuées jusqu'à nous.

La géognosie se trouve donc liée aux autres branches des sciences physiques, et par cela même l'on peut, par ses progrès, juger d'une manière assez certaine du point auquel ces sciences sont arrivées à une époque quelconque, puisque la géognosie s'appuie sur les faits qui lui sont fournis par nos autres connaissances. Aussi ne pourrait-on pas présenter aujourd'hui et encore moins faire adopter un système géologique qui ne concorderait pas avec les faits découverts par les autres sciences physiques ou naturelles, ou qui ne se trouverait pas d'accord avec l'ensemble de nos autres connaissances.

Mais pour vous donner, Messieurs, une juste idée de l'état actuel de la géognosie et des applications de cette science à des objets positifs, il est essentiel de vous exposer, tout au moins d'une manière sommaire, les principales conséquences auxquelles cette branche de nos connaissances nous a conduit.

La terre, comme la plupart des corps planétaires, paraît être un globe en partie refroidi, qui a perdu, du moins vers sa surface, la plus grande partie de la chaleur qu'il possédait dans le principe de sa formation. Comme le centre de la terre possède encore une température très-élevée, reste de la température primitive du globe, les climats terrestres sont, jusqu'à un certain point, modifiés par cette chaleur intérieure, mais ces modifications, quoique réelles, sont à peu près insensibles et nulles à la surface, le calorique se propageant très-difficilement à travers les couches solides. La terre ne reçoit donc plus vers sa surface d'autre chaleur que celle qui lui est envoyée par le soleil et celle qui lui est fournie par l'irradiation des astres nombreux dont l'univers est composé.

La géognosie ayant reconnu que la terre, globe à demi vitrifié, avait eu une température très-élevée, s'est également assurée par des faits multipliés et bien constatés que cette température avait été assez grande pour liquéfier les matériaux aujourd'hui solides qui composent la croûte du globe. Les matières les plus fixes et celles qui résistent le plus à la chaleur, l'or, le platine et le fer, ont donc été jadis liquides comme les couches plus fusibles dans le centre desquelles ces métaux se trouvent logés. Il paraît même que, par suite de cette liquidité ignée que les matériaux terrestres ont éprouvée, leur arrangement a suivi en grande partie l'ordre de leur densité comme celui de leur fixité.

Ainsi dans l'état primitif et liquide du globe terrestre, les matières les plus pesantes se sont rapprochées du centre et cette condition a singulièrement déterminé la stabilité des mers. Nous en avons une preuve évidente dans la nature des matériaux arrachés par les volcans aux profondeurs de la terre, matériaux qui sont tous plus fixes et plus pesans que ceux qui composent la croûte la plus superficielle de notre planète. En outre le globe terrestre ayant une densité moyenne que l'on évalue au moins au double de la densité des couches de sa surface, nécessairement les matériaux du centre sont plus pesans que ceux de la croûte extérieure. Ce fait de la liquidité ignée et primitive des couches solides se vérifie aussi bien par les grands phénomènes que nous présente le globe terrestre que par les faits de détails ; et ici l'on n'est en quelque sorte embarrassé que sur le choix des faits qui démontrent l'énorme chaleur qu'ont éprouvée les matériaux aujourd'hui solides qui composent l'écorce de notre planète. La croûte de la terre ayant été dans le principe de sa formation complètement liquéfiée, les matériaux qui la composent ont dû se solidifier d'abord vers sa surface, en sorte que les matériaux aujourd'hui solides sont d'autant plus anciens qu'ils en sont plus rapprochés. Les couches les plus superficielles des terrains liquéfiés sont par conséquent les plus anciennes, comme les plus profondes doivent être les plus récentes, puisque leur solidification a marché de l'extérieur à l'intérieur. Cette solidification est loin d'être parvenue à son dernier terme : elle continue au contraire sans cesse, mais avec une lenteur d'autant plus grande que l'excès de la chaleur propre de la terre se transmet difficilement à travers les masses déjà solidifiées, et dont l'épaisseur, quoique bien faible relativement au diamètre terrestre, est cependant considérable relativement à chaque point de ces couches considéré isolément.

La terre possède donc une chaleur propre et intérieure ; et cette supposition d'un feu central admise par les hautes prévisions du génie n'est point une de ces hypothèses gratuites, plutôt le fruit d'une imagination brillante que l'expression de la vérité.

Gloire soit rendue à l'immortel auteur des époques de la nature qui a vu si juste et de si haut. Buffon a deviné l'un des secrets les plus importans de la création, comme Newton la grande loi qui préside à l'ordre et à l'harmonie de l'univers.

La vérité lui a apparu comme en songe, et ce que ce beau génie a avancé sans preuves a été, par la force des choses, reconnu comme un fait certain, démontré par les expériences les plus nombreuses et les plus variées. Partout et dans quelque lieu que ce soit, pourvu que l'on s'enfonce dans les entrailles de la terre, la température intérieure, au lieu de diminuer, va croissant, et à tel point que la loi de cet accroissement n'est pas moindre de 40 mètres; en sorte qu'à la faible profondeur de 2,500 mètres, c'est-à-dire à environ une demi-lieue de la surface, les couches intérieures ont déjà la température de l'eau bouillante.

Par suite de cette excessive chaleur qui maintient liquides les matières centrales, la croûte extérieure de la terre est si peu épaisse que sa solidification ne s'étend probablement pas au-delà de 25 ou 30 lieues à partir de sa surface.

Cette faible épaisseur de la croûte du globe, qui se lie à la haute température de l'intérieur de la terre, nous permet de concevoir facilement et même d'expliquer les grands effets qui se produisent encore à la surface de notre planète, et qui sont pour nous de continuels sujets d'étonnement. Les volcans, dont les phénomènes ont quelque chose de merveilleux et de si terrible, ne sont en dernier résultat aux yeux du naturaliste qui les juge et les comprend que de purs effets thermométriques. La constance de la chaleur des eaux thermales n'est également pour lui qu'une preuve nouvelle de la lenteur avec laquelle s'opère le refroidissement du globe. Il n'est pas jusqu'aux tremblemens de terre, sortes de convulsions intérieures aussi effrayantes par leurs désastres qu'étonnantes par la rapidité de leur marche, qui n'annoncent la haute température de notre planète et qui ne nous apprennent à quel point les couches qui la composent sont flexibles et inégales dans leurs divers degrés d'épaisseur.

Par suite de cette chaleur que possèdent ou que reçoivent les différentes couches dont la terre est composée, tout est sur le globe dans un mouvement continuel. En considérant cette agitation permanente de la matière et particulièrement celle qui existe entre les divers matériaux dont notre globe est formé, plusieurs philosophes modernes ont tenté de comparer la terre à un être animé, à un corps vivant; mais ces comparaisons ne peuvent plus aujourd'hui nous paraître fondées, car à la hauteur à laquelle les sciences sont parvenues, il ne peut plus être question pour elles et de chimères et d'illusions.

Si l'atmosphère est continuellement agitée de mouvemens divers dont plusieurs ont une certaine constance à raison du cours que suit notre terre, une grande cause les produit et les maintient. Si les mers, cette autre partie fluide du globe, ne sont pas plus en repos, et si comme l'atmosphère elles ont aussi leurs marées, elles le doivent en partie à l'inégale chaleur dont leurs couches ressentent les effets. Mais ces marées agitent également la masse centrale, qui, comme la plus grande partie des couches extérieures, est maintenue à l'état liquide par l'excessive chaleur qu'elle éprouve. Ces marées intérieures, ou cette agitation dans laquelle se trouve la masse liquide dans le centre de la terre, sont du reste rendues sensibles par les irrégularités des effets magnétiques, ainsi que par l'intermittence des phénomènes qui accompagnent ou qui produisent les éruptions volcaniques.

Tels sont, Messieurs, les principaux phénomènes qui n'ont jamais cessé de se produire sur notre globe et qui semblent un résultat nécessaire de son mode de formation, ainsi que de la chaleur qu'il possède encore, chaleur qui est une faible partie de celle qu'il a eue dans le principe de sa formation; car, quelle température élevée devait avoir notre globe, puisque la moins grande partie des masses solides qui composent nos montagnes, et les chaînes les plus étendues comme les plus élevées, a été liquéfiée par elle! Il existe bien d'autres matériaux, et ce sont les plus superficiels et les moins épais, qui ont été produits d'une tout autre manière. Ceux-ci tenus non en dissolution dans le calorique, mais bien en suspension dans un liquide aqueux, se composent de dépôts successifs séparés par des tranches ou des couches qui indiquent que leur précipitation, bien différente de celle des terrains non stratifiés et liquéfiés, n'a pas eu lieu d'une manière instantanée. Ces derniers, jamais cristallisés, à texture terreuse plus ou moins compacte, sont faciles à distinguer des premiers, non seulement par leur structure, mais encore par leur position. Constamment superficiels, on les voit toujours recouvrir les terrains liquéfiés, et en être d'autant plus rapprochés qu'ils sont plus anciens. Ainsi, contrairement aux terrains en masse, ces terrains stratifiés sont d'une ancienneté d'autant plus grande qu'ils se montrent plus profondément ensevelis. Leur position fixe en effet assez bien leur âge, ou, ce qui revient au même, permet de déterminer l'époque relative à laquelle ils ont été déposés.

Ces terrains, tenus en suspension dans un liquide et qui composent la pellicule la plus superficielle et la plus incomplète de l'écorce du globe, n'ont du reste commencé à se produire qu'à l'époque où la terre a pu recevoir quelques habitans. D'abord en petit nombre et d'une organisation peu compliquée, les premiers êtres ont été fort peu répandus; ils n'ont même commencé à se multiplier d'une manière sensible que lorsque, la température du globe considérablement abaissée, ils ont pu remplir leurs conditions d'existence. L'apparition des êtres vivans coïncide donc avec la formation ou la précipitation des matériaux de sédiment, et de là le nom de terrains *zootiques* qui leur a été donné, afin de les distinguer de ceux liquéfiés et privés de débris de la vie qui avaient été désignés sous la dénomination de terrains *azootiques*.

Les terrains de sédiment présentent ainsi un intérêt nouveau, puisqu'ils nous apprennent de quelle manière la terre a été successivement habitée, et quelle est l'époque où les êtres vivans ont pu s'y établir. C'est ici qu'à l'aide d'observations aussi rigoureuses que multipliées, la géognosie a pu parvenir à reconnaître quelques faits généraux qui nous annoncent qu'à toutes les époques et dans tous les lieux, la nature a agi par des lois aussi simples qu'universelles.

Elle s'est d'abord assurée, par l'examen des fossiles ou des êtres dont les couches de la terre nous ont conservé les restes, que la corrélation des formes avait été dans tous les temps la condition la plus nécessaire et la plus indispensable à la durée et à l'existence des corps vivans.

En effet, chacun des êtres qui existe a une condition à remplir, et pour y satisfaire, il est de toute nécessité que son organisation soit conforme au but pour lequel il a été créé. Cette corrélation des formes, liée au but que l'être vivant doit remplir, a fait également reconnaître des plans principaux dans la structure des êtres organisés, ou un certain nombre de types ou de formes génératrices dans l'organisation. Ce principe une fois trouvé, principe dont on n'aurait peut être pas pu, sans les fossiles, constater la réalité, les applications ont été aussi fécondes qu'étonnantes. A l'aide de quelques parties isolées d'un être tout-à-fait inconnu dans la nature vivante, cet être a été reproduit comme s'il s'était offert à nos regards; et cette imitation, due au génie de l'homme, s'est trouvée conforme au modèle, lorsque par un bonheur dont la science s'est énorgueillie, l'animal que l'on avait reconstruit s'est reproduit tel que l'homme se l'était représenté. De même le dessinateur habile que l'amour des arts amène dans ces régions où ont été élevés les plus grands et les plus beaux monumens des arts, nous les reproduit, non tels que le temps nous les a transmis, mais tels qu'ils étaient dans leur première splendeur; et par cet heureux stratagème nous jugeons à-la-fois des effets du temps et de l'étonnante perfection à laquelle les anciens avaient porté les arts d'imagination. Ainsi sans la géognosie et ses heureuses applications, nous n'aurions jamais su que les êtres vivans n'avaient pas été produits d'un seul jet, et que leur création avait eu lieu d'une manière successive et dans un ordre progressif, relativement à la complication de leur organisation. Elle seule a proclamé cette grande loi de la nature, que les êtres les plus simples ont été créés les premiers et les plus compliqués les derniers, et que la vie a marché sur la terre du simple au composé.

Le principe de la coordination des formes ou de la nécessité de leurs relations a donc été un principe fécond, et il doit être vrai puisqu'il nous a fait pressentir tant de faits nouveaux. Remarquez en effet, Messieurs, que les théories vraies font seules découvrir des faits nouveaux; seules elles permettent de concevoir et de saisir les rapports de ceux qui ont déjà été reconnus et observés. C'est même là un moyen certain de reconnaître si les théories sont fondées, et si elles sont l'expression générale des faits, car les théories fausses n'ont jamais permis de rien deviner *à priori*.

Newton n'eût certainement pas admis que l'eau renfermait un principe éminemment combustible et que le diamant était le corps le plus inflammable de la nature, s'il ne s'était assuré par avance qu'il existait un rapport évident entre la puissance réfractive des corps et leur combustibilité. Haüy n'aurait pas également pressenti qu'il existait un principe particulier dans l'émeraude, la célestine et le schorl rouge, s'il n'avait antérieurement reconnu qu'il y avait un rapport constant entre la nature chimique des corps et leur forme cristalline.

La science, en proclamant la nécessité des relations des formes et la possibilité de reconstruire certains êtres vivans à l'aide de quelques-unes de leurs parties, a saisi toutes les conséquences de ce grand principe. Ainsi elle a démontré que les êtres vivans n'avoient pas été conformés de la même manière à tous les âges du globe. Les plus étranges, les plus disparates comme les plus gigantesques, lui ont paru constamment restreints aux plus anciennes couches de sédiment, tandis que les espèces dont la structure et l'organisation commencent à se rapprocher de celles de nos races actuelles, sont bornées aux couches les plus récentes des terrains sédimentaires, tout comme celles qui ne diffèrent pas de nos espèces vivantes aux dépôts les plus épars et les plus superficiels; poursuivant ce même genre de recherches, elle a enfin reconnu que parmi les êtres dont les entrailles de la terre nous ont conservé les traces, ceux qui différaient le plus de nos races vivantes exigeaient, d'après leur organisation, une température très-élevée et que presque tous avaient dû vivre dans de grandes masses d'eau et par conséquent dans le sein des mers, ou dans des îles brûlantes de peu d'étendue.

En effet, portons-nous nos *regards* sur les *premiers végétaux* qui ont vécu sur le globe, nous trouvons qu'ils se rapportent tous à des espèces non-seulement de l'organisation la plus simple, mais encore à des *plantes* qui vivaient dans le bassin des mers. Les couches les plus anciennes ne nous montrent que des conferves, des fucus ou des algues dont la structure est en tout semblable à des genres qui ne vivent aujourd'hui que dans des eaux salées. D'autres végétaux leur succèdent, et ceux-ci se rapportent presque uniquement à des *monocotylédons*, c'est-à-dire à des fougères, des prêles et des roseaux, dont les analogues habitent constamment des îles ou des continens entourés de grandes masses d'eau et jouissant de la température la plus élevée. Ce n'est enfin que dans les couches les plus *superficielles* et les *plus récentes*, que l'on découvre des dicotylédons dont l'organisation est beaucoup plus compliquée, se rapportant d'abord à des espèces totalement différentes des nôtres, et puis à d'autres végétaux qui semblent peu éloignés de ceux qui font partie de notre végétation actuelle.

De même les animaux terrestres étaient fort rares à l'époque de la précipitation des premiers terrains de sédiment; en effet, ces terrains en offrent à peine quelques traces. Les animaux aquatiques composent à peu près à eux seuls la population de cette époque; en sorte que d'après leurs espèces, comme d'après celles des végétaux qui leur sont mêlés, on est forcé d'admettre qu'à l'époque où les uns et les autres ont vécu, les continens devaient avoir peu d'étendue, et être pour ainsi dire comme noyés au milieu du grand Océan.

Les mers occupaient donc pour lors un plus grand espace qu'actuellement; et comment en douter lorsqu'on voit les diverses couches des terrains de sédiment les plus anciens, ou celles des terrains secondaires, remplies de débris de corps organisés marins, souvent même des plus grandes dimensions. Quelle surprise n'éprouverions-nous pas, Messieurs, si dans quelques mers éloignées nous apercevions ces premiers habitans de l'antique Océan; si tout-à-coup nous voyions apparaître ces monstrueux plesiosaures, ces étranges ichtyosaures, ces lézards grands comme des baleines dont les couches de la terre nous ont conservé les restes et nous ont permis de connaître la singulière généalogie.

Mais vain espoir, tous dorment à jamais sous le poids des matériaux qui les ont engloutis, et avec eux tout a changé sur la scène du monde. Oui, tout y a changé depuis que nos continens ont pris leur forme actuelle, que la température du globe s'est abaissée, et que l'Océan, en se restreignant dans des limites plus étroites, a abandonné dans l'intérieur des terres ces bras de mer inconnus aux premières époques des dépôts de sédimens, et qui, séparées du grand Océan, ont permis aux animaux terrestres de s'établir sur les terres qu'elles avaient laissées à découvert.

Tous ces effets, quelque singuliers et quelque extraordinaires qu'ils nous paraissent, ne sont cependant qu'une suite naturelle de la destinée de notre terre. Comme les autres globes planétaires, la terre devait passer successivement de l'état aériforme à l'état liquide et de celui-ci à l'état solide, du moins en partie. Dès-lors dans le principe, les mers ont dû occuper une plus grande étendue qu'actuellement. Notre globe, habité primitivement et presque uniquement par des animaux aquatiques, n'a reçu des espèces terrestres qu'à mesure que les continens se sont élevés hors du sein des eaux, que des terres sèches ont été mises à découvert et qu'enfin l'Océan a été séparé des mers intérieures. Cette séparation, dont il n'est pas facile d'assigner la cause, semble cependant avoir eu lieu par l'exhaussement du sol secondaire qui a fait refluer les eaux de l'Océan vers les points les plus bas. La séparation des mers se rattache donc à une époque géologique aussi remarquable que bien caractérisée. En effet, depuis lors, des dépôts particuliers, tout-à-fait différens de ceux qui avaient déjà eu lieu, ont été produits; de nombreux mammifères terrestres ont apparu; de nouvelles espèces de plus en plus semblables à nos races actuelles venues sur la scène du monde ont succédé aux premières générations, qui ont été en grande partie détruites. Depuis lors aussi les terrains de sédiment se sont formés, non comme auparavant dans le sein d'une seule mer, mais partie dans le bassin de l'Océan et partie dans celui des mers intérieures nouvellement produites. Par suite de cette diversité de formation, l'on ne voit plus que dans ces dépôts l'uniformité et la généralité que l'on observe dans les terrains secondaires. Bornés à des espaces circonscrits et disséminés d'une manière partielle, ces terrains qui ont succédé aux secondaires, et qui par rapport à ce ont été nommés tertiaires, abondent encore plus que ceux-ci en débris de la vie. Le nombre de ces débris y est même si considérable qu'il faut nécessairement que les terres sèches aient pris alors une grande étendue, puisque tant d'êtres divers les habitaient et y avaient fixé leur séjour. Les mers n'étaient pourtant point encore rentrées à cette époque dans leurs bassins respectifs, l'exhaussement du sol tertiaire n'ayant pas encore eu lieu; c'est en effet par suite du soulèvement des terrains tertiaires que les mers, soit l'Océan, soit les mers intérieures, ont été occuper les points les plus bas du globe et se sont fixées dans les limites que nous leurs voyons aujourd'hui. Cette époque, non moins remarquable que celle qui la précède, a terminé pour toujours le dépôt des terrains marins stratifiés et en grande partie celui des dépôts fluviatiles ou lacustres. Une fois les mers rentrées dans leurs bassins respectifs, les dépôts de sédiment ont diminué de plus en plus de puissance et d'étendue, et la nature inerte, devenue comme impuissante, n'a presque plus laissé de ses matériaux sur la surface du globe. La nature animée, prenant au contraire un nouvel essor, s'est de plus en plus étendue, et a embelli de toutes parts une terre d'abord aride et par conséquent stérile. Ainsi, par une particularité digne d'être signalée, les deux natures ont constamment marché dans un sens inverse et contraire; l'on dirait que la nature brute et la nature animée ont été constamment en opposition comme les deux principes qui, d'après quelques philosophes, régissent et dirigent le monde. Les dépôts quaternaires, produits après que les mers sont rentrées dans leurs bassins respectifs, sont bornés, du reste, à des terrains d'alluvion ou déplacés. Une fois opérées, les modifications que la surface du globe a éprouvées, à l'exception de celles relatives aux changemens survenus dans son relief, se sont bornées à des déplacemens de terrains et à quelques effets dus aux eaux courantes, dont l'action n'a jamais cessé depuis qu'elle a commencé à s'exercer.

En résumé les terrains de sédiment, précipités pour la plus part dans le sein des eaux des mers, appartiennent à plusieurs époques distinctes : les principales sont la période secondaire et les périodes tertiaires et quaternaires. Un grand nombre de caractères permet de reconnaître à quelles époques géologiques se rattache tel ou tel terrain, ou tel ou tel système de couches. Les plus importans dépendent de la position de ces terrains, de l'étendue des dépôts qui en font partie, et enfin de la nature des corps organisés qu'ils recèlent.

Les terrains de sédiment formés dans le sein des eaux et d'une manière lente et successive, ont dû se précipiter en couches horizontales comme les dépôts qui s'opèrent encore dans le fond des eaux, quelle que soit l'irrégularité du sol sur lequel ils s'appuient. Cependant ces terrains se montrent souvent redressés et inclinés sous des angles divers et à des élévations auxquelles les mers ne sont certainement jamais arrivées. Quelle cause a donc été assez puissante pour porter du fond des mers des couches sédimentaires à deux ou trois mille mètres de hauteur et les exhausser ainsi au-dessus de leur niveau primitif?

La cause d'un pareil soulèvement peut être obscure, mais les effets sont trop réels et trop sensibles pour que la géognosie reste muette devant de pareils phénomènes. Sans doute l'on ne peut qu'être étonné que des masses de matières solides pareilles à celles qui composent l'Himalaya, le Chimboraço ou le Mont-Blanc aient été complétement redressées, et à tel point que leurs sommets ressemblent à d'immenses aiguilles, ou si l'on veut à ces flèches aiguës dont nous couronnons nos grands monumens. A la vérité le soulèvement des masses qui ont formé les grandes chaînes de montagnes ne doit pas être uniquement considéré comme ces phénomènes que nous mesurons à l'échelle de nos dimensions ordinaires. Merveilleux par rapport à nous, de pareils effets cessent d'être surprenans, si nous les comparons à la masse totale du globe, dont en effet ils n'ont déplacé qu'une très-faible partie, si faible même qu'elle est moindre par rapport au globe terrestre que le sont relativement à une orange les inégalités qui en couvrent la surface. Et d'ailleurs le fil des opérations de la nature n'est nullement interrompu à cet égard; des effets analogues, à la vérité moins intenses et moins considérables, ont encore lieu dans notre époque, remarquable pourtant par sa stabilité. En effet, les volcans brûlans nous donnent parfois de pareils exemples de redressemens de couches solides. Leurs résultats sont sans doute bien petits à côté de ces grandes opérations de la nature; mais remarquons qu'elles ont eu lieu à une époque où les masses exhaussées n'avaient point encore acquis toute leur solidité, et où le globe n'était point parvenu à l'état de fixité auquel il est maintenant arrivé, et qui était nécessaire à la durée comme à la facile propagation de l'homme qui a couronné l'œuvre de la création.

Les chaînes de montagnes qui hérissent et sillonnent nos continens, dont l'influence paraît entretenir un juste équilibre entre l'évaporation et les autres phénomènes météorologiques, sont donc les points du globe que la force expansive des vapeurs a exhaussés et redressés plus ou moins au-dessus de leur niveau primitif. Mais ce soulèvement, qui probablement a eu lieu lorsque les masses minérales n'étaient point encore complètement solidifiées, ne s'est point opéré d'une manière instantanée. Comme les autres phénomènes de la nature, ce soulèvement a eu lieu successivement et à différens intervalles. Ces intervalles sont du moins indiqués par un certain nombre de chronomètres qui ne peuvent nous tromper, et dont la précision deviendra de plus en plus certaine, à mesure que nous en connaîtrons mieux la valeur et l'importance. Mais ce qui n'est pas moins remarquable, c'est que chaque évènement de ce genre ou chaque soulèvement n'a pas changé l'ordre de la nature; car après un instant de trouble que de pareils effets peuvent avoir produit, les choses paraissent avoir repris leur ordre habituel et accoutumé.

Pour mieux vous en assurer et vous en former une idée précise, veuillez, Messieurs, faire un pas en arrière et vous rappeler ce que nous vous avons dit au sujet des terrains zootiques ou des dépôts de sédiment. Nous vous avons déjà fait sentir que suivant que leurs couches sont redressées ou se trouvent dans leur horizontalité première, l'on pouvait juger de l'âge ou de l'époque à laquelle tel ou tel système de montagnes a été soulevé. Si, comme nous l'avons déjà observé, les couches sédimentaires ont été précipitées dans le fond des eaux, elles ont dû par suite de ce genre de formation prendre une position horizontale, et dès-lors ce ne peut être que lorsqu'elles se montrent redressées ou inclinées, parce que les bases sur lesquelles elles se sont appuyées les ont soulevées postérieurement à leur dépôt. Or, lorsqu'une chaîne de montagnes présente l'entière série secondaire, en couches redressées, tandis que les terrains tertiaires qui la recouvrent également conservent au contraire leur horizontalité primitive, l'on peut dire, avec une sorte de certitude, que cette chaîne a dû être soulevée postérieurement aux dépôts secondaires, puisqu'elle les a déplacés, mais antérieurement aux dépôts tertiaires, ceux-ci n'ayant éprouvé aucune sorte de changement dans leur position ; ce qui n'aurait certainement pas manqué d'arriver si, comme les premiers, ils avaient été poussés par une force venant de l'intérieur de la terre et agissant de bas en haut. A l'aide de ce moyen facile et certain, l'on juge de l'âge des différentes chaînes de montagnes, ainsi que de l'époque à laquelle les volcans aujourd'hui éteints ont cessé leurs éruptions. Comme les grands principes des sciences, celui-ci est d'une telle simplicité et pourtant d'une application si féconde et si facile, qu'il semble étonnant qu'il n'ait pas été trouvé plutôt. Mais Messieurs, ce n'est pas à ce seul point que s'est arrêtée la géognosie ; portant ses regards plus haut et jugeant de ce qu'elle pouvait entreprendre par ce qu'elle avait déjà obtenu, elle s'est demandé si l'état de la surface du globe avait réellement pris sa forme actuelle depuis des temps propres à effrayer l'imagination, ou si au contraire les dernières modifications que son relief avait éprouvées ne remontaient qu'à une époque peu reculée, fixée en quelque sorte par les traditions et l'histoire de toutes les nations?

Cette question est d'un si grand intérêt qu'elle a dû exciter à la fois l'attention des physiciens et des géologues, et même des divers écrivains qui se sont occupés de l'histoire des premiers peuples qui ont apparu sur la scène du monde. S'il y a quelque gloire à rétablir, à l'aide de monumens imparfaits ou de médailles peu significatives, l'histoire des nations qui ont disparu de la surface de la terre, n'y en a-t-il pas également à remonter, à l'aide des monumens de la nature, jusqu'à ces temps où l'homme n'existant pas encore, notre globe couvert de végétaux qui en ont disparu pour toujours était peuplé d'animaux aussi étranges que bizarres, et dont les formes n'ont rien d'analogue avec celles de nos espèces actuelles.

Pour fixer cette époque des dernières modifications que notre planète paraît avoir subies, modifications probablement la suite nécessaire de la manière dont elle a été formée, la science a dû chercher à reconnaître sur quels chronomètres elle devait s'appuyer. Ces chronomètres ne peuvent être que ceux dont il nous est possible d'apprécier les effets, leur action ayant toujours lieu. Les principaux se rapportent à l'action des eaux sur le globe, qui n'ont cessé de modifier sa surface depuis qu'elle a été solidifiée, et que de nombreuses inégalités y ont été produites, inégalités qui seules ont donné lieu aux eaux courantes et à toute la violence de leur action. Mais pour bien apprécier les diverses modifications que la surface du globe a éprouvées, il est nécessaire de bien distinguer les effets qui se sont opérés lorsque nos continens étaient encore sous les eaux, ou pendant la période d'immersion de ceux qui se sont passés depuis que nos continens ont été mis à nu et tout-à-fait à découvert.

Remarquez en effet, Messieurs, que les terrains les plus récemment produits ou les plus rapprochés des temps présens ont tous été formés dans deux périodes distinctes, ou par suite de deux ordres de phénomènes différens. Certains de ces terrains nommés de sédiment à raison de leur origine se sont formés sous l'eau, c'est-à-dire pendant l'immersion du sol qu'ils ont recouvert, tandis que d'autres ont été produits lorsque les continens sur lesquels ils se sont étendus étaient déjà découverts et tout-à-fait à sec. Ainsi pour apprécier à leur juste valeur les différens phénomènes qui se sont passés pendant la première de ces périodes ou celle d'immersion, il faudrait pouvoir reconnaître les divers dépôts qui se précipitent dans le fond des mers, des lacs et des eaux courantes. Comme ce genre d'observation ou de reconnaissance n'est pas toujours facile, nous sommes beaucoup moins éclairés sur tout ce qui se rapporte à cette période que relativement aux effets qui ont eu lieu depuis que partie de nos continens a été mise à sec, et que des dunes, des atterrissemens, des éboulemens, des stalactites, des tourbières, de l'humus, seuls produits qui puissent recouvrir un sol émergé, se sont étendus sur la surface de la terre. Faute d'avoir distingué ces deux ordres de phénomènes, pendant long-temps l'on a cru que le fil des opérations de la nature était rompu et que certaines des causes qui avaient exercé leur action sur le globe avaient cessé pour toujours. Comment pouvait-il ne pas le paraître, puisque l'on comparait sans cesse les effets produits pendant la période d'immersion à ceux que l'on voit s'opérer sur nos terres sèches et sur nos continens mis à nu; c'est-à-dire, depuis la période d'émersion. Cette erreur une fois reconnue, l'on s'est convaincu que les mêmes genres de phénomènes s'étaient succédé sur le globe et presque sans interruption. En effet, les mêmes causes y agissent constamment, et si quelques désordres et quelques accidens ont interrompu le cours ordinaire des évènemens, ces désordres passagers, qui n'ont rien changé à la nature des choses, ont encore moins troublé le système de l'univers.

Les effets qui ont eu lieu sur la terre depuis que partie de notre planète est sortie du sein des eaux, sont donc les plus faciles à évaluer et ceux qui fournissent les chronomètres les plus certains et les plus appréciables. C'est aussi sur eux que je dois porter votre attention, afin que vous puissiez estimer, au moins d'une manière approximative, l'époque depuis laquelle, nos continens ayant pris leur forme actuelle, des phénomènes nouveaux s'y sont succédé sans interruption, et se continueront de même, tant que l'ordre des choses se maintiendra et que l'équilibre admirable de la nature ne sera pas troublé.

Les alluvions ou les atterrissemens, comme les éboulemens qui en sont souvent la suite, les falaises, les dunes, les dépôts sous les eaux, auxquels il faut joindre les incrustations de tout genre, comme le travail souterrain qui produit les stalactites et les stalagmites modifient tous plus ou moins la surface des continens. Comme leur action a dû commencer dès qu'il y a eu des eaux courantes sur le globe, on peut juger par les effets produits du temps qu'ils ont mis à les opérer. Ainsi en calculant la marche des atterrissemens dans les régions les plus différentes, et par exemple en Égypte, où ce genre de dépôts a une si grande étendue, ainsi qu'en Italie et sur les côtes de la Baltique, tous les observateurs se sont accordés à penser qu'ils ne dataient pas d'une époque bien reculée. Ainsi en supposant que dans le principe des choses les alluvions marchaient le double plus vîte que dans les temps présens, leur commencement ne remonte pas à une époque bien éloignée des temps présens.

Le calcul de la marche des éboulemens et de la formation des falaises, comme celui des progrès constans des dunes vers l'intérieur des terres et de l'accroissement progressif des stalactites et des stalagmites dans les cavités souterraines, a donné également des nombres fort rapprochés des premiers. Ne croyez pas, Messieurs, que ces calculs reposent sur l'autorité de quelques hommes obscurs, qui pour faire triompher des idées préconçues se seraient entendus dans le dessein d'obscurcir la vérité en tronquant les faits, qui du reste sont à la portée de tout le monde. Tels ne sont plus les savans de notre époque; le triomphe de la vérité est le but constant de leurs efforts comme le terme glorieux de leurs travaux. Oui, la vérité vous était chère, à vous, **Dolomieu**, à vous, **Deluc**, à vous, **Brémontier**, qui n'aspiriez qu'à la faire briller de tout son éclat et à la rendre sensible à tous les yeux. Et, Messieurs, n'en a-t-il pas été de même des **Girard**, des **Wiebecking**, des **Prony**, qui se sont livrés aux mêmes recherches et sur l'autorité desquels les **Laplace** et les **Cuvier** ont admis que la surface du globe n'était arrangée telle qu'elle est actuellement que depuis une époque assez rapprochée de nous. Il est encore d'autres moyens d'évaluer l'espace de temps qui s'est écoulé depuis l'époque où les mers et les eaux lacustres ont cessé de déposer des terrains en couches régulières et distinctement stratifiés. Ces moyens, également appréciés et étudiés avec soin, ont toujours conduit au même résultat. Tels sont premièrement ces dépôts de lithophytes, que les polypes, par une singulière propriété, accumulent avec une extrême rapidité dans les mers des régions les plus chaudes de la terre. Malgré cette fécondité, éternel sujet d'étonnement pour les navigateurs, en supposant que le travail des polypes a été dans le principe plus actif et plus prompt qu'il ne l'est actuellement, on ne voit pas qu'il ait encore produit des continens de quelque étendue, ni même des îles un peu considérables. Tout ce que cette accumulation de matière calcaire a opéré de plus extraordinaire, ce sont quelques écueils et quelques récifs, qui en s'élevant peu-à-peu au-dessus des eaux, dans le sein desquelles ils se forment, finiront par produire des îlots sur lesquels s'élèvera un jour une végétation brillante, lorsque les courans y auront apporté assez de terreau pour couvrir la nudité du rocher et permettre aux végétaux de s'y établir.

Cette création toute nouvelle est donc bien restreinte dans ses effets, quoiqu'étonnante par la cause qui l'a produite et la prodigieuse promptitude avec laquelle elle s'opère. Si elle est aussi bornée, n'est-ce point que malgré la rapidité de sa marche, son commencement ne remonte pas à une époque bien reculée, ou en d'autres termes que les mers ne nourrissent pas les zoophytes qui forment les polypiers pierreux depuis de longs intervalles de temps.

Si nous portons également notre attention sur les matériaux lancés par les volcans, nous les voyons peu considérables, quelque terribles et quelque violentes que soient leurs éruptions. Ces matériaux ne paraissent pas non plus occuper de grands espaces, lorsqu'on les étudie dans les volcans éteints dont les foyers paraissent cependant avoir eu une plus grande activité que ceux de nos volcans brûlans. Les déjections volcaniques, soit anciennes, soit modernes, ont si peu de masses, qu'en supposant que tous les volcans ont eu jusqu'à cinq éruptions par an, la différence entre la contraction de l'écorce consolidée et celle de la masse interne ne raccourcit pas cette masse d'un millimètre par siècle. Ce raccourcissement serait encore moins considérable, si l'on admettait, ainsi que l'indiquent les faits, que le nombre des éruptions est encore plus restreint. Dans tous les cas, les résultats généraux des éruptions volcaniques ont exercé une influence presque insensible sur notre globe considéré dans son ensemble. Si les déjections des volcans éteints ou brûlans sont si restreintes et si bornées, cette circonstance ne peut tenir qu'à ce que les éruptions de leurs foyers ne remontent pas à une époque bien reculée ni bien éloignée des temps présens.

Du reste, Messieurs, les volcans dont les éruptions nous paraissent si étonnantes et les phénomènes si extraordinaires, ne sont, ainsi que nous l'avons déjà dit, qu'un résultat tout simple d'effets thermométriques, ou des sortes d'évents qui épanchent au dehors les matières qui, par suite de la température propre du globe, y sont maintenues constamment liquides. Les volcans, par cela même, indiquent une communication continuelle entre l'intérieur de notre globe, qui est fluide, et l'atmosphère entourant sa surface durcie et oxidée. Aussi ceux qui continuent encore leur action, sont-ils en général placés près du lit des mers, c'est-à-dire, dans les points du globe où l'épaisseur des couches solidifiées est la moins considérable.

Remarquez, Messieurs, combien est grande et frappante la concordance qui existe entre les faits que nous venons de rappeler à votre attention ; une pareille concordance est trop remarquable pour ne pas être l'expression de la vérité. Comment pourrait-il en être autrement, lorsque les faits les plus indépendans les uns des autres conduisent tous aux mêmes conséquences et annoncent les mêmes résultats.

Ainsi, par exemple, comparons-nous les espèces ensevelies dans les derniers dépôts, ou les plus récens de ceux qui se sont opérés dans la période géologique, aux races qui vivent encore, nous leur trouvons la plus grande analogie et souvent une similitude presque complète. Cette analogie surprend d'autant plus que jusqu'alors les espèces ensevelies dans les entrailles de la terre semblaient entièrement différentes de nos races vivantes, et à tel point que leur existence devait exiger des conditions assez dissemblables de celles qu'elles auraient pu trouver dans l'ordre des choses actuel. Aussi les espèces des temps géologiques ne sont-elles en rapport avec les nôtres que depuis l'époque où la température de la terre, considérablement abaissée, leur a offert des climats analogues à ceux qui ont favorisé l'existence de nos espèces vivantes et en ont assuré la durée. Or, comme les derniers temps géologiques ne sont pas très-éloignés des temps historiques, il s'en suit que les dernières modifications de la surface du globe ne sont pas non plus séparées de notre époque par des intervalles de temps bien considérables.

L'ensemble des espèces ensevelies dans les entrailles de la terre, depuis que les mers sont rentrées dans leurs bassins respectifs, ou depuis la période d'émersion, offre donc un caractère et un aspect particuliers. Leur caractère tient à l'analogie, et l'on peut dire presque à la similitude que ces espèces présentent avec nos races vivantes, rapport qui n'est sensible que parce que les unes et les autres ont vécu sous l'influence des mêmes circonstances et des mêmes conditions. Aussi n'ont-elles rien de commun avec les races ensevelies dans les terrains secondaires et tertiaires; en sorte que ces différentes espèces diffèrent à-la-fois par leurs caractères et leur gissement, différence qui a dépendu des changemens survenus sur la surface du globe.

Les restes des corps organisés qui ont péri pendant la période d'émersion, ou depuis que les mers sont rentrées dans leurs bassins respectifs, doivent donc être distingués de ceux que l'on voit ensevelis dans les couches déposées pendant la période d'immersion. Ils le doivent d'autant plus, qu'il paraît que la plupart d'entr'eux ont cessé d'exister depuis l'apparition de l'homme, et depuis que nos continens ont pris leur forme actuelle. Aussi ne les rencontre-t-on que dans les dépôts quaternaires et diluviens, c'est-à-dire, dans les dépôts les plus récens de ceux qui ont été produits sur la terre. Pour les distinguer des véritables fossiles, que l'on ne découvre que dans les terrains précipités antérieurement à la rentrée des mers dans leurs bassins respectifs, l'on pourrait les désigner sous le nom d'*humatiles*, qui s'entend également des corps ensevelis dans le sein de la terre.

A vrai dire, Messieurs, les espèces humatiles lient en quelque sorte les débris de ces espèces qui depuis les temps historiques se conservent dans les dépôts meubles ou solides qui n'ont jamais cessé de s'opérer sur la surface du globe. Déposés depuis des temps peu éloignés de ceux que l'on est convenu d'appeler historiques, les restes humatiles annoncent qu'un grand nombre d'espèces vivantes peut se perdre par l'effet des causes les plus simples, comme un abaissement dans la température, des inondations plus ou moins violentes, une diminution dans la quantité de la nourriture, par suite de la fixation d'un grand nombre d'espèces dans un lieu circonscrit. Ces causes, opérant plus ou moins rapidement un excès de mortalité relativement aux naissances, finissent par déterminer l'extinction totale des races soumises à de pareilles influences.

Si les faits physiques que nous pouvons apprécier nous apprennent la nouveauté de l'homme sur la terre, et que les dernières modifications que la surface du globe a éprouvées ne remontent pas à une époque bien reculée, peut-être vous demanderez-vous si les monumens et les traditions historiques ne contrarient pas ces faits et ne sont point en opposition avec eux. Sans doute, ce que peuvent nous apprendre et les traditions et les monumens que l'homme nous a laissés de son existence, n'ont pas la même valeur pour la solution de la question qui nous occupe; on ne saurait en contester l'importance et encore moins les passer sous silence, s'ils ne coïncidaient pas avec les données fournies par l'observation de la nature.

Vous le savez, Messieurs, l'homme est ami du merveilleux; son ame, toute de feu pour le mensonge, est de glace pour la vérité. Il se complait à se donner tous les genres d'illustration, et par un de ces préjugés dont la source naît, il faut le dire, du noble désir de perpétuer les grandes actions, toutes les nations, même les plus sauvages, semblent s'être entendues comme à plaisir pour se donner une longue et haute antiquité. Aussi lorsque nous interrogeons les traditions ou l'histoire des peuples qui se disputent l'honneur d'être les plus anciens, est-il nécessaire d'en discuter les titres et d'examiner les preuves sur lesquelles ils fondent l'antiquité qu'ils s'attribuent.

Une sévère critique a donc été nécessaire pour apprécier à leur juste valeur les monumens et les traditions des plus anciens peuples; et à l'aide de son flambeau, l'on a bientôt reconnu que la plupart de ceux qui s'étaient donné une longue antiquité, faute d'avoir à raconter des évènemens réels, avaient rempli les premières pages de leur histoire de faits merveilleux et surnaturels. Ainsi la fable, cette passion des premiers âges, est venue se mêler à l'histoire, qui ne demande et ne réclame que la vérité. Pendant que certaines nations se forgeaient une haute antiquité, d'autres, tourmentées par le même désir, refaisaient après coup leurs premières annales qu'elles avaient perdues. Pour mieux les faire cadrer avec les monumens de la nature, qui ne peuvent nous tromper, leurs lettrés, par une ruse que la science seule nous a permis de reconnaître, calculaient, en rétrogradant, la marche des divers astres qui servent à fixer l'année et à déterminer la position dans le ciel des différentes constellations.

Oui, Messieurs, s'il est une vérité démontrée, c'est celle qui nous apprend que la terre peut être très-ancienne, mais que l'homme y est très-nouveau. Sortie du plateau de l'Asie, point le plus élevé du monde, et en même temps le plus favorable à sa facile dispersion, l'espèce humaine n'a commencé à paraître sur la scène du monde que lorsque nos continens avaient pris leurs formes actuelles et que les mers étaient rentrées dans leurs limites respectives. Si l'on pouvait se former quelques doutes à cet égard, l'histoire ancienne des animaux nous apprendrait encore que la plus grande partie de nos animaux domestiques est originaire de l'Asie, parce que l'homme, dont cette contrée a été le berceau, a exercé sur eux une influence que lui seul peut produire. Mais ce qu'il y a de plus remarquable, cette époque que l'on avait crue très-éloignée de nous d'après des idées systématiques dont les savans même n'ont pas toujours su se garantir, ne remonte guère à plus de 6,000 ans avant les temps présens. Si l'homme eût existé auparavant, on en retrouverait certainement les dépouilles ailleurs que dans les dépôts diluviens. Ces dépôts, les plus récens de ceux opérés sur la surface du globe, rappellent, comme l'on sait, la grande et dernière catastrophe que la terre a éprouvée. Et cette époque est aussi bien fixée par les monumens de la nature que par ceux de l'histoire.

Or, Messieurs, les traditions et les annales de tous les peuples s'accordant sur ce point, n'est-ce pas le cas de s'écrier avec l'orateur romain : *Consensus omnium lex naturæ putanda est?* Oui, le consentement de tous les peuples d'accord avec les faits naturels nous annonce la nouveauté du genre humain et son renouvellement après une violente inondation, et ce cri unanime ne peut nous tromper, la vérité l'a inspiré.

Depuis cette epoque mémorable dans l'histoire de la terre, et peut-être dans celle du système de l'univers dont elle fait partie, un admirable équilibre et une parfaite harmonie se sont établis entre les choses créées. Cette stabilité des grands phénomènes de l'univers, comme l'étonnante fixité des causes qui agissent sur notre globe, est un des objets les plus dignes de notre surprise comme de notre admiration. Et, par exemple, les causes fortuites ou constantes qui troublent l'équilibre des mers et qui dans les temps géologiques peuvent avoir produit les divers mélanges des dépôts marins et fluviatiles, sont elles-mêmes assujetties à des limites qui ne peuvent être franchies. La pesanteur spécifique des eaux étant beaucoup moindre que celle de la terre solide, les oscillations de l'Océan sont par cela même comprises entre des limites fort étroites, ce qui n'arriverait certainement pas si le liquide répandu sur le globe était beaucoup plus pesant.

La nature tient donc comme en réserve des forces conservatrices et toujours présentes, qui agissent dès que le trouble commence et d'autant plus que l'aberration est plus grande. Ces puissances préservatrices que l'on trouve dans toutes les parties de l'univers ne tardent pas à rétablir l'ordre accoutumé dès qu'il est troublé. Ainsi la forme des grands orbites planétaires, leurs inclinaisons varient et s'altèrent dans le cours des siècles; mais ces changemens sont eux-mêmes limités. Les dimensions principales subsistent toujours, et cet immense assemblage des corps célestes oscille autour d'un état moyen, vers lequel il est sans cesse ramené. Tout dans l'univers, comme dans notre globe, qui en fait partie, est disposé pour l'ordre, la perpétuité et l'harmonie.

Ce n'est point, comme Newton lui-même et Euler l'avaient soupçonné, une force adventive qui doit un jour réparer ou prévenir le trouble que le temps aurait causé dans la marche des corps de l'univers; c'est la loi elle-même de la gravitation qui règle tout, qui suffit à tout et qui maintient à jamais l'ordre et la variété. Emanée une fois de la sagesse suprême, elle préside depuis l'origine des temps à la stabilité et à l'harmonie des choses créées et y rend tout désordre impossible. Loi admirable comme la divinité dont elle émane, et qui, aperçue par le génie de l'homme, est devenue plus merveilleuse encore depuis que l'on en a mieux saisi les rapports. **Newton** et **Euler** ne connaissaient donc pas encore toutes les perfections de l'univers.

La géognosie, fière de ses découvertes et des résultats auxquels elle est parvenue, mérite donc d'être rangée au nombre de nos connaissances positives. Si, comme la science de l'univers, elle ne se perd pas dans la nuit des temps, sa nouveauté ne doit pas non plus nous en faire rejeter l'étude. Quelle science fut jamais plus capable d'émouvoir et d'intéresser que celle qui a pour objet l'histoire du globe sur lequel nous avons été jetés, lorsque déjà les premiers habitans en avaient disparu. A l'aide de son flambeau, nous pouvons maintenant nous former quelque idée sur l'origine de notre terre et sur la stabilité des phénomènes qui en assurent la durée et en maintiennent la conservation.

Ainsi s'est réalisé le vœu exprimé par le plus éloquent des naturalistes modernes. La géognosie, quoique nouvelle parmi les sciences, a donc, ainsi que le désirait **Buffon**, fixé quelques points dans l'immensité de l'espace et placé un certain nombre de pierres numéraires sur la route éternelle du temps. Les puissantes et profondes investigations des géologues modernes ont lié en quelque sorte les temps historiques aux temps géologiques, qui pour n'avoir pas eu l'homme pour témoin, n'en ont pas moins été appréciés comme suivis dans leurs périodes successives. La science a presque tout embrassé dès son premier essor; son vol a été si rapide, que par les progrès qu'elle a obtenus, l'on peut juger de ceux qu'elle doit se promettre encore.

Puisse, Messieurs, l'aperçu sommaire des principaux résultats auxquels la géognosie, science encore à son berceau, est déjà arrivée, vous avoir inspiré le desir de nous suivre dans les détails dans lesquels nous serons obligés d'entrer pour vous donner une idée de la formation de notre terre, sur laquelle nous sommes aussi des êtres fugitifs et passagers, comme les habitans inconnus de l'ancien monde, dont les couches du globe nous ont conservé et transmis la singulière et étonnante généalogie.

NOTICE

SUR LA CARBONISATION DU BOIS

Résultant de son séjour prolongé dans un terrain de troisième formation,

Par M. A. Bidart,

Médecin, à Pas (Pas-de-Calais), Membre correspondant.

18 juillet 1834.

Si tous les êtres organisés puisent les matériaux de leur nutrition dans l'enveloppe terreuse qui revêt le globe de toutes parts, celle-ci reçoit, en échange, leur dépouille matérielle lorsque la vie les abandonne. Tous les débris d'animaux et de végétaux, tous les restes plus ou moins hideux d'organisation alimentent donc à leur tour la terre végétale, ce réservoir commun où chaque être vivant prend les rudimens de sa forme, les conditions physiques de son existence. C'est dans cette fusion générale de tous les principes élémentaires et sous l'empire des affinités chimiques que ces corps se décomposent et passent inévitablement à des combinaisons nouvelles. Toutefois, avant d'atteindre le terme de leur dissociation totale, leurs élémens subissent des modifications qui caractérisent les diverses phases de leur décomposition. C'est ainsi que nous avons pu observer tout récemment une de ces transformations importantes, la carbonisation du bois résultant de son séjour prolongé dans un terrain de troisième formation.

On travaillait à niveler le sol attenant à une tour antique dont l'origine et la destination ne sont connues d'aucune tradition. Parvenus environ à deux mètres de profondeur, les ouvriers rencontrent des ossemens épars qui ne les intéressent nullement d'abord. Mais, arrivant un peu plus bas, la découverte d'un squelette humain les frappe et les fait agir avec plus de circonspection. Appelé près d'eux en ce moment, je les engageai à fouiller les terres latérales, sous lesquelles nous vîmes bientôt deux nouveaux squelettes semblables au premier et dans une position tout-à-fait parallèle; puis un quatrième fut également mis à jour à un pied environ au-dessus des trois autres.

Ces squelettes étaient entiers, d'une friabilité extrême et semblaient appartenir à des sujets adultes.

Une couche régulière d'une substance noire, de quatre à six lignes d'épaisseur, circonscrivait chacun d'eux et était interposée entre leurs ossemens et les terrains qui les recouvraient immédiatement. Cette matière, recueillie et examinée attentivement, m'offrit toutes les propriétés du charbon végétal.

Soupçonnant dès-lors qu'elle pouvait provenir de la décomposition des cercueils destinés à renfermer les squelettes qui gisaient devant moi, je continuai d'en explorer successivement toutes les couches. Je rencontrai, dans leur continuité, de petites masses de charbon où l'on observait facilement des traces d'organisation végétale, et dont plusieurs n'étaient carbonisées que dans la partie correspondante à la face interne de ces couches. Puis, quelques minces portions de planches aussi partiellement carbonisées, et au centre desquelles des fibres ligneuses étaient encore intactes, achevèrent de convertir mes doutes en certitude sur la destination primitive de ces débris.

Mais le phénomène de la carbonisation des bois m'a paru beaucoup plus prononcé dans le sol calcaire, où le charbon était presque pulvérulent, que vers les points terreux où j'ai principalement rencontré les portions demi-carbonisées. La couche qui enveloppait le quatrième squelette, placée dans un terrain demi-terreux, demi-calcaire, était celle qui contenait les fragmens de bois les moins altérés.

L'arrangement régulier des couches charbonneuses qui affectaient une disposition d'enveloppe manifeste, les restes évidens de tissu ligneux qui avaient échappé à une entière carbonisation vers leur face externe et les différens degrés de cette transformation végétale suivant la nature du sol où on l'observait nous conduisent donc à admettre, 1.° que le charbon environnant les ossemens mentionnés plus haut ne pouvait être que le résidu de l'altération des bières qui les avaient autrefois renfermés; 2.° que le phénomène de la carbonisation du bois s'était opéré du centre à la circonférence; 3.° et qu'enfin le terrain, composé exclusivement de carbonate calcaire, paraissait l'avoir produit plus facilement que celui qui contenait quelques substances terreuses.

La carbonisation végétale, considérée comme phénomène géologique, me paraît susceptible de recevoir ultérieurement une application utile à la médecine légale. En effet, si la géologie possède un jour assez de faits pour déterminer d'une manière positive l'espace de temps et la nature du milieu qui entraînent cette modification du corps végétal, elle fournira une donnée de plus au médecin légiste pour estimer les époques des inhumations anciennes.

NOTICE

SUR UNE ROCHE DITE *ROCHE BRULÉE*,

Située à Fumay, département des Ardennes,

Par feu M. J.-F. Clere,

Ingénieur en chef au corps royal des mines, Membre correspondant.

20 juin 1834.

Me trouvant à Fumay, département des Ardennes, en juin 1833, on me parla d'un rocher qui avait subi l'action du feu et qu'on nomme maintenant *rocher brûlé*; il est situé en face de l'ardoisière du moulin Sainte-Anne, rive gauche de la Meuse, sur le revers occidental de la montagne de divers monts, près de la borne limitrophe qui indique les frontières respectives des royaumes de France et de Belgique. Ce rocher, dont une faible portion de la masse supérieure porte seule des traces évidentes de fusion, n'était alors connu que depuis deux ans, et l'on ignorait absolument la cause qui avait pu produire cet étrange accident, d'autant plus extraordinaire qu'il ne se montre que sur un très-petit solide qui avait dû former autrefois deux pointes peu élevées au-dessus du sol environnant; tandis que d'un autre côté on n'observe aucune espèce de dérangemens circonvoisins, si ce n'est toutefois à quelques décimètres au-dessous du roc même; après quoi les assises se retrouvent intactes et dans leurs allures ordinaires.

Quelques voyageurs géologues, ayant eu l'occasion d'examiner ce singulier phénomène, ont prétendu, m'a-t-on dit, qu'il était le résultat d'un feu souterrain; et il faut convenir qu'à la première vue on est tenté de lui attribuer une semblable origine; car assurément rien ne ressemble mieux à des laves récentes que la plupart des débris épars et sur place de ce massif, dont voici la description en résumé.

On sait que la constitution géologique de cette contrée se compose en général, comme dans toute l'étendue de la chaîne des Ardennes, de bancs alternatifs de schistes argileux ardoisiers et de grawackes. La masse brûlée qui nous occupe appartient à cette dernière espèce; elle est encaissée entre deux séries de couches schisteuses qui, ainsi que le reste de ses propres assises inférieures, n'annoncent pas avoir éprouvé le moindre mouvement ni la plus légère altération; en sorte qu'il n'existe aujourd'hui sur place qu'un fragment portant encore des caractères certains de fusion, lequel ne tardera sûrement point à disparaître; mais tout autour de ce noyau gisent une multitude de morceaux détachés, brisés et amoncelés, dont les uns sont plus ou moins modifiés et les autres dans leur état naturel. Au-dessous du rocher la terre est presque meuble, et l'on peut sans peine la déblayer au moyen de la pelle et de la pioche, de manière à parvenir en peu d'instans aux endroits qui n'ont nullement souffert; du reste, on observe en outre qu'au fur et à mesure qu'on s'enfonce la grawacke reprend successivement son *facies* primitif. Quant aux parties qui ont subi l'effet du feu, voici sous quels aspects elles se montrent.

D'abord les couleurs sont fort variées, et néanmoins se nuancent le plus communément de blanc, de rouge, de brun foncé et clair et de violet. Les échantillons bruns sont légers, spongieux et bulleux; quelques-uns offrent des filets d'un noir brillant, entrecoupant assez régulièrement les feuillets de la roche et la recouvrant aussi sur certains espaces d'un enduit solide tout-àſait semblable à de la scorie vitreuse. On trouve ensuite çà et là de petits amas fondus, qui indiquent par leur position avoir coulé de haut en bas, et qui d'ailleurs n'ont aucune connexité entr'eux, ne se montrant que très-irrégulièrement séparés les uns des autres sur la surface du rocher.

D'après ces considérations il résulte, ce me semble, qu'on ne saurait attribuer ce phénomène particulier aux efforts d'un feu souterrain :

1.° Parce qu'à peu de profondeur les couches du terrain gisent dans leur état normal et leur composition primordiale.

2.° Parce qu'à la surface du sol on ne remarque aucun des caractères extérieurs qui dénotent la présence d'un volcan.

3.° Parce que les parties qui ont coulé sont absolument éparses, très-courtes, et qu'elles affectent des situations qui varient entre la verticale et des directions plus ou moins obliques.

4.° Parce que ces mêmes coulées paraissent s'être faites de haut en bas.

5.° Enfin, parce que l'altération de la roche diminue de la surface au centre de la pierre.

Il y aurait lieu de croire, je pense, que la véritable cause devrait être attribuée à des coups de foudre réitérés. Ce qui paraît justifier cette opinion, c'est que ces traces de fusion ne s'observent plus à la base autour du rocher ; l'électricité, arrivée au sol imbibé d'eau par la pluie qui accompagne presque toujours les orages, se sera disséminée dans la terre. Peut-être a-t-elle produit des tubes vitreux comme ceux qu'on a observés ailleurs ; mais dans tout état de choses, le sol très-meuble de la petite vallée qui entoure la base du rocher est souvent entraîné et renouvelé ensuite par les terres supérieures que les eaux transportent en se précipitant, en sorte qu'on ne peut constater le fait.

NOTE

Sur les eaux jaillissantes du puits foré pratiqué chez M. Bancal, à Celleneuve, près Montpellier,

Par M. Marcel de Serres, Membre correspondant.

20 mars 1835.

La société royale et centrale d'agriculture de Paris a appris que l'on avait obtenu des eaux jaillissantes dans les environs de Montpellier. Ce succès lui a fait désirer de connaître les circonstances relatives à leur ascension; mais avant de décerner un prix d'encouragement à M. Bancal, qui a pratiqué le puits artésien duquel s'échappent les eaux jaillissantes, elle a engagé M. Marcel de Serres de répondre aux questions dont nous allons nous occuper.

M. Marcel de Serres, flatté d'une pareille marque de confiance, a cru ne pouvoir mieux y répondre qu'en s'adjoignant MM. Lentheric et Balard, dont le mérite et l'habileté sont généralement reconnus. Les observations que l'on va lire sont donc le résultat de recherches faites en commun pour résoudre les questions proposées et dont voici le sommaire.

La société d'agriculture de Paris a désiré connaître :

1.° Les instrumens employés dans le forage;

2.° La nature minéralogique, l'épaisseur relative, le degré approximatif de dureté, de cohésion ou de consistance des différens terrains et roches traversés par la sonde;

3.° Les difficultés que l'opération a pu éprouver suivant la nature des couches;

4.° Le nombre de jours nécessaires pour terminer l'opération du sondage;

5.° La profondeur à laquelle l'eau a été rencontrée, soit à partir de la surface du sol, soit au-dessus ou au-dessous du niveau de la mer et de la rivière la plus voisine;

6.° La hauteur à laquelle le jet s'élève au-dessus de la surface du sol;

7.° La quantité d'eau qu'il fournit dans vingt-quatre heures;

8.° Les qualités physiques de l'eau et particulièrement sa température à sa sortie de la terre;

9.° Les usages auxquels elle est employée.

Relativement à la première demande, nous ferons observer que les instrumens employés dans le sondage ont été fournis par M. Farel, que l'un de nous a signalé comme l'agronome de nos contrées méridionales qui s'est occupé avec le plus de zèle du forage des puits artésiens. Ces instrumens avaient été fabriqués en grande partie dans les ateliers de M. Farel; les tiges seules avaient été adressées à ce dernier par M. Flachat.

L'un de nous avait déjà indiqué la nature minéralogique du sol traversé dans les recherches faites chez M. Bancal, mais comme de nouvelles explications peuvent être nécessaires, nous ferons remarquer que la campagne de M. Bancal, située dans la grande vallée du Lez, au centre de laquelle Montpellier est bâti, se trouve séparée de celle de la Mosson par une colline tertiaire assez élevée (*). C'est au pied de cette colline, dont la direction coïncide en quelque sorte avec celle de la rivière de la Mosson, que s'écoulent les eaux remontant de fond qui alimentent le grand canal de M. Bancal et les eaux jaillissantes sur lesquelles nous devons porter notre attention. Ces eaux sont sur le revers

---

(*) Bulletin de la société d'agriculture du département de l'Hérault, seizième année.

oriental de la colline de Bionne, tandis que la belle source qui porte ce nom est sur le revers opposé ou occidental. Les eaux jaillissantes de la campagne de M. Bancal ne feront probablement pas éprouver de diminution sensible à la source de Bionne, qui n'est distante de la rivière de la Mosson que de 300 mètres, quoique le niveau des eaux du puits foré soit supérieur à celui de la source de Bionne.

Le niveau du sol duquel sortent les eaux jaillissantes du puits foré de M. Bancal est de $55^m,50$ au-dessus de la Méditerranée, tandis que celui de la source de Bionne est seulement de $28^m,44$ au-dessus de ce même niveau. Il en résulte qu'il y a une différence de $27^m,06$ en plus pour le point d'où s'échappent les eaux jaillissantes.

Quant au niveau de la rivière de la Mosson, qui est la plus rapprochée du puits foré de M. Bancal, il est de 48^m au-dessous de celui du puits foré, ou de $7^m,50$ au-dessus de la Méditerranée. Si nous avons rapporté ces niveaux, c'est afin de répondre à la cinquième des questions qui nous ont été adressées par la société d'agriculture de Paris.

D'après ce premier aperçu, il paraît que les eaux jaillissantes et remontant de fond de la campagne Bancal, comme celles de la source de Bionne, ont leurs réservoirs dans la même colline tertiaire. C'est aussi des flancs de cette colline que s'échappent les eaux dont nous nous occupons, eaux qui, superficielles, paraissent avoir leurs réservoirs peu au-dessous du niveau du sol. Ces eaux, considérées par l'un de nous comme des eaux d'infiltration, sont en général fort inégales dans leur quantité et leur température. Presque toutes ont des intermittences de crue et d'abaissement qui paraissent en harmonie avec les phénomènes atmosphériques. La source qui alimente le puits foré de M. Bancal a éprouvé en effet depuis sa découverte des variations qui ont suivi celles des diverses saisons. Abondantes pendant l'hiver, les eaux ont grandement diminué pendant la sécheresse de l'été.

En effet, ces eaux qui ont jailli presque spontanément pendant l'hiver de 1831 ont fourni, jusqu'à l'époque des grandes sécheresses, 21,000 litres d'eau par vingt-quatre heures. Aujourd'hui, 17 juillet 1831, elles n'en donnent plus que deux litres par minute ou 120 litres par heure, ce qui serait 2,880 litres par vingt-quatre heures; mais comme les résultats de nos observations peuvent être un peu faibles, en évaluant cette quantité à 3,000 litres on s'éloigne probablement peu de la vérité. Ainsi l'écoulement des eaux du puits foré aurait diminué de 6 septièmes dans l'espace de quelques mois. A la vérité, il paraît probable qu'il redeviendra ce qu'il a été lors de la saison des pluies.

Cette différence paraît donc dépendre de la diversité des saisons et de ce que les réservoirs intérieurs, recevant moins d'eau pendant la sécheresse de l'été, ne peuvent par cela même déverser une aussi grande quantité d'eau. Du reste, nous ferons remarquer que les sondages pratiqués jusqu'à présent dans le midi de la France n'ont point encore fait traverser la totalité des terrains tertiaires; aussi les seules eaux remontant de fond que l'on ait obtenues sont toutes des eaux d'infiltration plus ou moins superficielles. Celles du puits foré de M. Bancal le sont tellement qu'elles ont été rencontrées à la faible profondeur de 15 mètres au-dessous du sol. Nulle part l'on n'est donc arrivé jusqu'à ces nappes d'eaux souterraines placées entre les couches des terrains secondaires et dont l'écoulement au dehors a lieu avec une constance et une abondance que présentent bien rarement les eaux qui proviennent des terrains tertiaires.

Le sol traversé lors du sondage opéré chez M. Bancal a présenté au-dessous de la terre végétale dont l'épaisseur est d'environ 0^{m},49;

1.° Une couche très-irrégulière de *diluvium* formé de nombreux cailloux roulés, pour la plupart pugillaires, disséminés dans un lit de gravier. L'épaisseur de ces dépôts diluviens varie de 1 mètre à 2 mètres 50. Les cailloux roulés qui font partie de ce *diluvium* appartiennent pour la plupart à des calcaires d'eau douce dont quelques-uns sont siliceux, ayant une couleur blanchâtre toute particulière; certains cependant sont entièrement siliceux ou quartzeux ; mais c'est le plus petit nombre, et ceux-ci ne se rattachent pas aux terrains d'eau douce. D'autres enfin dépendent de ces calcaires marins supérieurs désignés depuis peu sous le nom de calcaire moëllon. Ces derniers y sont les plus rares, probablement en raison de leur peu de tenacité, cette faible tenacité ne leur ayant pas permis de résister au choc et au transport que les uns et les autres ont éprouvé.

2.° Sables marins tertiaires jaunâtres en bancs plus ou moins épais renfermant de nombreux cailloux roulés. Ces cailloux, pour la plupart calcaires, appartiennent en général aux formations d'eau douce. Les sables marins sur lesquels reposent les dépôts diluviens ont une assez grande puissance dans la partie supérieure de la colline au pied de laquelle coule la grande source de Bionne et d'où s'échappent les eaux du puits foré de M. Bancal; mais il n'en est pas de même auprès du puits foré, car dans cette partie ces sables ont à peiné 1 mètre de puissance.

3.° Marnes calcaires jaunâtres marines tertiaires dont l'épaisseur moyenne est de 4 mètres.

4.° Marnes argileuses marines tertiaires. Ces marnes, analogues aux marnes subapennines, offrent généralement une couleur bleuâtre. Elles ont paru séparées des marnes jaunâtres également marines par des lits peu épais de graviers calcaires chariés probablement par les fleuves dans le bassin de l'ancienne mer, où toutes ces couches, à l'exception des dépôts diluviens, ont été évidemment précipitées. Comme les eaux remontant de fond ont été rencontrées à environ 15 mètres au-dessous du sol, l'on juge aisément que, d'après la grande épaisseur que ces marnes présentent, on est loin d'être parvenu à l'extrémité de leurs couches.

Le sol supérieur de cette partie de la vallée du Lez n'offrant pas des bancs du calcaire pierreux qui repose ordinairement sur les marnes argileuses bleuâtres, on n'a pas trouvé d'obstacle réel dans le forage du puits de M. Bancal. Aussi le travail a-t-il été terminé dans l'espace de six jours.

Dans les premiers momens du jaillissement des eaux, celles-ci s'élevèrent jusqu'à 2m,599 (8 pieds) au-dessus du sol; mais plus tard, et lorsque les autorités locales furent vérifier le point où les eaux s'élevaient sans effort, on ne l'estima que de 1m,624 (5 pieds). Le 17 juillet 1831, lorsque nous nous sommes rendus à la campagne de M. Bancal, les eaux du puits foré ne s'élevaient qu'à 0m,45 au-dessus du sol.

Il est à remarquer qu'à la distance de 4 mètres du trou foré existe un puits construit d'après les procédés ordinaires, dont l'eau n'est que 0m,65 au-dessous du sol, en sorte qu'il n'existe entre les deux niveaux qu'une différence d'un mètre. Quant aux réservoirs qui alimentent les deux courans, quoique très-rapprochés, ils ne paraissent pas être les mêmes; du moins le niveau du puits ordinaire n'a nullement varié depuis l'ascension des eaux jaillissantes.

On arrive à la même conséquence en considérant la nature et la température des deux sources, qui sont loin d'être égales entr'elles. En effet, nous avons trouvé, le 17 juillet 1831, la température de l'eau du puits foré de 15°,75 et celle du puits ordinaire de 17°,50, d'où la différence 1°,75, la température de l'air variant de 25 à 26°,10 du thermomètre centigrade. Quant à la température de la source de Bionne, elle était également plus élevée que celle du puits foré et à peu près d'un degré, car elle se maintenait vers 16°,2. Aussi les habitans du village de Celleneuve regardent-ils l'eau du puits foré comme la plus agréable et la meilleure de toutes celles qui les entourent, indépendamment de ce qu'elle est la plus fraîche.

Les épreuves chimiques faites sur l'eau du puits foré justifient la préférence que lui donnent les habitans de la campagne de

M. **Bancal**. Soumise à une analyse d'indication, cette eau s'est montrée tout-à-fait analogue à celle de l'eau de la source de Saint-Clément qui alimente les fontaines de Montpellier. Comme cette dernière, l'eau du puits foré contient des proportions assez notables d'acide carbonique, de carbonate de chaux et d'hydro-chlorate de soude. Elle ne renferme qu'une très-petite quantité d'hydro-chlorate de chaux et des traces à peine appréciables de sels magnésiens; mais ce qu'il importe de faire remarquer, c'est qu'elle est entièrement dépourvue de sulfate de chaux.

Les proportions de sels magnésiens (hydro-chlorate et sulfate) ainsi que d'hydro-chlorate de chaux, paraissent beaucoup moindres dans l'eau du puits foré que dans celle de la source de Saint-Clément. La première est donc d'une qualité supérieure à celle-ci, qui passe cependant pour la meilleure des eaux qui sourdent dans les environs de Montpellier.

Quant à l'eau de la source inférieure de Bionne, elle présente, lorsqu'on la traite par les réactifs, les mêmes phénomènes que l'eau du puits foré, ce qui justifie ce que nous avons dit sur l'origine commune des deux sources.

En résumé, les eaux jaillissantes obtenues par M. **Bancal** sont sans contredit les plus fraîches et les plus pures de toutes celles que l'on a découvertes jusqu'à présent dans les environs de Montpellier. Elles doivent avoir leurs réservoirs au moins à 30 mètres au-dessous du sol, puisque leur température est à-peu-près égale à celle de la température moyenne annuelle de Montpellier. Sous tous ces rapports, M. **Bancal** a rendu un véritable service à son pays, et les travaux qu'il a entrepris pour y parvenir méritent d'autant plus d'être encouragés que les tentatives infructueuses que l'on avait faites pour obtenir des eaux jaillissantes dans nos environs avaient persuadé à la plupart des agronomes de nos contrées que l'on ne pouvait pas espérer de réussir, même dans nos bas fonds, à raison de leur éloignement des hautes montagnes. Détruire une pareille supposition est toujours une chose utile, même lorsque relativement à la position où les eaux jaillissent elles ne peuvent être employées à l'abreuvage des bestiaux et aux besoins des habitans d'un village. C'est en effet à ces seuls usages que l'on a employé les eaux du puits foré de M. Bancal ; mais l'on ne doit pas perdre de vue que les eaux fraîches et salubres ne sont pas extrêmement communes dans les environs de Montpellier, et que, par conséquent, leur découverte y a plus de prix qu'ailleurs.

Il ne nous reste plus maintenant qu'à établir quelques distinctions relatives aux puits forés ou puits artésiens considérés en général. Dans le langage ordinaire, on entend par puits foré les trous ou canaux verticaux pratiqués dans la terre, canaux dont le diamètre ne dépasse guère un décimètre, et qui ramènent vers l'extérieur des eaux souterraines. Ces eaux jaillissent parfois au-dessus du sol, ou bien, remontant de fond, elles s'élèvent plus ou moins dans les tuyaux du trou foré, sans cependant surgir au-dessus du niveau du terrain dans lequel le puits a été creusé. Ces dernières ne sont utilisées que lorsque les eaux obtenues par ce moyen, quoique ne s'élevant pas au-dessus du sol, ont cependant un niveau supérieur à celui de la plus grande partie des terrains qui s'en trouvent rapprochés. Mais pour les mettre à profit, il faut nécessairement construire des canaux qui puissent en faciliter l'écoulement au dehors.

Les eaux remontant de fond et que l'on obtient à l'aide d'un trou foré sont encore utiles lorsque ce trou a été pratiqué dans un puits construit selon les procédés ordinaires, car alors elles augmentent la masse de celles qui y existaient.

Quant aux eaux jaillissantes et qui s'écoulent par l'ouverture du trou foré, elles paraissent être entretenues par les infiltrations qui s'opèrent dans les terrains les plus superficiels, ou être alimentées à la fois par ces infiltrations et les nappes d'eaux souterraines. Celles-ci semblent les restes des anciennes eaux qui ont tenu en suspension les matériaux secondaires; aussi ne se trouvent-elles que dans les terrains ammonéens ou au-dessous de ces mêmes terrains.

Nulle part l'on n'est encore parvenu jusqu'à ces nappes d'eau dans nos contrées méridionales, les tentatives exécutées pour obtenir des eaux jaillissantes n'ayant point fait pénétrer au-dessous des terrains tertiaires. En effet, on est loin d'être parvenu au-dessous de ces terrains, puisque l'on n'a pas même les marnes bleues subapennines, généralement supérieures aux formations d'eaux douces tertiaires. Les eaux jaillissantes obtenues dans nos régions sont donc peu abondantes; d'ailleurs, on les voit sujettes à des intermittences de crue et d'abaissement qui suivent assez bien celles des phénomènes atmosphériques, ce qui serait peu sensible si l'on était descendu jusqu'à ces nappes d'eau logées entre les masses des terrains secondaires.

En résumé, comme l'épaisseur de nos terrains tertiaires paraît très-considérable, le procédé du forage n'est avantageux dans nos contrées méridionales que pour obtenir des eaux remontant de fond et améliorer les puits pratiqués selon les procédés ordinaires. Du moins des eaux jaillissantes n'ont été rencontrées que dans deux seules localités du midi de la France, localités dont la position faisait présumer que l'on pourrait avoir quelques succès. Cependant de nombreuses tentatives ont été faites de tous côtés, dans l'espoir de voir surgir d'abondantes eaux souterraines. C'est donc à ce but que doivent tendre les efforts de nos agronomes, et dans des pays comme le nôtre, où l'eau est d'un si grand prix, cet avantage vaut bien la peine d'être recherché.

◆

OBSERVATIONS GÉOLOGIQUES SUR LE DÉPARTEMENT DE L'AUDE,

Par M. **MARCEL DE SERRES**, Membre correspondant.

9 JANVIER 1835.

Les observations que l'on va lire ont été recueillies dans le courant de l'été de 1832, dans des excursions que nous avons faites avec MM. **FONDS-LAMOTHE**, de Limoux, et **ROLLAND DU ROCAN**, de Carcassonne. Elles ont eu pour but, de déterminer la position géologique du calcaire qui compose les montagnes élevées des arrondissemens de Limoux et de Quillan, ainsi que celle des macignos compactes, connus généralement dans le midi de la France sous le nom de grès de Carcassonne. Sous ce rapport, nos observations seront peut-être utiles à la connaissance du bassin parcouru par l'Aude, bassin qui a acquis une certaine célébrité géologique, depuis qu'un habile observateur, M. **TOURNAL**, l'a exploré avec autant de zèle que de succès.

Ce qui nous a encouragé dans nos recherches, c'est que, plus que personne, nous sommes convaincu que les travaux spéciaux qui n'embrassent qu'un petit espace sont les plus importans pour la science, et les seuls peut-être qui ne soient pas à refaire. Les observations qui se rattachent à des espaces peu étendus sont, relativement aux travaux généraux, ce que sont les monographies comparativement aux faunes ou aux flores ; elles sont le type duquel celles-ci émanent. Puissions-nous, dans le cadre étroit que nous nous sommes fait, et qui n'est autre que le tracé de notre route, avoir évité ces erreurs, où tombent si souvent ceux qui, forcés de voir beaucoup, voient tout sous le faux jour d'un système, ou voient mal, parce qu'ils n'ont ni le temps ni la volonté de tout observer.

Ainsi que nous venons de le dire, nous ne suivrons d'autre plan dans ces observations que celui qui nous est tracé par la route que nous avons suivie; aussi décrirons-nous les lieux que nous avons traversés dans l'ordre où ils se sont présentés à nous.

I. *Route de Montpellier à Narbonne, par Mèze, Pézénas et Béziers.*

Le bassin de Montpellier, essentiellement tertiaire, appartient aux formations immergées, quoiqu'au nord et à l'est de cette ville, les bassins de Montferrier et de Grabels, qui en sont très-rapprochés, ne présentent plus que des formations tertiaires émergées. Ces deux bassins n'étaient donc plus sous les eaux de l'ancienne mer, lorsque celle-ci recouvrait encore le bassin de Montpellier, et les contreforts qui les séparent de ce dernier le font aisément concevoir, ces contreforts ayant été soulevés antérieurement au dépôt des couches tertiaires émergées.

Les terrains tertiaires immergés qui constituent le sol des environs de Montpellier sont composés de sables marins, alternant parfois avec des marnes calcaires d'eau douce, après lesquelles paraissent des bancs pierreux de calcaire marin; ceux-ci, souvent divisés en plusieurs masses distinctes, sont quelquefois séparés par des marnes calcaires marines ou d'eau douce. Des lits de cailloux roulés de calcaire d'eau douce, percés par des coquilles perforantes marines, accompagnent ces bancs pierreux qui surmontent des marnes argileuses bleues, analogues à celles nommées en Italie marnes sub-apennines. Au-dessous de ces marnes bleues d'origine marine, quoique souvent chargées d'une grande quantité de sable de rivière, l'on voit parfois des lits de gros cailloux roulés de roches secondaires et même primitives, telles que des pegmatites et des granits, ou, ce qui est plus commun, des macignos compactes ou des molasses superposés sur des calcaires d'eau douce, au-dessous desquels on n'a pas encore pénétré, au moins d'une manière directe.

Ces diverses couches reposent probablement sur le terrain secondaire, quoiqu'aucune coupe n'ait encore démontré cette superposition. Mais cette superposition étant évidente pour les formations tertiaires émergées des bassins les plus rapprochés de celui de Montpellier, il doit, ce semble, en être de même des formations immergées, déposées dans le sein de l'ancienne mer, et par cela même plus puissante que les émergées, dont les dépôts ont eu lieu lorsque la mer avait abandonné les bassins où ils ont été opérés.

Ces formations tertiaires immergées s'étendent dans toute la plaine, depuis Montpellier jusqu'au-delà de Narbonne, éprouvant cependant par intervalle d'assez grandes interruptions que nous allons détailler avec plus de soin. Nous ne ferons connaître que celles qui sont sensibles sur la route que l'on suit. Ainsi, les formations tertiaires immergées s'étendraient presque sans interruption et parallèlement aux côtes de la Méditerranée, jusqu'à la chaîne des Albères, bien après Perpignan, si après Narbonne elles n'étaient remplacées par les formations tertiaires émergées pendant plusieurs lieues, c'est-à-dire, depuis cette ville jusqu'au-delà de Sigean.

La première interruption qu'éprouvent les formations tertiaires immergées a lieu à la descente de St.-Jean-de-Vedas, à une lieue au sud de Montpellier. Les formations secondaires s'étendent jusque sur la route, en plongeant au-dessous des premières. La seconde se voit avant la grande montée de Mèze; des gompholites et des calcaires secondaires l'opèrent. Mais sur la hauteur, les formations tertiaires immergées reparaissent bientôt. Ce sont des sables marins tertiaires avec des bancs pierreux, soit marins, soit d'eau douce, lesquels sont accompagnés de marnes calcaires des deux origines. Le contrefort qui constitue la butte en avant et au-dessus de Montagnac forme également une barrière naturelle entre les terrains immergés des bassins de Mèze et de Montagnac. Ce contrefort est formé par un calcaire secondaire qu'accompagnent des marnes de la même nature. Depuis la montée de Montagnac jusqu'à Valros, les formations immergées n'éprouvent pas d'autre interruption; mais dans ce dernier lieu, elles sont remplacées par les formations volcaniques, si abondantes dans les environs de ce village et de Pézénas. De Valros jusqu'au-delà de la Bégude, des dépôts diluviens puissans recouvrent les terrains tertiaires immergés, et ceux-ci ne sont presque plus visibles que dans un petit nombre de localités, où l'on reconnaît les sables marins, des marnes d'eau douce, ainsi que des bancs puissans de calcaire moëllon.

Au-dessus et au sud de la Bégude, les formations volcaniques reparaissent de nouveau; elles n'y sont plus caractérisées, comme à Valros, par des laves compactes et scoriacées, mais par des pépérines grisâtres qui y sont même exploitées, fournissant d'excellentes pierres de taille dont on fait un grand usage dans les constructions du pays. Ces pépérines se montrent également supérieures aux laves dans une infinité d'autres localités des environs de Pézénas. L'on sait qu'Herculanum a été en grande partie recouvert par une pépérine analogue à celle des environs de la Bégude et de St.-Adrien, mais qui n'a pas à la vérité la même solidité que cette dernière.

A la première descente après la Bégude reparaissent de nouveau à l'extérieur les formations tertiaires immergées, formations qui composent la colline sur laquelle Béziers est bâti. Cette colline présente bien clairement la superposition immédiate des calcaires marins tertiaires sur les calcaires compactes et les macignos d'eau douce. Cette superposition concordante est surtout apparente auprès de la pompe à feu, et cela à raison des grands travaux que l'on y a faits. Elle est si claire dans cette localité, que nous sommes à concevoir comment elle a pu être contestée. Il a bien fallu cependant finir par se rendre à l'évidence des faits. En effet, outre que cette superposition des bancs pierreux marins sur les terrains d'eau douce a lieu d'une manière immédiate auprès de la pompe à feu, comme sur les rives de l'Orb, auprès de la ville de Béziers, on la voit encore dans les carrières exploitées auprès du torrent de Bagnols. Ces carrières, peu distantes de Béziers, fournissent à cette ville, depuis des siècles, d'excellentes pierres de taille d'un calcaire d'eau douce compacte, sur lequel s'appuient les bancs pierreux marins et tertiaires. Ces calcaires d'eau douce, généralement caractérisés par de nombreuses hélices, offrent aussi dans certaines de leurs couches de petites espèces de cérites, lesquelles annoncent que leurs masses, comme celles des calcaires marins, ont été déposées dans le bassin de l'ancienne mer.

La présence de ces nombreuses coquilles de mer dans un calcaire d'eau douce nous a prouvé que les espèces fossiles ne suffisaient pas à elles seules pour en déterminer l'origine.

En effet, la pâte d'une roche est le point essentiel sur lequel doit se porter l'attention de l'observateur, puisqu'elle seule peut permettre de fixer d'une manière certaine leur nature. Ainsi, il arrive assez souvent qu'une roche d'eau douce des terrains immergés offre des coquilles marines ou d'autres produits de mer, tout comme une roche marine des coquilles d'eau douce; dès-lors, la nature de leur pâte est le seul caractère avec celui de leur texture qui puisse faire décider quelle a été leur première origine. En un mot, lorsque la pâte d'une roche est celle des roches des eaux douces, il importe peu qu'elle recèle ou non des produits marins pour se prononcer sur son origine; tout comme quand leur pâte est marine, la présence des coquilles terrestres ou fluviatiles ne peut pas la faire considérer comme des eaux douces ; seulement on doit en conclure qu'elle a été produite dans le sein d'une mer qui recevait des courans d'eau douce. Dans le premier cas, c'est-à-dire lorsque des roches à pâte d'eau douce offrent des coquilles marines (*), la présence de ces coquilles annonce que les dépôts fluviatiles ont été précipités dans le sein de la mer. Pareils effets ne se rencontrent, du reste, que dans les bassins immergés; car il ne peut s'en être opéré de pareils dans les dépôts des bassins émergés, ces dépôts ayant eu lieu lorsque la mer les avait déjà abandonnés.

L'on nous pardonnera sans doute la longueur de cette digression à raison de l'intérêt du sujet. L'on ne saurait trop insister sur la distinction qui existe entre les formations tertiaires immergées et émergées, puisque cette distinction n'a pas encore été faite dans des cartes publiées depuis peu par d'excellens géologues.

La superposition du terrain marin tertiaire, caractérisé dans le midi de la France par des bancs pierreux sur le terrain d'eau douce, est tellement sensible dans les environs de Béziers, qu'à mesure que l'on s'éloigne du torrent de Bagnols, et dès que l'on arrive à la hauteur de la pompe à feu, c'est-à-dire à celle où se maintiennent les formations marines, on voit celles-ci reparaître successivement. En poursuivant sa route vers le nord-ouest, l'on retrouve l'ensemble des couches marines, qui se présentent à l'observateur qui suit le grand chemin de Béziers à Narbonne. Ces couches se montrent superposées immédiatement sur les macignos, les poudingues et les calcaires d'eau douce qui, dans ces localités, constituent le terrain fluviatile tertiaire.

De Béziers au Pas-du-Loup les formations tertiaires immergées éprouvent peu d'interruption. Les bancs pierreux marins

---

(*) Tels sont les calcaires d'eau douce de Cruzy, près de Bize; les marnes d'eau douce de Lebrette, près Narbonne, et les calcaires fluviatiles de Béziers, qui recèlent, les premiers des huîtres et les derniers des cérites.

y composent les basses collines qui entourent Béziers, et ces bancs pierreux s'y montrent souvent au niveau du sol, surtout auprès des magnifiques carrières de Brégines. Depuis le Pas-du-Loup jusqu'à Narbonne, il en est à peu près de même; seulement dans les environs de Nissan les terrains d'eau douce y sont très-bien caractérisés.

Les formations tertiaires immergées se rencontrent de nouveau auprès de ce village, comme sur toute la route. Essentiellement composées de sables marins en couches puissantes, on y trouve un grand nombre de débris organiques, parmi lesquels on distingue une grande quantité d'huîtres, et principalement les *Ostrœa undata, virginiana* et *longirostria.* On a découvert dans les mêmes sables des débris d'éléphant, et particulièrement une grande partie d'une défense. C'est donc sur les tertiaires immergés que la ville de Narbonne est bâtie. Du reste les bancs pierreux marins ou le calcaire moellon qui appartiennent à cette formation y sont peu développés; ces bancs ne fournissent guère des pierres de construction.

La ville de Narbonne se trouve entourée de terrains tertiaires émergés à l'est, au sud et à l'ouest. Les formations émergées y commencent vers l'est, à une petite lieue vers Arnissan; il en est à peu près de même dans les deux autres directions. Seulement vers le sud les terrains tertiaires immergés qui composent l'île de Sainte-Lucie, ainsi que les îles de Bages, qui en sont fort rapprochées, s'étendent plus au-dessus de Narbonne que dans les deux autres directions. Quant aux formations tertiaires émergées, elles prennent un grand développement au sud de Narbonne, bien avant d'arriver au lieu nommé dans le pays le Lac, en raison probablement de ce qu'il a été jadis occupé par un lac, ainsi que l'annonce sa disposition générale et la nature des dépôts que l'on y découvre. On sait que l'on exploite depuis des siècles des gypses tertiaires, soit au Lac, soit auprès du village de Portel, qui n'en est distant que de trois quarts de lieue au plus. Ceux de cette dernière localité donnent du plâtre de meilleure qualité que ceux du Lac; mais ceux-ci sont bien plus intéressans à raison des nombreux poissons et des débris de végétaux qui les accompagnent. Ils ne paraissent pas avoir éprouvé un soulèvement bien violent, car leurs couches conservent leur horizontalité et leur parallélisme.

Au-dessous des dépôts diluviens, l'on observe dans les carrières du Lac des marnes calcaires jaunâtres, en lits nombreux, mais peu épais. La nature de la pâte de ces marnes nous les a fait juger d'eau douce, quoiqu'elles ne renferment aucune trace de corps organisés. L'épaisseur totale de ces couches marneuses est de dix ou douze mètres. A ces marnes en succèdent d'autres qui n'en diffèrent que par leurs nuances. Ces marnes sont toujours calcaires et effervescentes. L'épaisseur de ces dernières est d'environ un mètre. Des marnes jaunâtres viennent ensuite; celles-ci sont plus ou moins mélangées avec les précédentes. Leur puissance est d'environ deux mètres. Enfin paraît le gypse en bancs horizontaux assez minces, et dont l'épaisseur varie depuis 4 jusqu'à 12 ou 15 centimètres. Entre ces lits gypseux existent des bancs marneux chargés de débris de végétaux et de petits poissons, malheureusement trop brisés pour être déterminables. Nous nous sommes seulement convaincus qu'ils appartenaient à l'ordre des malacoptérygiens abdominaux, ordre qui fournit le plus d'espèces des eaux douces.

Enfin entre les lits peu épais de ces marnes, l'on observe le dusodyle ou houille papyracée de M. Cordier. Comme le dusodyle de Sicile, celui du Lac se présente en masses feuilletées, à feuillets minces papyracés, tendres et flexibles, avec une nuance grisâtre ou verdâtre. Il brûle également très-facilement répandant une odeur infecte. Il offre encore ce rapprochement avec celui de Sicile, de renfermer entre ses feuillets des empreintes de poissons et de plantes qui paraissent appartenir aux dicotylédones. La quantité des petits poissons dont les empreintes et quelquefois même la propre substance se trouvent entre les couches marneuses et les feuillets du dusodyle, est réellement prodigieuse. Ce nombre surprend d'autant plus que les eaux où ils ont vécu devaient être fort chargées de sélénite.

Quant à l'épaisseur de la masse gypseuse, elle ne dépasse pas 4 ou 5 mètres, en y comprenant les lits marneux qui alternent avec ces gypses. Nous ferons enfin observer que dans d'autres parties de la vallée, les gypses sont surmontés par des couches puissantes de calcaire d'eau douce et de marnes fluviatiles. Cette superposition des calcaires sur les gypses est évidente dans les carrières de plâtre que l'on exploite dans les environs du village de Portel, près de Narbonne.

Nulle part, dans les environs de cette dernière ville, comme dans tout le midi de la France, on ne voit la moindre liaison entre le sol secondaire et le sol tertiaire. Non-seulement il ne s'opère pas entre ces deux natures de sol le moindre passage, par les roches qui en font partie, mais ce passage, s'il avait lieu, serait en opposition avec leur mode de gissement; car les roches tertiaires se montrent constamment en superposition contrastante ou discordante sur les roches secondaires. Ceci a aussi bien lieu pour les formations tertiaires émergées que pour les immergées. Nous pourrions même en trouver des exemples dans les environs de Narbonne; pour les premières les carrières de Portel nous les fourniraient comme pour les secondes, la formation marine de Burgadelles, près Fleury, dans la Clape, à un quart de lieue de la Méditerranée.

On pourrait en quelque sorte comparer cette dernière formation à une espèce de culot de terrain marin tertiaire, lequel s'est déposé entre les couches d'un calcaire secondaire, et se trouve ainsi isolé de toute autre formation analogue. Le calcaire moellon se voit également en gissement contrastant sur la route qui de Pont-Royal conduit à Lambesc (Provence); ainsi que dans les environs de Lasfoux (Gard). Du reste, nous n'en finirions pas si nous voulions citer tous les lieux où l'on observe les terrains tertiaires en superposition discordante sur les formations secondaires. Aussi n'avons-nous vu rien de semblable à cette liaison que MM. Constant Prevost et Hoffmann ont cru reconnaître entre le sol secondaire et le sol tertiaire, soit au cap Passaro, soit auprès de Girgenti, en Sicile. Il y a au contraire solution de continuité entre les deux natures de sol dans le midi de la France; solution de continuité encore évidente, même lorsque le terrain tertiaire a éprouvé des bouleversemens postérieurement à son dépôt. C'est un des faits géologiques les plus remarquables et dont une foule de localités, et particulièrement la vallée de la Cesse, nous ont offert de nombreux exemples.

Outre ces gypses tertiaires, dont les bancs horizontaux et parallèles annoncent des dépôts opérés d'une manière lente, tranquille et successive, il en est d'une toute autre formation dans les environs de Narbonne. Ceux-ci se distinguent des premiers par leurs nuances très-variées, par leurs lits flexueux et contournés, par la présence des cristaux de quartz hyalin, et enfin par leur liaison avec des roches volcaniques et secondaires. Ces gypses se montrent ailleurs que dans les environs de Peyriach et de Ste.-Eugénie, près de Narbonne; ils sont en effet tout aussi abondans et en dépôts encore plus puissans auprès de Cazouls-les Béziers, particulièrement dans le lieu nommé le Roucan. Dans toutes ces localités les gypses secondaires se montrent adossés à des calcaires secondaires grisâtres, ou à des dolomites compactes également grises. Partout ces gypses se montrent percés par des roches pyroxéniques, qui se sont fait jour à travers leurs masses. Enfin, dans certaines localités, ces gypses sont liés en quelque sorte à des montagnes de porphyre argileux et accompagnés d'anhydrite, tout comme certains des gypses tertiaires des environs de Narbonne renferment de petites masses de soufre compacte.

II. *Route de Narbonne à Carcassonne.*

Nous n'avons presque rien dit des formations que l'on traverse en se rendant de Montpellier à Narbonne, ayant l'intention de porter toute l'attention de nos lecteurs sur celles du bassin de l'Aude ou de ses dépendances. Avant d'entrer dans les détails que notre route nous a fait connaître, exposons d'une manière générale la manière dont les diverses formations y sont coordonnées, et quelle est leur importance relative.

Les terrains tertiaires, principalement les dépôts qui se rapportent aux formations émergées, ont la plus grande étendue dans le bassin de l'Aude, particulièrement dans la direction du sud au nord; aussi comme ces formations se prolongent peu à l'ouest, elles cessent en quelque sorte au-delà de Carcassonne, dans cette même direction, tandis qu'elles s'étendent considérablement soit au sud, soit au nord, soit à l'est de cette ville. Quant aux formations tertiaires marines ou immergées, elles n'ont quelque importance et ne présentent un certain développement que vers la partie orientale de ce département. On ne les voit guères ailleurs que dans la vallée ou bassin de l'Orb, et dans quelques localités où elles sont complètement isolées, comme l'île de Ste.-Lucie, par exemple. Là ces formations marines, encore baignées par des eaux salées, se montrent peu éloignées des mers actuelles.

Partout ailleurs, la disposition des bassins secondaires a été un obstacle au séjour des eaux de l'ancienne mer, pendant la période tertiaire sur le sol de ce département. Cet obstacle nous explique comment les formations tertiaires immergées y sont si peu développées, surtout comparativement à l'extension qu'ont prise ces mêmes formations dans les bassins de l'Orb, de l'Hérault, ainsi que dans les vallées de la Têt et du Thec (Pyrénées-Orientales), qui en sont extrêmement rapprochées.

Dans ce dernier département ou dans le bassin du Roussillon, les formations tertiaires immergées sont non-seulement dominantes relativement aux formations émergées, mais elles occupent à peu près à elles seules la partie la plus basse de ce bassin. Il y a plus, les eaux douces qui se rendaient dans le bassin de l'ancienne mer, étant trop rapides pour pouvoir y accumuler de vastes dépôts, y ont mêlé leurs troubles avec les sables et les limons marins. Aussi lorsqu'on examine les formations immergées du bassin du Roussillon, on les voit composées de couches formées par des limons ou des sables marins et fluviatiles. Il en est tout différemment du bassin occidental du département de l'Aude; barré, bien avant la Méditerranée, par des montagnes plus ou moins élevées, ce bassin ayant pu retenir les eaux douces qui s'y précipitaient, n'offre que des dépôts des eaux douces ou des formations émergées.

Les dépôts des eaux douces les plus rapprochées des mers actuelles se rapportent à des calcaires d'eau douce, lesquels calcaires sont parfois accompagnés de dépôts gypseux, quelquefois assez abondans pour être l'objet d'exploitations régulières. Les plus éloignées de la Méditerranée, quelle que soit leur direction, sont formées non plus essentiellement de calcaires d'eau douce, mais de grès à grains fins quartzeux, réunis par un ciment calcaire, sorte de macignos compactes verdâtres connus généralement sous le nom de grès de Carcassonne (*), parce qu'à raison de leur solidité l'on s'en sert comme de pierres de taille. Ces macignos constituent des bancs de la plus grande étendue et d'une puissance des plus considérables. Aucune roche, si ce n'est des gompholites monogéniques, n'est superposée à ces macignos dans la plus grande partie du bassin de l'Aude. Cependant dans un petit nombre de localités, comme,

---

(*) Traité de Géognosie de M. DAUBUISSON, tom. II, page 437.

par exemple, à Cesseras, ces macignos sont recouverts par des calcaires d'eau douce plus ou moins compactes et plus ou moins chargés de planorbes et de lymnées. Mais le plus généralement ces roches de grès ne sont accompagnées et n'alternent qu'avec des gompholites, des marnes argileuses ou calcaires et quelques bancs sableux. Aussi leur exploitation est-elle des plus faciles; il suffit de pratiquer une ouverture et de creuser dans leur masse pour enlever de magnifiques pierres de taille, qui sont d'autant plus précieuses qu'elles prennent un assez beau poli et offrent le grand avantage de ne point s'altérer à l'air.

Ces macignos, ou grès de Carcassonne, parviennent parfois à une assez grande élévation; ils la doivent au soulèvement qu'ils ont éprouvé postérieurement à leurs dépôts. Ce soulèvement leur a fait prendre une position plus ou moins rapprochée de la verticale. Quelquefois même leurs assises ont été tellement redressées, qu'ils forment comme d'immenses aiguilles sur le sommet des montagnes qui en sont composées. Ces roches se présentent ainsi dans les collines de Fossan ou Fauzan, près Cesseras.

Ces formations émergées du bassin de l'Aude peuvent très-bien être comparées au nagelfluhe ou aux molasses de la Suisse, soit par leur position, soit par rapport aux animaux que les uns et les autres renferment, animaux qui se rapportent à des mammifères terrestres et à des reptiles. Dans les macignos de la vallée de l'Aude, comme dans les molasses de la Suisse, ces mammifères terrestres sont à peu près tous de l'ordre des pachydermes, appartenant aux genres *lophiodon*, *palæotherium* et *tapir*. Il paraît même que l'on y a également découvert des débris d'*anoplotherium*. Nous n'avions point reconnu des restes d'animaux de ce genre, ni même dans les collections de M. Destrem, lorsque M. Pitorre, qui a examiné ces terrains d'une manière toute particulière, nous a montré un fragment de maxillaire inférieur, qui se rapporte à une espèce de ce genre.

Parmi les différentes espèces de palæotherium que nous avons pu déterminer, nous citerons d'abord le *palæotherium medium* de M. Cuvier et une autre espèce nouvelle beaucoup plus petite que le *palæotherium minus*, et qu'à raison de sa petite taille M. Pitorre se propose de décrire sous le nom de *parvulum*. Quant aux lophiodons, nous possédons celle que M. Cuvier a désignée sous le nom de la grande espèce de Batsberg (Tom. II, pag. 197, pl. VII, fig. 1, 3 et 5), et que nous nommerons *magnum*, pour la distinguer de la plus grande et de la moyenne, que l'on pourrait désigner sous les noms de *giganteum* et de *medium*. Nous avons cette dernière que M. Cuvier a signalée comme l'espèce moyenne déterrée à Issel. (Tom. II, pag. 177, pl. II, fig. 1.) Mais ces espèces sont loin d'être les seules qui existent dans les macignos de Carcassonne.

Quant aux reptiles ils se rapportent à des chéloniens et à des sauriens. Les débris des chéloniens y sont les plus nombreux; ils appartiennent aux trois genres, savoir : celui des tortues, des trionyx et des émydes. Nous avons vu dans un torrent rapproché de Cesseras une carapace tout entière d'un individu de ce dernier genre, carapace que M. Pitorre avait découverte et que les ouvriers s'étaient amusés à briser. Les sauriens se rapportent principalement aux crocodiles. Des coprolites, probablement de grands sauriens, se trouvent également dans ces grès verts ou macignos. Les coquilles sont fort rares dans ces roches; cependant, ainsi que s'en est assuré M. Pitorre, les couches sur lesquelles s'appuient les calcaires d'eau douce offrent comme ces calcaires des planorbes et des lymnées. M. Raynal, ingénieur du canal du midi, en a même observé dans des bancs de macignos sur lesquels n'existait aucune trace de calcaire d'eau douce. Ces observations prouvent à quel point les coquilles y sont rares; on le conçoit très-bien, pour des roches qui ne sont formées que par des grains de sable quartzeux et de calcaire réunis par agrégation mécanique.

En un mot, l'ensemble des calcaires d'eau douce du bassin de l'Aude est caractérisé par de nombreuses coquilles fluviatiles, lacustres ou terrestres. Les macignos, qui y constituent des formations de la plus grande étendue, abondent au contraire en débris de mammifères terrestres et de reptiles qui jusqu'à présent n'ont offert que des espèces des deux grandes familles, celles des chéloniens et des sauriens. Mais dans toutes ces formations, l'on ne voit nulle trace d'un corps organisé marin. Par conséquent ces calcaires et ces macignos appartiennent aux formations émergées, puisqu'à l'époque de leurs dépôts le bassin de l'Aude avait été abandonné par l'ancienne mer, lorsqu'au contraire à la même époque ou à une époque postérieure les eaux de l'ancienne mer recouvraient encore la partie la plus orientale de ce même bassin.

S'il fallait se prononcer sur l'antériorité des formations émergées de la partie occidentale du bassin de l'Aude, relativement aux formations immergées de la partie orientale de ce même bassin, nous le ferions presque sans hésitation. En effet, les macignos ne se trouvent dans le midi de la France, lorsqu'ils sont en contact avec les formations immergées, qu'au-dessous de ces formations et parfois même en gissement contrastant, ce qui prouve l'antériorité de leurs dépôts. Enfin, l'on ne trouve pas, comme espèces caractéristiques des terrains immergés du midi de la France, les palæotherium et les lophiodons, tandis que ces genres se rencontrent presque seuls dans les macignos du bassin de l'Aude. Ces genres n'y sont donc pas accompagnés de cette foule d'espèces dont plusieurs ne diffèrent pas de nos races actuelles, et qui pourtant abondent dans nos formations immergées. Or, ces espèces analogues à nos races vivantes annoncent un plus grand rapport avec les temps présens que ne peuvent le faire des genres dont rien ne rappelle les formes ni le mode d'organisation dans notre monde actuel.

Aussi est-il plus essentiel dans la comparaison des espèces fossiles de faire attention aux espèces caractéristiques des formations que d'en déterminer les proportions. En effet, pour ne pas sortir de l'exemple des macignos de la vallée occidentale de l'Aude, ces macignos présentent comme caractéristiques les espèces de deux genres perdus, des *palæotherium* et des *lophiodons*; mais ces genres se trouvent dans une infinité d'autres localités, et ce qui est plus remarquable encore, dans d'autres formations. Ainsi on les découvre dans le bassin de Paris, aussi bien dans le calcaire grossier que dans le gypse ; en Auvergne et aux pieds de la Montagne-Noire, ainsi que dans les environs de Castelnaudary, dans les calcaires d'eau douce ; tandis que dans les environs de Montpellier on les observe dans le calcaire moellon et les sables marins tertiaires qui alternent ou qui recouvrent ces bancs pierreux. Enfin, les molasses et les nagelflühe de la Suisse ont également présenté ces genres inconnus dans la nature vivante.

Les *palæotherium* et les *lophiodons* ne caractérisent donc essentiellement que nos macignos, les gypses du bassin de Paris et enfin les molasses de la Suisse. Dans les autres terrains que nous venons de signaler, ces genres n'y sont ni assez nombreux ni assez isolés pour être considérés comme caractérisant la population de l'époque à laquelle ils ont appartenu, pour ainsi dire accidentellement, ceux-ci étant sur le point de s'éteindre tandis que les autres, au contraire, arrivaient sur la scène du monde. Du reste ces genres paraissent avoir péri plutôt dans les lieux dont la température était la plus basse, et cette influence de la température sur la prolongation de leur vie explique très-bien leur présence dans des terrains d'une date aussi récente que le sont nos sables marins tertiaires.

Un second ordre de collines plus élevées, ou, pour mieux dire, de montagnes, appartient à des formations toutes différentes ; celles-ci se composent de calcaires secondaires qui se rapportent à la craie compacte inférieure. Cette roche, fort répandue dans le midi de la France, est assez généralement placée comme la craie tufau ou la glauconie crayeuse. Elle abonde, et surtout les marnes qui les accompagnent, en corps organisés, principalement en mollusques et en zoophytes marins. Leurs espèces ont assez de constance pour caractériser ces terrains, qui n'ont de commun avec les véritables formations crayeuses que leur position, d'être très-stériles et de renfermer une assez grande quantité de nummulites, de bélemnites, d'ammonites et de spatangues.

Le troisième ordre de montagnes des montagnes de l'Aude se compose encore de calcaire, mais d'une époque plus ancienne. Ce second système calcaire se rattache aux formations jurassiques et, à ce qu'il paraît, à l'étage le plus supérieur de ces formations. Les formations de cette époque n'y prennent un certain développement qu'au sud de Narbonne ; elles y constituent un petit chaînon particulier connu dans le pays sous le nom de la Clape. Quelques accidens de terrains pyroïdes ou volcaniques se montrent disséminés, soit dans cet ordre de montagnes, soit dans le système précédent. L'on y voit aussi quelques amas gypseux, caractérisés par la présence de cristaux de quartz hyalin prismé, cristaux que l'on ne voit jamais dans la masse de gypses tertiaires. Ces amas gypseux ont été probablement produits par des causes du même ordre que celles auxquelles il faut attribuer les terrains pyroïdes. L'irrégularité de ces amas en lits contournés et fortement flexueux, le fait du moins aisément supposer. Quoiqu'il en soit, ces deux genres de dépôts paraissent intimement liés l'un à l'autre, car ils s'accompagnent à peu près constamment; ils n'ont pris nulle part une grande extension, même dans les environs de Cazouls-les-Béziers (Hérault), où ils sont le plus développés.

Le quatrième ordre de montagnes du bassin de l'Aude appartient à une époque plus ancienne. Un calcaire compacte, noirâtre ou grisâtre, traversé ou non par des veines spathiques blanchâtres, le compose. Ce calcaire, susceptible de recevoir un beau poli, pourrait être exploité comme marbre, surtout celui qui compose les montagnes qui bordent la route de Limoux à Alet. Dans certaines cavités qui existent entre les couches de ce calcaire, sur la même route, l'on découvre de petits amas de marnes noirâtres, bitumineuses, lesquelles marnes offrent de nombreuses coquilles pyritifiées des genres orbulite et arca. Ces coquilles y sont accompagnées de fer sulfuré en rognons arrondis et parfois de lignites.

Ces marnes noirâtres paraissent d'une date plus récente que les calcaires dans les cavités desquels elles se montrent, puisqu'évidemment elles ont rempli ces cavités postérieurement à leur formation. Aussi, malgré la présence de ces corps organisés, l'on doit, ce semble, rapporter les marbres ou les calcaires de la partie la plus occidentale du bassin de l'Aude aux formations secondaires les plus inférieures, ou aux terrains dits de transition. Ces calcaires composent les plus hautes montagnes de l'arrondissement de Limoux et partie de celui de Quillan. Il paraît également que les marbres de Caunes, dont nous aurons plus tard occasion de parler, se rattachent aux mêmes formations, quoique l'on y découvre parfois de nombreuses petites orbulites, et rarement des bélemnites remarquables par leur peu de largeur et leur longueur, ce qui leur donne des formes très-aiguës.

Ce calcaire de transition a percé les masses de craie compacte et celle des calcaires jurassiques, et par suite du soulèvement qu'il a éprouvé, il est parvenu à une hauteur qui dépasse souvent 2,000 mètres. On le voit parfois reposer immédiatement sur des roches de schiste argileux ou de phyllade micacé, lesquelles roches ont été également soulevées. Probablement le soulèvement de ces schistes et de ces phyllades n'a pas été sans influence sur la hauteur à laquelle sont parvenues les roches calcaires de transition.

Les roches schisteuses ou phylladiennes composent bien à elles seules des montagnes (environs de Quillan); mais ces montagnes n'atteignent jamais une élévation aussi grande que celle à laquelle sont arrivées les roches calcaires. Ces roches sont terminées par de vastes plateaux, sur lesquels sont établies les grandes forêts de pins et de sapins, si étendues dans l'arrondissement de Quillan.

Les schistes argileux et les phyllades micacés reposent à leur tour sur des roches cristallines primitives, et cela d'une manière immédiate. C'est soit sur des gneiss, soit sur des granits que s'appuient ces roches schisteuses; l'on observe distinctement cette superposition dans les environs des forges de Ginela, comme aussi dans les environs de St.-Pons et de la Salvetat (Hérault), où les mêmes formations se reproduisent avec à peu près les mêmes roches.

Des grès secondaires composent aussi quelques montagnes qui se rattachent au bassin de l'Aude. Tels sont ceux que l'on aperçoit dans les environs des bains de Rennes. Ces grès ne se rapportent pas cependant à la craie compacte inférieure, quoique cette roche compose la plus grande partie des montagnes qui entourent ces bains. On les voit au contraire constamment subordonnés aux calcaires liassiques et jurassiques. Ces grès sont le plus généralement d'un blanc jaunâtre à grains fins, et comme ils ne contiennent pas des grains de feld-spath, on ne peut guère les assimiler aux arkoses. Ils rentrent plutôt parmi les psammites quartzeux chargés de grains calcaires, que de toute autre roche.

Quant aux grès ferrugineux et aux grès verts proprement dits, ceux-ci, généralement peu développés dans le bassin de l'Aude, si ce n'est entre Narbonne et Fontfroide, se rattachent constamment à la craie compacte inférieure, à laquelle ils sont presque toujours subordonnés.

Telles sont les principales formations qui composent les basses collines et les plus hautes montagnes du bassin de l'Aude. Ainsi les collinesles moins élevées et les plus rapprochées des mers actuelles se composent des formations tertiaires immergées, lesquelles se composent de calcaires, de marnes et de sables marins. A celles-ci succèdent des collines plus élevées, lesquelles s'écartent davantage des mers, et que l'on voit uniquement formées de terrains tertiaires émergés. Ces terrains sont composés uniquement de roches des eaux douces, telles que des calcaires, des marnes et des macignos, caractérisés principalement par des ossemens de pachydermes et de reptiles.

Quant aux amas gypseux, soit qu'ils appartiennent aux formations tertiaires, soit qu'ils dépendent des formations secondaires, ils ne sont jamais assez abondans pour constituer à eux seuls des collines et encore moins des montagnes. Il en est de même des formations volcaniques que l'on observe dans le département ou dans le bassin de l'Aude.

Enfin les montagnes les plus élevées appartiennent aux calcaires noirs de transition, ainsi qu'aux schistes argileux et aux phyllades micacés. Celles qui sont composées de roches calcaires atteignent souvent une hauteur de 2,000 à 2,500 mètres, tandis que les collines formées par les terrains tertiaires immergés ne dépassent pas la faible élévation de 200 mètres. Cette élévation est bien surpassée par celles qui sont composées par les terrains tertiaires émergés; celles-ci atteignent souvent jusqu'à 500 et même 600 mètres de hauteur.

Ces premiers points fixés, l'on saisira plus facilement les détails dans lesquels nous allons entrer, en décrivant les lieux que nous avons parcourus.

De Narbonne à Carcassonne la route se dirige constamment à l'ouest; elle passe d'abord auprès de Montredon, village bâti au milieu d'un bassin où se montrent les terrains tertiaires, et que parcourent l'Aude et l'Orbieu. Avant ce bassin la craie compacte inférieure, sans aucune autre roche recouvrante, avait composé la masse des montagnes. Mais une fois que l'on est sorti la craie reparaît de nouveau et se prolonge jusqu'au-delà de Lezignam. On ne quitte plus ensuite les terrains tertiaires émergés dont le macigno ou grès dit de Carcassonne est la base, en même temps que la roche dominante.

Ces terrains se composent à partir des dépôts diluviens : 1.° de gompholites monogéniques ou poudingues calcaires, accompagnés parfois de psammites quartzo-calcaires ou grès blanchâtres à très-petits grains ; 2.° de marnes calcaires verdâtres, lesquelles alternent avec les gompholites, les dernières couches se trouvant à peu près constamment des marnes ; 3.° de macignos compactes verdâtres ou grès de Carcassonne, dont les parties les plus supérieures se montrent en couches distinctes et parallèles. Des marnes sans coquilles alternent avec les parties les plus supérieures de ces grès. Lorsque ceux-ci deviennent compactes, ils prennent une telle solidité qu'ils semblent ne plus former qu'une seule masse. Ils offrent, ainsi que nous l'avons déjà observé, une assez grande quantité de débris de mammifères terrestres et de reptiles.

Les masses de macignos exploitées près de Carcassonne ont été peu soulevées ; du moins leur inclinaison est extrêmement faible, ne dépassant guère 15 ou 20 degrés ; il n'en est pas de même de ceux que l'on observe dans la vallée de St.-Michel, formant une série de collines élevées, au pied desquelles sont bâties les villages de Cesseras et d'Azillanet. Ici les couches de grès tertiaire émergé ont éprouvé un soulèvement si violent qu'elles sont devenues presque verticales, formant au sommet des collines où elles se montrent comme des aiguilles analogues à celles des granits. Par suite de ce redressement, les macignos ont formé des collines élevées, surtout dans la vallée de St.-Michel, ainsi que dans diverses parties de la vallée de l'Aude. Ces collines, quelquefois terminées par des plateaux d'une assez grande étendue, se montrent couronnées de calcaire et de silex d'eau douce.

Les parties les plus inférieures de ce système tertiaire reposent le plus souvent d'une manière immédiate sur la craie compacte inférieure ; ce système offre çà et là des dépôts de lignites assez abondans pour être exploités. Les principaux lieux où ce combustible est l'objet d'exploitations régulières sont Cesseras, Azillanet, Minerve, la Caunette, Oupia, Maillac et Agel. Outre ces localités, où les lignites ont été le sujet de travaux plus ou moins réguliers[1], il en est encore d'autres où des tentatives d'exploitations ont été faites à différentes époques. Ainsi à Siran, à La Livinière, à Félines, à Bize et à Cabezac, de pareilles tentatives ont eu lieu, mais elles n'ont pas été continuées.

Quant aux formations que l'on observe dans ces mines, elles sont toutes à peu près les mêmes ; aussi prendrons-nous celles que l'on voit à la Caunette comme un exemple qui peut à lui seul faire connaître toutes les autres.

Ainsi, à la Caunette, en partant du niveau du sol vers le bas de la montagne, on observe :

1.º Un grès calcaire offrant parfois des grains quartzeux assez gros et se rapportant aux macignos compactes grisâtres. Ces macignos, d'un gris plus ou moins foncé, se rattachent à la même formation que les verdâtres dont nous nous sommes déjà occupé. La terre végétale seule les recouvre par intervalles des gompholites monogéniques. L'on n'y voit nulle part, si ce n'est à Bize et à Cabezac, des traces de dépôts diluviens.

2.º Un calcaire d'eau douce, fissile, blanchâtre, sans traces de corps organisés.

3.º Un calcaire d'eau compacte, renfermant de nombreuses coquilles fluviatiles, parmi lesquelles les planorbes et les lymnées sont les plus abondants. La puissance de ce calcaire est assez variable, puisqu'elle est tantôt de 10 mètres, tantôt de plus du double. Il en est de même de celle des macignos, qui ont souvent une épaisseur plus considérable que 40 ou 50 mètres.

4.° Un calcaire argileux, passant presqu'aux macignos d'un gris jaunâtre ou gris bleuâtre, exploité par les ouvriers comme pierres de taille. L'épaisseur de ce calcaire est de 2 à 4 mètres;

5.° Calcaire d'eau douce fortement bitumineux, séparé par des veinules d'un lignite pierreux, d'un noir aussi vif que brillant. La puissance de cette couche calcaire varie entre 10 à 12 mètres.

6.° Schiste carburé, noirâtre, nommé le *nerf* par les ouvriers. Il offre de nombreux planorbes et lymnées. Sa puissance varie de 2 à 12 mètres.

7.° Première couche de lignite friable, généralement d'une qualité inférieure aux lignites, que celui-ci surmonte. Ce lignite, dont la puissance est de 0m,50 à 1 mètre, offre souvent dans la partie la plus supérieure de ses couches des planorbes et des lymnées.

8.° Schiste noirâtre carburé, mêlé plus ou moins confusément avec des rognons de calcaire d'eau douce, chargé de coquilles fluviatiles. Son épaisseur varie depuis 1 mètre jusqu'à 4 mètres.

9.° Seconde couche de lignite plus compacte et plus beau que le lignite supérieur. Son épaisseur très-variable n'est guère au-delà de 0m,50; mais sa couche s'étrangle au point de disparaître assez souvent. Ce lignite fournit celui de la meilleure qualité.

10.° Schiste carburé noirâtre, mêlé plus ou moins confusément avec le calcaire d'eau douce, dit *roc bleu* par les ouvriers. Sa puissance varie entre 0,50 à 2 mètres. Les coquilles fluviatiles se montrent ici au contact des deux systèmes de couches du schiste et du calcaire, soit les planorbes, soit les lymnées, soit enfin les *unio*.

11.° Calcaire d'eau douce compacte plus ou moins chargé de lignites, mais le devenant bien moins à mesure que l'on en étudie les couches inférieures. Sa puissance fort considérable varie de 10 à 15 mètres.

12.° Troisième couche de lignite généralement très-étranglée à la Caunette; aussi y est-elle peu l'objet d'une exploitation régulière.

13.° Des couches de calcaire d'eau douce terminent cette série tertiaire. La puissance de ce calcaire est fort inégale; tantôt elle est très-considérable et tantôt elle est fort faible. A la Caunette ces couches d'eau douce reposent immédiatement sur le calcaire blanchâtre secondaire, ou craie compacte inférieure, caractérisée dans cette localité par de nombreuses nummulites d'une petite dimension. Il paraît qu'il en est de même à Bize.

Ce calcaire évidemment soulevé repose sur un calcaire de transition assez compacte, à texture semi-cristalline, souvent noirâtre ou d'un vert sombre; ce qui l'a fait considérer par certains géologues comme une roche verte amphibolique. Ailleurs que dans la vallée de la Cesse, le calcaire à nummulites est superposé à un calcaire volitique ou jurassique. Quant aux *unio*, que l'on observe dans les mines à lignites de ces localités, principalement dans celles de la Caunette, elles se rapportent au moins à deux espèces différentes. Les plus grandes se rapprochent par l'ensemble de leurs caractères, soit à *l'unio crassissima*, soit à *l'unio margaritifera*. Les plus petites, assez voisines par leur forme, des *unio littoralis* et *pictorum*, surtout de la première, se rencontrent soit dans les calcaires, soit dans les schistes qui sont en contact avec les lignites, principalement dans les couches supérieures à celles de ces combustibles. Quelquefois l'on en découvre dans les couches de lignites; mais ce cas est le plus rare. Du reste, d'après M. Narbonne, propriétaire des mines de la Caunette, ces bivalves se trouvent surtout dans les parties qui ont été le plus bouleversées ou le plus violemment soulevées.

En embrassant le système entier de tous ces dépôts à lignite, dépôts riches et puissans, et qui ont reçu dans le pays le nom de Charbonnières, on remarque qu'il forme comme un vaste éventail, dont les bancs, qui commencent à Cabezac, ont leur pente générale du sud-est au nord-ouest. Les couches de lignite de Bize ont été reconnues sur plus de douze points différens; certaines ont été exploitées, et cette exploitation a permis de reconnaître qu'elles appartiennent à la même direction. Le système moyen offre des couches assez rapprochées de la verticale; mais cette verticalité n'a lieu que d'une manière progressive et presque insensible. Auprès de la métairie de l'Andure, la verticalité des couches de lignite est réellement remarquable, tant cette verticalité y est prononcée. Aussi les couches de lignite exploitées, soit à Mailhac, soit à Agel, y sont presque perpendiculaires. Après Agel, la direction des couches de lignite change complètement. Leur direction devient alors du nord-ouest au sud-est, et parfois du nord au sud. Par suite ces dernières couches, comme celles qui les précèdent, sont coupées par la rivière de Cesse.

Parmi les mines de lignites de ce système septentrional, l'on peut comprendre les mines d'Aigues-Vives, du Caillol, ainsi que l'extrémité septentrionale de la concession d'Agel, et en remontant les mines supérieures de la Caunette, de Minerve, d'Azillanet, de Cesseras, de Siran, de La Livinière et de Felines. Le même système se prolonge vers St.-Chinian et Cessenon; là il traverse la rivière de l'Orb et s'étend jusqu'au village de Causse qui, comme les précédens, se trouve dans le département de l'Hérault, et est bâti sur le dernier chainon de cette chaîne calcaire dont il a reçu le nom.

On comprend donc dans le pays sous le nom de charbonnières toutes les couches de lignites dont la direction est du sud-est au nord-ouest. Cependant les mines de Cabezas, qui en font partie, sont tout-à-fait en opposition, par leur direction, avec celle propre aux couches de lignite de Mailhac et d'Agel, lesquelles sont placées sur le point le plus élevé des montagnes. Celles-ci, d'abord perpendiculaires, deviennent insensiblement horizontales, à mesure qu'elles s'étendent dans la plaine de Ginestas, de Mirepeisset et d'Argeliés; en sorte qu'un changement de niveau en opère un non moins considérable, soit dans leur direction, soit dans leur inclinaison.

Quant aux lignites de Bize, qui se trouvent également dans la vallée de la Cesse, on les voit bien traverser cette vallée; mais ils sont bientôt arrêtés par la petite chaîne de calcaire olithique dans lequel sont ouvertes les cavernes de Bize. Il est probable que les mêmes dépôts de lignites, si abondans dans les diverses localités que nous venons de signaler, le sont également dans les terrains calcaires des environs de Castres, qui y sont connus sous le nom de Causse. Nous croyons donc pouvoir avancer que si on fait des fouilles dans ces localités, elles seront couronnées de succès.

Enfin, nous avons découvert dans les mines de lignites de la Caunette une cyclade fossile striée concentriquement et qui nous paraît différer de toutes les espèces connues, et particulièrement des *cyclas concinna et aquæ sextiæ* de Sowerby.

De Carcassonne nous avons été visiter la grotte de Limozy ou Limouzis, qui a dans le pays une assez grande célébrité. Il faut consacrer une journée entière à cette course, surtout si l'on veut visiter les carrières de grès verts ou macignos de Malves et de Conques, Limozy étant distant d'environ quatre lieues de Carcassonne.

Les terrains tertiaires s'étendent depuis Carcassonne jusqu'à Conques, étant recouverts par intervalles par des dépôts diluviens. Après Conques, l'on traverse les terrains de craie compacte, remarquables par leur couleur blanche, ainsi que par la grande quantité de nummulites qu'ils renferment. Cette formation, très-développée auprès du hameau de Lassac, situé sur la rive droite de l'Orbiel, fournit du moellon, fort employé dans les constructions.

Dès que l'on a traversé la petite rivière de l'Orbiel, et sur sa rive gauche, l'on voit les formations changer tout-à-coup; des schistes argileux de transition et des phyllades se montrent au-dessous d'un calcaire noirâtre, veiné de blanc, le même qui forme en partie les gorges d'Alet, ainsi que celles de Pierre-Lis, du Col-St.-Georges, enfin les hautes chaînes des environs des bains de Rennes et de Quillan, dans l'arrondissement de Limoux, au-dessus desquelles s'élève le pic de Bugarach. Ce calcaire occupe également la rive droite de l'Orbiel, en amont de Lassac; jadis on y a exploité une mine de fer spathique et peroxidé. Les travaux sont abandonnés depuis long-temps; à peine en voit-on quelques traces auprès du château de la Caunette. Celles de ce château disparaîtront peut-être bientôt elles-mêmes, s'il faut en juger par les ravages des ouragans auxquels ce château est exposé, par suite de sa position sur un rocher presque isolé et battu par les vents. Le 26 août 1826, une partie de la toiture et des bâtimens du château furent emportés, et les modestes habitations des villageois ne furent pas plus épargnées.

Après avoir visité les formations schisteuses qui s'élèvent au-dessus des moulins d'Artigues et de Belfortés, nous reprîmes notre route et nous nous dirigeâmes vers le nord-est, c'est-à-dire, vers Limouzis. La route suit une montagne fort escarpée, par suite du redressement qu'ont éprouvé les masses calcaires qui la composent. La grotte se trouve à un gros quart de lieue à l'est du village. Elle est grande, spacieuse et d'un accès facile; on ne peut cependant pas parvenir jusqu'à l'extrémité de ses galeries. Les eaux abondantes qui y séjournent vous empêchent d'y pénétrer. En effet, de toutes parts des eaux s'épanchent de la voûte de cette caverne, entraînant avec elles des dépôts de carbonate de chaux, qui s'y accumulent sans cesse et y produisent ces belles stalagmites et stalactites, qui sont pour les curieux des sujets continuels d'étonnement. Malgré ce travail constant, aucun des corridors de la caverne n'est obstrué, ni même les plus étroits des boyaux qui reçoivent continuellement des dépôts calcaires. Ainsi quoique la formation des stalactites et des stalagmites s'opère avec la plus grande promptitude, nulle part elle n'a encore obstrué les passages de ces cavités. Il faut donc qu'elle n'ait pas commencé depuis une époque bien reculée, puisque ses résultats sont si faibles et si restreints ; car l'on ne peut pas supposer que partout les ouvertures par lesquelles l'eau qui tenait en dissolution de la chaux carbonatée aient été complètement obstruées.

Le sol de la caverne de Limouzis est recouvert par une couche épaisse d'un limon argileux, rougeâtre, fort tenace, dans lequel on ne voit ni ossemens ni cailloux roulés. Ce limon est recouvert par un glacis stalagmitique calcaire, que surmonte également un limon argileux moins épais que le limon inférieur. Ainsi toutes les fois que des cavités souterraines sont éloignées des lieux où existent des terrains tertiaires ou des dépôts diluviens, et que leur élévation au-dessus des mers dépasse 400 ou 500 mètres, et qu'enfin des cailloux roulés ne se montrent plus disséminés dans les limons, on peut être presque certain que l'on n'y découvrira pas la moindre trace d'ossemens. Cette absence de débris organiques est d'autant plus frappante, que la grotte de Limouzis n'est pas très-distante de celle de Sallèles, où, de concert avec M. Pitorre, nous en avons découvert un assez grand nombre appartenant à des espèces de mœurs et d'habitudes les plus disparates.

Quand au calcaire dans lequel sont ouvertes les cavernes de Limouzis, il est semi-cristallin, d'un blanc bleuâtre, sans trace de corps organisés. Ses couches sont parfois presque verticales, tant le soulèvement qui les a exhaussées a été violent. Cette roche repose sur des phylfades, et appartient, à ce qu'il paraît, à la même période secondaire que les calcaires des gorges d'Alet et de Pierre-Lis. A l'extérieur, la roche calcaire dans laquelle la grotte de Limouzis est ouverte est blanchâtre, par suite de la décomposition qu'elle a éprouvée ; mais lorsqu'on enlève sa croûte, alors on voit que son intérieur est d'un gris bleuâtre plus ou moins foncé, suivant les fragmens que l'on examine. La décomposition qu'éprouvent en général les roches calcaires à leur surface y produit souvent des différences d'aspect et de formes qui en modifient singulièrement les caractères extérieurs ; aussi pour reconnaître ces modifications, est-il nécessaire de les briser, car sans cela on aurait des idées très-fausses sur leurs véritables caractères.

Excursion de Carcassonne au village de Caunes, en passant par Villalier et Villegier.

La route qui de Carcassonne conduit à Caunes est aussi belle qu'agréable ; elle traverse de fort belles plaines fertilisées par les rivières du Fresquel et d'Argent-Double. La première de ces rivières passe au-dessous du canal royal, qui se trouve ainsi suspendu. Ce travail, nommé dans le pays le Pont-Rouge, est digne de tous ceux qui distinguent d'une manière éminente le canal du midi.

Toute la plaine que l'on traverse est composée à peu près uniquement de dépôts diluviens, lesquels dépôts s'appuient immédiatement sur les grès tertiaires ou macignos, dont Carcassonne est en grande partie bâtie, et dont nous avons déjà parlé avec assez de détails pour ne pas être obligé d'y revenir. Ce n'est que lorsqu'on arrive à Caunes que la route se rapproche un peu des montagnes ; du moins jusqu'alors elle en était fort écartée. Les montagnes au pied desquelles le bourg de Caunes se trouve bâti appartiennent aux formations intermédiaires ou de transition.

Elles sont en effet composées de schistes argileux, et parfois de phyllades micacés, sur lesquels reposent des calcaires compactes en grandes masses, ou marbrés de diverses nuances. Aussi les marbres de Caunes sont-ils inépuisables, formant à eux seuls une chaîne assez étendue qui va se joindre avec celle qui compose les gorges d'Alet, de Pierre-Lis et de St.-Georges.

Quand aux carrières de marbre, elles sont ouvertes à peu de distance et au nord-ouest du village. Ces carrières fournissent plusieurs qualités de marbres colorés. On y distingue en effet :

1.° Du marbre griotte, dont la beauté dépend de celle de ses nuances et surtout du nombre de taches rouges qui se détachent du fond plus sombre, particulier à cette variété. On aime encore à y voir de belles veines de calcaire blanc spathique.

Ce marbre griotte offre parfois de nombreuses petites orbulites blanches et spathifiées, ainsi que des bélemnites à forme étroite et alongée. Mais ces dernières y sont des plus rares. Cette variété est connue dans le commerce sous le nom d'*œil-de-perdrix*, à raison sans doute des orbulites, qui rappellent en quelque sorte la forme de cet organe.

La seconde variété, dont on a extrait à plusieurs époques des masses énormes, est le marbre incarnat. On peut en voir de belles colonnes dans l'église de Notre-Dame-del-Cros, petit ermitage situé dans une jolie position à une demi-lieue de Caunes. Ce marbre incarnat offre également une autre variété connue sous le nom de *turquin*. Cette variété se distingue du marbre incarnat ordinaire, en raison des nombreuses taches ou veines de spath calcaire blanchâtre ou grisâtre.

Le marbre incarnat est ordinairement réservé pour les grands monumens et pour les églises. Aussi la plupart des colonnes des autels des églises du midi de la France sont elles en marbre incarnat, dont les nuances rouges et blanches ont beaucoup d'éclat et de vivacité.

Le marbre cervelas, soit rouge, soit jaune, se distingue des précédens par ses nuances et le mélange de diverses taches ou veines disposées avec beaucoup d'irrégularité sur un fond d'un gris plus ou moins sombre. Lorsque les taches ou veines qui en varient le fond sont éclatantes, alors ce marbre est très-estimé; dans le cas contraire il l'est moins.

Enfin la qualité de marbre la plus abondante est le marbre gris, lequel est distingué en deux variétés suivant ses nuances: le marbre gris foncé et le marbre gris clair. Cette qualité de marbre est la plus compacte; aussi fournit-elle des plaques et des masses sans aucune fente et de la plus grande étendue. Malheureusement les nuances de ce marbre ne sont pas assez belles pour le faire rechercher, à moins qu'il ne présente des taches d'un rose incarnat plus ou moins vif. Alors seulement cette variété est très-estimée. On l'emploie du reste avec avantage pour en faire des cheminées ou des dessus de commode ou de table.

Le mode d'exploitation suivi à Caunes est des plus simples et des plus curieux; on est étonné de la dextérité des ouvriers qui enlèvent des masses énormes taillées carrément, et cependant sans autre guide que leur vue exercée. Ce genre d'industrie s'est tellement étendu à Caunes, que presque tout le village en est occupé. Aussi y compte-t-on jusqu'à cinq établissemens destinés à préparer le marbre, que l'on répand ensuite dans tout le midi de la France. Parmi ces établissemens nous citerons particulièrement celui dirigé par MM. Grimes, dont les étrangers qui visitent Caunes ont tant à se louer.

Des établissemens d'un autre genre répandent également la prospérité dans un pays où l'industrie fait tous les jours de nouveaux progrès. C'est dans les ateliers de Caunes que les fabricans de Carcassonne font teindre leurs draps en noir; soit que le procédé qui y est suivi soit préférable à celui en usage à Carcassonne, soit que la qualité des eaux y ait quelque influence, il est certain que les draps teints en noir à Caunes sont préférés par tous les négocians, et par suite par les consommateurs, quoique leur prix soit généralement plus élevé.

Route de Limoux à Alet et aux bains de Rennes.

Limoux est situé au confluent du Couyain et de l'Aude, dans un vallon riant, que des collines assez élevées entourent de toutes parts. A ces collines de craie compacte inférieure succèdent des montagnes calcaires de transition, dans la direction du sud et de l'ouest. Les terrains tertiaires ne s'y montrent plus; il en est de même dans les arrondissemens de Rennes et de Quillan, ainsi que dans ceux qui sont encore plus élevés. Seulement des marnes et des gompholites paraissent en couches puissantes auprès de Limoux; ces roches se rattachent aux formations secondaires; aussi les voit-on recouvrir immédiatement la craie compacte et grisâtre, à laquelle elles sont comme liées.

Ces gompholites sont tous polygéniques; des cailloux roulés de roches primitives, empâtés par un ciment parfois calcaire et parfois quartzeux, les composent. Leurs lits supérieurs offrent des gilets d'un plus grand volume que ceux que l'on voit dans les lits inférieurs. Il en est de même de ceux que les alluvions actuelles entraînent tous les jours. Les plus rapprochés de la surface y sont presque constamment ceux dont le volume est le plus considérable.

Au-dessus de ces gompholites l'on découvre des marnes calcaires aussi bigarrées dans leurs nuances que celles qui ont reçu ce nom. Elles sont donc jaunâtres, violâtres ou rougeâtres, selon les lieux où on les observe. Les lits les plus supérieurs ont une stratification peu tranchée; il n'en est pas de même des lits inférieurs, qui se font encore remarquer par une grande solidité. L'on n'y aperçoit aucune trace de corps organisés; il n'y en a pas non plus dans les gompholites. Ces derniers alternent avec des psammites quartzeux ou grès blancs en bancs puissans, lesquels sont accompagnés parfois de rognons de jaspe.

Ce premier terrain se montre assez développé dans les environs de Limoux, surtout vers Alet, pendant l'espace d'une demi-lieue.

La craie compacte inférieure succède aux marnes; cette craie offre deux variétés principales. Les lits supérieurs sont formés par un calcaire noirâtre, compacte, assez chargé de nummulites généralement petites, mais très-abondantes, surtout dans les fissures de séparation que l'on voit entre les couches. Les lits inférieurs présentent un calcaire dont la dureté est plus considérable et les nuances plus sombres. Les nummulites qui s'y trouvent sont plus grandes et plus aplaties. Ces corps organisés sont loin d'être les seuls que l'on y rencontre. Nous ne citerons que les genres de ces débris organiques, la plupart d'entr'eux, ayant perdu leur tête, ne peuvent guère être déterminés spécifiquement.

Nous nous bornerons donc à signaler, parmi les univalves, les *cerithiunis*, les *turbo*, les *trochus*, les *natica*, les *buccinunis*, les *eburna* et les *pleurotomaria*; parmi les bivalves : les *terebratula*, les *plagiostoma*, les *podophi*, les *cordium*, les *venus*, les *cytherea*, les *arca*, les *tellina* et les radiolites. Parmi les coquilles uniloculaires, les ammonites et les bélemnites caractérisent également ces terrains, ainsi que les stippurites, si tant est que ces coquilles ne soient pas des bivalves.

Les zoophytes y sont aussi fort abondans, principalement des polypiers des genres *madrepora astræa*, *meandrina*, *turbinolia*, et, de plus, le *cyathophyllum plicatum* de Goldfuss. Les mêmes terrains nous ont encore offert des zoophytes échinodernes, parmi lesquels nous citerons seulement les *cidarites subangularis* et *rotula*, ainsi que les *spatangus gubbus* et *lievis*.

La seconde variété de craie est un calcaire grisâtre compacte, caractérisé par un assez grand nombre de serpules. Ce calcaire a quelques rapports avec les lumachelles à serpules des environs de Montferrier, près de Montpellier. Seulement on n'y voit point dans les couches minces supérieures, ces nérites, ces modioles, ces limes si abondantes dans la craie de Montferrier.

Au-dessous de cette variété de craie, dont les couches semblent constamment les plus inférieures, l'on découvre un calcaire noirâtre extrêmement tendre, à couches minces sans corps organisés, qui semble opérer la liaison d'une formation à l'autre. En effet, au-dessous de ces couches minces, apparaît un calcaire noirâtre, compacte, à cassure brillante, et que des veines blanchâtres extrêmement nombreuses traversent dans toutes sortes de directions. Ce calcaire pourrait à raison de ses nuances être employé comme marbre, dont il a du reste la finesse et la dureté; mais il se brise trop facilement pour être enlevé en grandes plaques. On n'y voit aucune trace de corps organisés; aussi paraît-il se rattacher aux formations secondaires les plus inférieures ou à celles dites de transition.

Bien qu'il soit dépourvu de débris organiques, l'on découvre cependant entre ses masses des amas de marnes bitumineuses d'un noir foncé, dans lesquels il existe des pyrites ferrugineuses en globules arrondis, avec des orbulites et des arca. Il se peut que ces marnes y aient été entraînées postérieurement au dépôt du calcaire, ce qui est assez probable, vu leur position et leur peu de continuité. Les alternances entre le calcaire marbre et les schistes coticules sont au contraire évidentes; elles sont en effet si nombreuses qu'elles ne laissent aucun doute sur la contemporanéité des uns et des autres.

Enfin au-dessous des calcaires noirâtres paraissent des schistes argileux ou phyllades satinés en assises peu puissantes et parfois brisées et contournées de la manière la plus bizarre. Aussi soit la craie, soit le marbre noir, soit les phyllades que celui-ci recouvre, tout a été redressé et soulevé; c'est ce que nous aurons plus tard l'occasion de mieux développer. En attendant, nous nous bornerons à faire remarquer que la pente de ces montagnes suit celle de la vallée dans laquelle l'Aude a établi son lit, lit que cette rivière est loin d'avoir elle-même creusé, mais dans lequel elle a pris son cours comme dans le point le plus bas. Nous citerons plus tard une preuve positive de ce fait, qui du reste peut être généralisé et appliqué à la plupart des fleuves et des rivières.

Alet, bâti sur la rive droite de l'Aude, offre des eaux thermales peu renommées, probablement à raison de celles beaucoup plus actives et plus salutaires des bains de Rennes. Celles d'Alet ont, les moins chaudes, 22° de Réaumur, et les plus chaudes, nouvellement découvertes, 28°. Alet, ville autrefois siége d'un évêché, est encore remarquable par des restes de monumens romains qui ne la tirent pas cependant de l'oubli ; aussi sans commerce et sans industrie, cette ville a-t-elle perdu la plus grande partie de sa population. Aux approches d'Alet la craie prend le plus grand développement, et avec elle l'ensemble des nombreux débris organiques qui la caractérisent. Depuis long-temps les environs de cette ville fournissent aux curieux *les pétrifications*, pour me servir d'une expression vulgaire, dont ils ornent leurs cabinets. Nous fûmes fort étonnés d'en trouver un assez grand nombre de réunies dans le modeste manoir du cuisinier de l'auberge la plus accréditée. Notre surprise fut plus grande encore d'y voir des échantillons de magnésie sulfatée, dont les aiguilles avaient plus d'un demi-pied de longueur. Ces échantillons, réellement magnifiques, venaient des grottes de Calatagud, situées sur les frontières des royaumes d'Arragon et de Castille. Cet amateur, qui avait demeuré assez long-temps au service du capitaine-général de l'Arragon, se les était procurés en Espagne.

Pour se rendre aux bains de Rennes, la route se dirige vers le sud, suivant la gorge dans laquelle l'Aude a son cours. Cette gorge est moins resserrée que celle que l'on suit de Limoux à Alet. A l'embranchement de la route de Couiza et de celle des bains de Rennes, on se dirige à l'est et l'on quitte tout-à-fait la vallée de l'Aude. Le chemin suit des montagnes escarpées; leur stérilité indique assez la roche qui les compose. La craie compacte est très-développée sur toute cette route, principalement vers les rochers dits de Cascavel, à une demi-lieue au sud d'Alet. Ces roches sont souvent redressées, offrant par intervalle des cavernes plus ou moins spacieuses, dans lesquelles on découvre bien une grande quantité de limon rougeâtre, analogue à celui qui remplit les cavernes à ossemens, mais dans lequel l'on ne découvre nulle trace de cailloux roulés ni de débris organiques. Ainsi partout se vérifie la loi que nous avons annoncée sur la dispersion des ossemens; nulle part en effet l'on n'en découvre dans les cavités souterraines élevées de plus de 500 mètres au-dessus du niveau des mers, et qui sont séparées par de grands espaces des terrains tertiaires ou des dépôts diluviens.

Lorsqu'après l'embranchement des deux routes on suit une direction vers l'est, on ne quitte plus la formation de la craie; entre Peyrolles et Lucques, les roches qui en font partie prennent un développement tout particulier. Cependant, lorsqu'on a traversé la petite rivière de la Salz après le village de Serres, l'on retrouve les phyllades et les schistes argileux que l'on n'avait plus revus depuis les gorges d'Alet. Ces phyllades durent peu, la craie et les marbres noirs les recouvrant dans la presque totalité du bassin de Salz où se trouvent les fameuses sources thermales dites les bains de Rennes. Dès que l'on arrive au bain doux, nommé ainsi parce que les eaux qui en sourdent sont moins chaudes que celles du bain fort (elles n'ont que 32 ou 33 degrés du thermomètre de Réaumur), on voit la craie compacte en bancs parallèles, lesquels n'ont qu'une faible inclinaison. Le peu d'inclinaison de ces calcaires est d'autant plus remarquable que les montagnes qui bordent les rives de la Salz ont des flancs très-abruptes et des pentes par conséquent fort raides. Par suite de cette disposition, le lit de cette rivière est très-encaissé et fort resserré entre les roches escarpées au pied desquelles elle s'écoule.

La température du bain de la Reine ne s'élève guère au-delà de 30 à 31 degrés ; mais celle du bain fort parvient jusqu'à 41 ou 42 degrés. La température de ces diverses sources croît donc avec celle de leur profondeur, fait qu'il est facile de concevoir si l'on admet que le globe jouit d'une température qui lui est propre, laquelle s'augmente à mesure que l'on pénètre dans son intérieur. Relativement aux sources qui nous occupent, on est frappé de la température qui règne dans le souterrain où s'écoulent les eaux du bain fort et où l'on a établi les douches. Elle est si forte et si accablante qu'on ne peut guère la supporter ; incommode pour les personnes en santé, elle est salutaire à ceux que de graves douleurs amènent au milieu de ces montagnes.

Les eaux qui alimentent les diverses sources des bains de Rennes s'échappent toutes des rochers de craie. Il est probable qu'elles viennent de plus bas et que leurs réservoirs sont dans les terrains de transition ou peut-être dans les terrains primitifs. Ces eaux, connues depuis une époque déjà fort reculée et dont les Romains paraissent avoir fait un grand usage, d'après du moins les médailles nombreuses et les divers monumens que l'on y découvre chaque jour, ne paraissent point avoir varié, du moins d'une manière sensible dans leur température ni dans leur composition. Elles guérissent aujourd'hui les mêmes maladies que du temps de Jules-César, ce qui prouve la constance des causes auxquelles sont dues les eaux chaudes intérieures plus ou moins chargées de matières minérales.

De Rennes nous avons été visiter la montagne nommée dans le pays le Barreng, sur le sommet de laquelle se trouve un lac qui porte le même nom. Dès que l'on a quitté la vallée, on suit un sentier fort escarpé en se dirigeant vers l'est, laissant à l'aquilon le Puech-Cardon, point culminant des territoires de Serres et de Rennes. En traversant ces vastes terrains de craie, l'on est frappé à la fois de leur stérilité et du grand nombre de débris organiques répandus à la surface du sol. Ces débris se rapportent principalement à des spatangues, des hippurites, des cyclolites, des radiolites et des madrépores. L'on juge aisément que ceux que l'on découvre ainsi à la surface du sol sont pour la plupart brisés. Cependant, à l'aide de recherches minutieuses, l'on finit par en distinguer d'assez entiers, dont nous avons déjà désigné les genres et auxquels nous ajouterons le *pecten quinque costatus*, des *plagiostoma*, des *buccinum*, des *cucultœa*, des *podopsis*, ainsi qu'un grand nombre de *lima*, de *lucina*, de *terebratula* et de *cytherea*. Parmi les espèces découvertes dans cette localité, nous signalerons une grande *cytherea*, remarquable par de grosses stries transverses. Cette *cytherea* y a été trouvée par M. Adamoli. Après une heure d'une marche pénible, on arrive à une fondrière, sorte de puits, qui s'est formé tout-à-coup au mois d'avril 1826. Cette fondrière, dont la circonférence est d'environ 30 mètres et la profondeur de 50, se prolonge vers sa base par une cavité dont l'étendue n'a pu encore être appréciée, produite, comme il est aisé de le reconnaître, par l'affaissement des rochers formant voûte qui supportaient le sol et les arbres qui y étaient excrus. Elle deviendra plus considérable encore lorsque les rochers de la cavité par laquelle elle se termine viendront à s'ébouler, ce qui peut arriver d'un moment à l'autre. Du reste, ces sortes de puits naturels sont assez communs dans les terrains calcaires, quelle que soit leur formation. Le plus considérable et le plus profond est celui que l'on voit dans les environs de Bozouls (Aveyron). La profondeur égale à sa circonférence est d'environ 100 mètres. Les environs de Montpellier nous en présentent également dans la craie, mais bien moins remarquables que ceux que nous venons de citer.

De cette fondrière nous avons été visiter le petit lac du Barreng, situé à peu de distance, presqu'au sommet de la montagne du même nom et dont la position est des plus riantes. Ce lac n'a guère plus de 60 à 65 mètres de circonférence; sa profondeur est, dit-on, fort considérable. Il se trouve comme au centre d'un cirque calcaire formé par des couches calcaréo-marneuses dont le parallélisme et l'horizontalité sont assez prononcés. Les habitans de Montferrand et des campagnes voisines racontent les choses les plus absurdes relativement à ce lac.

Du Barreng nous nous sommes dirigés sur Montferrand, village bâti à mi-côte au milieu des rochers lacérés de craie compacte. Sur la route et au nord du Barreng nous passâmes aux pieds de quelques rochers de craie, qui, par suite du soulèvement, avaient une forme aussi pyramidale que les aiguilles de certains granits. La descente jusqu'à Montferrand est des plus rapides; mais nulle part nous ne vîmes la moindre trace des formations volcaniques que l'on nous avait annoncées. Du reste, partout où il existe des eaux thermales l'on suppose que des formations volcaniques doivent se montrer. Quoique ces deux genres de phénomènes aient entr'eux des rapports sensibles, relativement du moins aux causes qui les ont produits, l'existence des uns n'est nullement liée à celle des autres, comme semblent le croire ceux qui ne se sont jamais occupés de sciences naturelles.

Des bains de Rennes nous avons fait une excursion à la source de l'eau salée; on nomme ainsi une des sources de la rivière de la Salz, assez chargée de sel de cuisine pour occuper quelques villageois à son extraction. L'on suit d'abord la rivière de la Salz, que l'on remonte sur la rive droite et puis sur la rive gauche. Au confluent de cette rivière et de celle qui prend sa source au pied du pic de Bugarach, l'on voit une coupe propre à faire connaître la succession des couches des formations secondaires inférieures à la craie. Ainsi, dans la partie supérieure, l'on observe la craie compacte en couches puissantes et très-développées auxquelles succèdent des psammites quartzeux micacés ou grès le plus généralement blanchâtres, quelquefois cependant rubanés ou même rougeâtres. Ces grès offrent souvent des empreintes de tiges végétales; des calcaires plus ou moins compactes en couches peu épaisses se présentent ensuite; lesquels calcaires alternent soit avec des grès, soit avec des marnes calcaires bleuâtres.

Toutes ces roches reposent sur le calcaire marbre noirâtre que nous avons déjà décrit, ou sur les mêmes phyllades dont nous avons parlé. La route se continue à travers ces formations, les grès blancs prenant le plus grand développement en avant du village de Songragnes. Lorsqu'on y arrive, c'est au contraire la craie compacte qui paraît la plus étendue. Les roches qui la composent sont seulement plus marneuses et offrent une fort grande quantité de coquilles fossiles. Nous avons remarqué principalement des *ostræa cytherea, lucina*, des *cerithium* et de petites espèces de *turitella.*

Du village de Songragnes à la source de l'eau salée on suit un sentier rapide qui s'élève à travers les roches calcaires, entre lesquelles existent de nombreuses touffes d'arbres qui ombragent la route d'une manière agréable. Enfin, après trois grandes heures de marche, l'on arrive à la source de l'eau salée. Cette eau sort des calcaires secondaires, sur lesquels repose la craie compacte de ces contrées, craie analogue par sa position à la craie tufau ou à la glauconie crayeuse. Des gypses secondaires avec de nombreux cristaux de quartz accompagnent ces roches de craie. L'eau qui découle de ces rochers est assez chargée de sel pour que l'on en retire par ébullition. Cette extraction est l'objet d'un petit commerce pour les fermiers peu fortunés d'une grange qui en est fort rapprochée. Ce sel, composé en grande partie de sel marin ou chlorure de sodium, retient pourtant quelques petites quantités de chlorure de calcium et de magnésium. A l'ouest de la source salée ou de la petite rivière connue dans le pays sous le nom de la Salz, existe une côte escarpée qui conduit au passage *del pas dal capella.* Avant de parvenir à ce col, on peut visiter une galerie ouverte sur la hauteur pour extraire du jayet ou des lignites tertiaires inférieurs, lesquels appartiennent aux formations tertiaires émergées. Ces lignites sont accompagnés de marnes bitumineuses noirâtres, lesquelles offrent constamment du fer sulfuré, qui passe au fer sulfaté dans les lieux où il existe des courans d'air extérieur.

Ces lignites sont connus depuis fort long-temps. En effet, on lit dans un dénombrement fait au roi en 1672, par le sieur de Montesquieu, seigneur de Bugarach et de Songragnes : « En-» semble je possède dans le debès des salines les mines de jayet » et de couperose, qui me portent peu de revenu à cause du » grand travail qu'il y convient et en cazuel. » Aussi ces lignites ont-ils été exploités avec quelqu'avantage avant l'introduction en France du jayet, et lorsque cette matière était plus prisée qu'elle ne l'est aujourd'hui. Il existe encore des traces de ces anciennes exploitations; plusieurs galeries bouchées par des éboulemens l'attestent assez; enfin une nouvelle galerie y avait été pratiquée il y a trois ou quatre années; mais les circonstances ont mis un terme à ces travaux. On y découvrit d'assez beaux morceaux de succin ou ambre jaune.

Le lignite de Songragnes renferme donc de nombreux rognons de succin ou ambre jaune d'un brun noirâtre. Les plus gros de ces rognons atteignent à peine les dimensions d'un œuf de poule; les uns sont translucides et les autres presque opaques; tous les fragmens jouissent des propriétés électriques à un assez haut degré. Ce succin, dans lequel on ne voit pas de traces d'insectes, donne de l'acide succinique à la distillation. Il brûle avec flamme et fumée, en fondant facilement et donnant une odeur aromatique agréable. Les parties opaques, après avoir brûlé, prennent un poli assez vif et une translucidité toute particulière. Ces caractères annoncent assez que le succin de Songragnes n'est point de la même nature que celui que l'on découvre au milieu des lignites de Saint-Paulet (Gard), lignites qui appartiennent aux formations tertiaires immergées. Ce dernier en est un. Au-dessous des lignites se trouve la craie compacte inférieure, caractérisée dans cette localité par de nombreux corps organisés, parmi lesquels nous mentionnerons spécialement une grande turitelle qui nous paraît nouvelle, et qui, par ses proportions, mériterait bien le nom de *turitella gigantea.* Elle n'a pas moins de 116 millimètres de diamètre, et les tours dont elle est formée ont, d'un bord à l'autre, jusqu'à 55 millimètres. Malheureusement cette coquille, qui devait être lisse d'après ce qu'il en reste, était en grande partie brisée; nous ne pouvons par conséquent en donner les proportions d'une manière bien exacte. A en juger d'après la dimension de ses tours, cette espèce pouvait avoir environ 350 ou 360 millimètres de longueur (plus d'un pied). Elle devait être tout au moins aussi grande que le *cerithium giganteum;* mais ses dimensions dans le sens de la largeur devaient être près du double de celles de cette dernière espèce.

L'on se dirige donc vers l'ouest pour se rendre au pic de Bugarach. Le chemin suit toujours les roches calcaires qui ont surgi presqu'à plomb au-dessus de la vallée. Une fois que l'on est arrivé à la crête de ces montagnes et que l'on a passé le col nommé dans le pays *le pas dal capella*, on aperçoit le pic de Bugarach, qui s'élève comme une immense muraille verticale au-dessus des roches de craie qu'il a percées. Ce pic, formé par le même calcaire que celui qui compose les gorges de Pierre-Lis ou du col Saint-Georges, se rattache à une même chaîne soulevée postérieurement à la craie compacte inférieure, chaîne qui court de l'est à l'ouest. Ce calcaire, tantôt d'un bleu noirâtre, tantôt d'un gris plus ou moins foncé, paraît presque dépourvu de corps organisés, comme la plupart des calcaires de transition ou des calcaires secondaires inférieurs.

Il faut environ deux petites heures pour gravir sur le sommet, qui est élevé au-dessus de la vallée d'environ 1,500 mètres, et de 1,900 au-dessus de la mer. Du haut de cette montagne, remarquable par sa forme et sa hauteur, on jouit d'une vue fort étendue, laquelle dédommage un peu des fatigues que l'on a éprouvées pour y arriver. Sèche et stérile, à peine y voit-on par intervalle quelques touffes d'arbres peu élevés. Rien ne peut donc réjouir l'œil sur ce mont solitaire, si ce n'est l'aspect imposant de la vue dont on y jouit. Aussi s'empresse-t-on de le quitter et de redescendre dans la vallée qui n'est guère plus riante.

Si le pic de Bugarach est composé d'un calcaire de transition, les collines qui sont à ses pieds et au travers desquelles il a surgi appartiennent toutes à la craie compacte inférieure. Cette craie, en couches puissantes et dont certaines se montrent redressées par suite du soulèvement des masses qu'elles revêtaient, est caractérisée par de nombreux fossiles. L'on y voit des milliers de spatangues, des *buccinum*, des *natica*, des *cerithium*, et enfin de petites huîtres assez mal caractérisées et à peu près indéterminables.

Enfin, après une marche assez longue et fort fatigante, on arrive au village de Bugarach, bâti au fond de la vallée. Depuis ce village jusqu'au hameau de la Vialasse le chemin est peu pénible. Une fois que l'on y est arrivé, il faut constamment gravir une côte escarpée. De la hauteur, l'on admire l'immense soulèvement qui a produit les deux murs verticaux à la base desquels s'écoule la petite rivière de Bugarach. Cette rivière se trouve donc encaissée entre des roches calcaires secondaires, remarquables non seulement par leur soulèvement, mais surtout par l'irrégularité de ce même soulèvement, qui en a plié les couches en demi-cercle ou en forme d'un grand S. Après une heure de marche on descend à La Ferrière, et de ce lieu l'on se dirige, en montant à peu près constamment, vers le terroir de Servairon, toujours sur la rive droite de la petite rivière de Bugarach.

Une fois arrivé à Servairon, l'on est frappé de l'étendue et du grand développement des psammites sablonneux ou grès micacés à cailloux quartzeux. Ces grès présentent, au sommet des montagnes qu'ils composent, des aiguilles prismatiques tout-à-fait verticales comme les murailles d'un édifice. Des éboulemens nombreux rompent ces aiguilles et les rendent encore plus aiguës et plus étroites. Enfin on rejoint la rivière de la Salz ou de Salies, on passe au haut de l'ermitage et au pied de la roche calcaire de laquelle sort la source dite du Cercle, qui est une dépendance des bains de Rennes et dont les eaux sont ferrugineuses.

Le village des Bains se trouve dans une gorge de montagnes très-resserrées, lesquelles se dirigent du sud au nord et perpendiculairement à l'horizon. Ces montagnes appartiennent toutes aux formations secondaires, et la plupart d'entr'elles à la craie compacte inférieure. En général, cette roche forme dans ces contrées les montagnes qui ont de 800 à 1,000 mètres de hauteur, tandis que celles qui dépassent ce niveau appartiennent au calcaire secondaire inférieur dit de transition, ou aux psammites sablonneux (grès micacés), ou aux phyllades et schistes argileux de transition. Les autres roches intercalées par intervalle entre celles-ci y ont généralement peu d'importance. Quoi qu'il en soit, la rivière de la Salz traverse presque tout le territoire des bains de Rennes et divise ce village en deux parties. La majeure partie des maisons se trouve adossée à la montagne qui est à l'est de la rivière, maisons dont l'auberge est la plus considérable.

Course des bains de Rennes à Quillan.

Pour nous rendre de ces bains à Quillan, nous prîmes des chevaux et suivîmes les montagnes en passant par les communes de Granes et de Saint-Ferréol. Nous ne rejoignîmes le grand chemin qu'au-dessous de ce dernier village et à une petite lieue de Quillan. En quittant Rennes, on gravit des montagnes fort escarpées, soit de craie, soit de psammite ou de grès micacé.

De la hauteur il est facile de juger combien les pentes de toutes ces montagnes sont abruptes, et quelle en est la disposition la plus générale.

Ainsi, les roches calcaires offrent en grand une forme semi-circulaire, et lorsqu'elles couronnent les montagnes leur forme est assez semblable à celle d'édifices qui tombent en ruines.

Les psammites ou les roches de grès offrent au contraire vers leur sommet une disposition en aiguilles aiguës et distantes les unes des autres, ce qui leur donne une forme comme lacérée. Les montagnes, composées au contraire de phyllade ou de schiste, sont généralement angulaires à leur sommet; fait assez remarquable, dans tout le territoire depuis Limoux jusqu'à Alet ces schistes sont moins déchirés et moins lacérés que les autres roches. Leurs nuances sont aussi généralement plus sombres et leur végétation plus rare et moins belle que celle qui existe sur les rochers calcaires de transition.

En avant de Granes, la craie compacte grise se décompose en marne blanche; la couleur de cette roche devient tout-à-fait analogue à la craie blanche. Cette roche n'en a cependant pas l'aspect, ni le mode de cristallisation, ni enfin les corps organisés particuliers à la craie, dont elle a pris la couleur. Le village de Granes, bâti au fond de la vallée, se trouve dans un site peu fertile. Une route assez triste conduit au village de Saint-Ferréol, bâti sur la hauteur et presque sur un col ou sur la crête d'une montagne assez élevée. Aussi, après ce village, une descente rapide conduit à la grande route, distante d'environ une demi-lieue. Des marnes calcaires et fissiles composent les montagnes que l'on traverse; ces marnes secondaires ne paraissent pas renfermer de débris organiques.

Dans une petite heure de marche, après avoir joint la grande route, nous fûmes rendus à Quillan, petite ville bâtie sur la rive gauche de l'Aude et au centre de la vallée. Cette ville n'a rien de remarquable, si ce n'est peut-être sa position dans un vallon riant surmonté par des montagnes d'une grande élévation, montagnes couronnées par des forêts d'une verdure éternelle. La plus rapprochée de Quillan est la forêt de Fanges.

Les établissemens du maréchal CLAUZEL se trouvent à un petit quart de lieue au sud de Quillan. Ces établissemens se composent de forges à la Catalane, d'un moulin à foulon et d'une scierie. Ils doivent beaucoup à feu M. VARNIER, qui fit une percée de 163 mètres dans la montagne, afin d'y faire passer la prise d'eau qu'il avait obtenue. La rivière d'Aude arrive donc en partie dans cet établissement, où non seulement elle fait mouvoir toutes les machines que l'on y met en usage, mais en outre elle sert aux trompes qui font aller la fonte et les forges.

Sur la route de Quillan à cet établissement, on voit les schistes argileux noirâtres de transition passer souvent aux phyllades micacés extrêmement développés. Ces schistes donnent une teinte sombre aux montagnes qu'ils composent. Leur sommet est angulaire, non déchiré, mais fort aigu. La végétation qui les couvre est toute particulière. En grand leur stratification est fort prononcée et indépendante de la structure fissile qu'elle présente en petit. Ces schistes passent par dessous les calcaires noirâtres de transition qu'ils ont redressés. Aussi, quoique les schistes aient une inclinaison fort grande, on ne les voit jamais verticaux comme les masses calcaires qu'ils ont redressées.

La route qui conduit à l'établissement de Belviane est des plus agréables. Cet établissement est destiné au laminage du fer, ainsi qu'à la fabrication des grandes barres ou lames du même métal. Les laminoirs y sont beaux et bien tenus; aussi sort-il de cette usine d'excellent fer. En effet, le fer forgé prend, en passant sous les laminoirs, une homogénéité et une tenacité que ce métal ne peut acquérir au moyen du martinet ni à l'aide d'aucun autre procédé. Outre les laminoirs, il existe dans le même établissement une fonderie destinée à préparer pour le laminoir le fer qui sort de dessous le marteau.

De Belviane nous avons été visiter l'usine de Ginela où existent les forges si connues du même nom, forges qui long-temps ont été possédées par MM. Rivald, de Carcassonne. Il faut pour s'y rendre traverser des montagnes assez élevées et suivre des sentiers aussi rapides qu'escarpés. L'usine de Ginela est située à six petites lieues au sud-est de Quillan, dans le canton de Roquefort, où se trouve la Bouljanne, petite rivière dont les eaux sont peu abondantes dans les temps secs. Cette forge serait dans une position avantageuse s'il y avait un chemin praticable; mais l'on est forcé de transporter à dos de mulet jusqu'à Quillan les produits que l'on y fabrique. Une grande route les conduit ensuite à Carcassonne, d'où on les expédie dans les lieux de consommation, qui sont principalement de Bordeaux à Toulouse.

Le minerai dont on fait usage à Ginela vient des mines de Fillols, lesquelles sont situées dans les environs de Prades, au pied du Canigou (Pyrénées-Orientales). Le transport de ces minerais est des plus pénibles, à raison des chemins affreux qu'il faut que les mulets traversent pour de Fillols se rendre à Ginela.

Il existe à Ginela une réunion presque complète de toutes les parties dont se compose une usine à fer. Ces ateliers ont été créés par M. Rivald. Il y a établi deux forges, deux martinets, dont l'un sert à corroyer les aciers; une fenderie, un tour à tourner le fer et la fonte, et enfin un moulin à scie. On y voit encore un four de cémentation, un four à réverbère destiné à fondre les cylindres du laminoir de la fenderie et un atelier de fabrication pour les limes. Quant aux trompes qui servent aux deux forges, elles sont alimentées par le même cours d'eau qui met en mouvement les roues des marteaux et des martinets.

Les forges sont alimentées par le charbon de bois et par le procédé dit à la Catalane. Le charbon dont on y fait usage provient des forêts de hêtre qui avoisinent l'établissement de Ginela, et particulièrement de la forêt de Boucheville. On y emploie également du charbon de bois de pin qui se distingue par sa légèreté. Ce charbon exige un creuset plus ouvert et une plus petite saillie de la tuyère que le charbon de bois dur comme est celui de hêtre.

Quant au fer qui se fabrique à Ginela, il est nerveux et se forge bien à toute température. Il a cependant l'inconvénient de ne pas se laminer d'une manière bien égale, et ce, à raison des grains aciéreux produits par le procédé dit à la Catalane. Le fer fondu par ce procédé, se trouvant en contact avec du charbon de bois, s'en charge plus ou moins dans de certaines parties, et de là l'inconvénient qu'il a ordinairement de présenter des portions plus ou moins aciérées. Aussi les fers de Ginela ne peuvent-ils pas servir aux ouvrages délicats; mais, d'un autre côté, on les préfère pour les instrumens d'agriculture et les essieux de charrette. Les mêmes formations de calcaire de transition, de schiste argileux et de phyllade micacé se continuent après Belviane; mais, avant d'arriver aux forges de Ginela, on les voit remplacées par des gneiss et des granits, soit communs, soit porphyroïdes. L'aspect de la végétation annonce, comme partout ailleurs, le changement qui s'est opéré dans la constitution du sol.

De Ginela nous sommes revenus à Quillan, et le lendemain nous nous sommes mis en marche pour aller visiter les gorges de Pierre-Lis. Ces gorges, si belles et si remarquables par l'immense hauteur des montagnes qui les couronnent, se trouvent à trois quarts de lieue au sud de Quillan. On reprend donc la même route que l'on suit pour aller visiter l'établissement de M. le maréchal Clauzel. La route passe ensuite à Belviane, petit village bâti sur les schistes argileux de transition et sur une petite colline. Une fois sorti du village, on descend rapidement jusqu'à ce que l'on ait atteint le niveau de l'Aude. Un gros quart d'heure après le village on suit la rive gauche de la rivière, que l'on remonte constamment. On pénètre ainsi dans les gorges de Pierre-Lis. Ces gorges sont tellement étroites qu'elles n'ont que la largeur nécessaire au cours des eaux de l'Aude. Le chemin que l'on y a pratiqué se trouve creusé dans le rocher. Des montagnes fort élevées bordent en effet ces gorges profondes, et à les voir si verticales, on les prendrait, si ce n'était leur grande hauteur, pour d'immenses murailles.

Un chemin pratiqué dans le rocher, sur la rive gauche de l'Aude, et cela à force de temps et de patience, permet au voyageur de contempler la grandeur et l'aspect imposant de ce défilé. Avant que l'on eût percé ce chemin à travers les roches calcaires pour parvenir à Axat et à Saint-Georges, on suivait la hauteur, et ceux qui étaient assez hardis pour en contempler la profondeur en avaient seuls l'idée. Mais depuis 1826, époque à laquelle les travaux commencés en 1824 ont été terminés, sous la direction de MM. Destrem et Champagne, on peut y passer sans danger. Les masses calcaires entre lesquelles s'écoule l'Aude ont été complètement redressées. Elles forment comme des murailles immenses d'une nudité effrayante. Leur élévation, mesurée du bas de la vallée à leur sommet, n'est pas moindre de 180 à 250 mètres dans les lieux où elle est le plus considérable, car cette élévation est loin d'être égale partout par suite de l'irrégularité du redressement. Les masses calcaires qui composent les gorges de Pierre-Lis sont formées par une roche calcaire noirâtre ou d'un gris cendré. Quelquefois, dans les parties inférieures, les deux variétés se montrent réunies par un ciment de la même nature que la masse de ces roches, en sorte qu'elles prennent alors tout-à-fait l'aspect d'une brèche. A droite de la route, en allant vers Axat, se trouve une grotte peu élevée au-dessus du niveau de l'Aude. Cette grotte, dont l'étendue n'est pas considérable, n'offre point d'ossemens et par conséquent elle ne renferme aucune trace de dépôts diluviens.

Le défilé ou la gorge de Pierre-Lis est, pendant environ un grand quart de lieue, aussi profond que resserré; mais au-delà de cet espace le défilé s'agrandit et l'on arrive à Saint-Martin de

Pierre-Lis, situé à mi-côte, sur la rive droite de l'Aude. Ce village est la patrie du vénérable curé qui a eu la première idée de la route exécutée plus tard par MM. Destrem et Champagne. Le chemin qui conduit à Axat continue toujours entre les mêmes roches calcaires, qui s'élèvent à des hauteurs moins considérables que celles qui composent les gorges de Pierre-Lis.

Après avoir traversé le Rebenti, petite rivière qui descend du pays de Sault, on arrive à Axat, situé sur la rive droite de l'Aude. Ce village, bâti dans le bas de la vallée, est disposé en amphithéâtre à l'aspect du midi; un ancien château qui le domine lui donne un coup-d'œil assez pittoresque. Un pont en pierre établit une communication facile entre la rive gauche et la rive droite. C'est sur cette rive que sont construites la plupart des maisons du village, ainsi que les belles usines ou forges de M. Dax. Ces usines se composent d'une forge, d'une aciérie et de moulins à scie. Quant aux minerais dont on se sert dans cet établissement, on les tire de Vicdessos (Arriège), de Fillols et d'Escarro (Pyrénées-Orientales), et enfin de Villerouge et de la Grasse (Aude). Ces minerais, en les mélangeant entr'eux, donnent parfois de l'acier naturel; mais à-peu-près constamment ils donnent de l'acier de cémentation. Jamais on ne fait de l'acier fondu dans cet établissement. L'acier de cémentation que l'on y fabrique est d'excellente qualité. On en fait usage pour en fabriquer des limes, des scies, des sabres, de grands couteaux dont on se sert en Amérique pour couper le sucre, ainsi que divers autres instrumens.

Cet établissement a une magnifique prise d'eau dans la rivière d'Aude, laquelle met en action six roues hydrauliques et six martinets. Les seules machines soufflantes dont on se sert dans cette usine sont produites par la pression de l'eau. L'aciérie occupe six fourneaux, tandis que la forge à la Catalane a un fourneau et deux marteaux (*).

En suivant la rive droite de l'Aude et à une demi-lieue en amont d'Axat, on arrive aux gorges de Saint-Georges, remarquables par le rétrécissement du lit de la rivière et l'élévation de ses roches. Celles-ci sont de la même nature que celles de la gorge de Pierre-Lis. Comme toutes les roches calcaires de cette contrée, celles qui forment les gorges de Saint-Georges présentent une surface uniforme d'un gris cendré tout particulier Cependant leur intérieur est d'un bleu noirâtre plus ou moins intense ou d'un brun roussâtre. La direction de ces roches est verticale et abrupte par suite de l'effet du soulèvement qu'elles ont éprouvé. Du reste, on n'y voit pas plus que dans celles de Pierre-Lis des traces de corps organisés. Nos recherches ne nous ayant pas fait découvrir le moindre débris qui ait appartenu à un corps vivant, nous avons demandé aux ingénieurs et aux ouvriers qui ont fait la route si dans leurs travaux ils en avaient aperçu; mais tous nous ont dit n'y en avoir jamais vu.

Avant d'entrer dans les gorges de Saint-Georges, la rivière d'Aude est tellement encaissée entre les roches calcaires, qu'elle n'a pas plus d'un mètre et demi de largeur. Malgré la faible barrière qui s'oppose à l'écoulement de ses eaux, barrière qui n'a pas plus de deux mètres au-dessus de leur niveau, leur action érosive est si faible, lorsqu'elle n'est pas aidée par l'action des corps durs, qu'elle n'a pas encore enlevé l'obstacle qui s'oppose à leur facile écoulement. Cependant l'Aude a une grande rapidité dans cette partie de son cours, et ses eaux y sont assez abondantes, surtout après les orages.

Ce fait et une foule d'autres beaucoup trop connus prouvent

(*) Voyez les expériences faites sur la trompe du ventilateur des mines de Rancié, par M. Daubuisson. *Annales des mines*, 2.e série, tome IV.

combien les eaux actuelles sont impuissantes pour avoir creusé les vallées où elles s'écoulent, car il est impossible que l'Aude, en lui supposant même un volume d'eau trois fois plus considérable que celui qu'ont ses eaux maintenant, ne pourrait pas creuser une gorge aussi profonde que celle de Saint-Georges et celle de Pierre-Lis. De même le Rhône, comme les autres principaux fleuves de l'Europe, n'aurait jamais pu creuser les vallées profondes dans lesquelles il s'écoule, en admettant même que ses eaux eussent été plus considérables qu'elles le sont actuellement.

Pour expliquer d'une manière plausible la formation des grandes vallées, si fort en disproportion avec le volume des eaux qui s'y épanchent, il faut admettre qu'à l'époque à laquelle des soulèvemens ont eu lieu, soulèvemens qui ont produit les éminences qui sillonnent nos continens, il s'est opéré des affaissemens qui ont coïncidé avec ces soulèvemens; ou bien encore que les vallées ne sont que les points du globe qui, n'ayant pas été soulevés, ou soulevés seulement en partie, ont conservé, à peu de choses près, leur niveau primitif. Évidemment, les soulèvemens ont eu lieu avant que les roches eussent acquis la solidité qu'elles ont actuellement; dès-lors ces roches ont pu aussi être facilement attaquées par les eaux dont la température et le volume étaient beaucoup plus considérables que dans les temps présens. Mais leur action érosive a été nécessairement plus faible sur les roches, dont la solidité était déjà la plus complète; aussi les vallées ne s'agrandissent-t-elles et ne prennent-t-elles une certaine étendue que dans les lieux recouverts par les terrains les plus récens, ceux qui ont acquis le plus tard la solidité que nous leur voyons aujourd'hui.

La largeur et l'étendue des vallées paraît donc constamment en rapport avec la nature des roches et des terrains où elles sont placées. La vallée de l'Aude nous en fournit un exemple trop remarquable pour ne pas en faire mention. Ce fleuve s'étend avec une sorte de complaisance dans les plaines fertiles de la partie orientale et méridionale de ce département, particulièrement dans celle de Coursan, formée de terrains tertiaires immergés que recouvrent des dépôts diluviens; mais une fois qu'il approche de la plaine de Carcassonne, dont le sol, composé de macignos durs et solides, est moins attaquable que le sol inférieur de la plaine de Coursan, son lit se resserre et ses eaux se livrent aussi beaucoup moins à des incursions qui désolent et fertilisent à la fois la belle plaine de Coursan. De même une fois que cette rivière est parvenue dans les montagnes de craie compacte inférieure des environs de Limoux, elle se resserre de plus en plus, et son lit devient encore plus étroit en traversant les montagnes de transition des gorges d'Alet. Il devient même plus tard tellement resserré, lorsque cette rivière traverse les gorges de Pierre-Lis et de Saint-Georges, que son lit finit par n'avoir plus que quelques mètres de largeur. Il semblerait, en comparant l'étendue de ce fleuve telle qu'on l'observe dans la plaine de Coursan et les gorges de Saint-Georges, que cette étendue ne peut pas être moindre; mais il en est bien autrement, car cette rivière, lorsqu'elle arrive auprès des terrains primitifs, est si faible qu'elle n'a bientôt plus que quelques pieds de largeur, et enfin, se réduisant encore auprès de sa source, elle n'est plus qu'un mince filet d'eau qui passerait inaperçu si le voyageur qui le contemple n'y voyait la trace d'un fleuve assez important pour avoir donné son nom au département qu'il traverse dans la plus grande partie de son cours.

Nous avons remonté ce fleuve au lieu de le descendre, parce qu'il nous a paru que de cette manière on saisissait mieux combien grande a été l'influence de la nature des roches sur l'étendue des vallées parcourues par des cours d'eaux. En effet, plus les roches ont été solides à l'époque de leurs soulèvemens et moins l'écartement qui s'est opéré entre leurs masses a été considérable. Cet écartement s'est pour lors borné à y produire de larges fentes, ou, si l'on veut, de petites vallées, tandis qu'il en a été différemment pour les roches de sédiment. Cet effet a été surtout sensible pour celles qui, appartenant aux terrains les plus récens, avaient moins de solidité, et qui, par cela même, ont cédé plus facilement aux efforts de l'impulsion qui les ont soulevées à leur tour. Celles-ci sont en effet restées constamment les plus basses, à raison d'ailleurs de ce qu'elles avaient moins de masse. Aussi plus tard les fleuves ont pu s'y étendre avec plus de facilité et les attaquer avec plus de succès qu'ils n'ont pu le faire de roches en partie durcies. En un mot, ce n'est pas lorsque les terrains de sédiment avaient acquis une grande dureté qu'ils ont été érodés, l'exemple que nous avons cité prouve assez le contraire; cependant ces terrains ont été attaqués, mais seulement après l'époque de leur soulèvement, lorsqu'ils conservaient encore une certaine mollesse et une certaine malléabilité.

Les vallées ou les plaines, qui n'en sont, en quelque sorte, que le développement, sont donc les points du globe qui ont été le moins soulevés et ceux dont le niveau s'est maintenu le plus bas.

Dès lors les eaux courantes ont dû s'établir dans ces points les plus abaissés de la surface du globe, et ces eaux les ont d'autant plus attaqués qu'ils se trouvaient dans un état de mollesse ou d'une certaine malléabilité, si cette expression est propre à rendre l'état pâteux que durent avoir dans le principe de leur formation les roches de sédiment. C'est par suite de cette disposition, qui est assez générale dans les vallées dont la largeur coïncide assez bien avec la nature des roches, que l'on y a supposé plusieurs étages, leur niveau baissant successivement et par intervalle d'une manière assez brusque, depuis leur naissance jusqu'au point où elles se terminent. Ces étages ont été admis particulièrement pour la rivière d'Aude, dont nous venons de décrire le cours, et qui, comme la plupart des fleuves dont les sources sont dans les terrains primitifs, vont se déboucher dans la mer, offre par cela même de grandes variations dans son niveau. Ces variations sont d'autant plus considérables qu'avant de se perdre dans la mer l'Aude traverse à peu près dans son cours l'entière série des terrains de sédiment.

Ces variations dans les niveaux des vallées parcourues par des fleuves ne sont presque plus sensibles dans les rivières dont les sources, plus abondantes que les premières, se trouvent dans les terrains de sédiment; si nous voulions en citer des exemples pris dans le midi de la France, nous pourrions faire mention des vallées parcourues par le Lez et la Sorgue, rivière fameuse par la grandeur de sa source, la fontaine de Vaucluse.

L'étendue de la gorge de Saint-Georges est moins considérable que celle de Pierre-Lis. Quant au chemin, il a été également creusé dans le rocher et construit à grands frais par les mêmes ingénieurs que ceux auxquels l'on doit le chemin de Pierre-Lis. Ce chemin se trouve ici sur la rive droite de l'Aude, ayant été pratiqué dans l'endroit le plus facile et le plus commode.

On rencontre à deux lieues au sud de Saint-Georges les terrains primitifs, et là, comme à Ginela, les phyllades micacés ou les schistes argileux reposent immédiatement, soit sur les gneiss communs ou porphyroïdes, soit enfin sur les mêmes variétés des roches granitiques.

Nous revînmes ensuite à Axat, ayant l'intention d'aller parcourir la belle forêt des Fanges, dont les nuances sombres contrastent avec les tons clairs des calcaires de transition. Ces nuances des calcaires tiennent autant à la décomposition de ces roches qu'aux lichens qui les couvrent. En les cassant l'on reconnaît aisément que ces nuances ne sont qu'extérieures et superficielles. Nous gravîmes la montagne de la Pinouse, située au nord-est d'Axat, laissant à droite une belle forêt de sapins et de pins, laquelle était bordée de grands hêtres (*fagus sylvatica*). En général, dans ces cantons, les sapins végètent et prospèrent dans les points les plus élevés, qui ne dépassent pourtant pas

1,500 à 1,800 mètres. Les pins et les hêtres, surtout ces derniers, s'élèvent beaucoup moins, ce qui est extrêmement sensible dans la forêt de la Pinouse.

On se dirige après cette forêt vers le nord; en suivant un sentier rapide et mal tracé, l'on arrive à la forêt des Fanges après deux heures d'une marche pénible. La maison royale, où sont logés un brigadier et deux gardes-forestiers, est dans une vaste clairière qui se trouve dans l'intérieur de la forêt. Cette forêt est imposante autant par la beauté des arbres que par le silence religieux qui y règne. Que l'on se figure l'impression que produisent sur l'esprit des arbres séculaires, droits et élancés comme d'immenses pyramides, arbres tellement pressés les uns contre les autres que la vue s'étend à peine à quelques pas. Aussi est-il fort dangereux de s'écarter de la route tracée; pour si peu que l'on s'en écartât, l'on risquerait de s'égarer. Nous ne fîmes donc quelqu'excursion qu'accompagné par le brigadier qui dirige la forêt. Cette forêt est réellement magnifique vers les points culminans, là où seuls végètent des sapins qui se sont emparés d'un sol où ne croissent plus que quelques herbes chétives. De retour à la maison royale, nous avons traversé la forêt des Fanges en nous dirigeant vers le nord-ouest. Nous sommes ensuite arrivés au point culminant de la montagne, d'où l'on jouit d'une vue extrêmement étendue. Après avoir long-temps contemplé le vaste tableau qui s'offrait à nos regards, nous sommes descendus dans la vallée par un chemin bien tracé au couchant de la montagne des Fanges. Après deux heures de marche on traverse l'Aude sur un pont de bois, en avant de Belviane, dont nous avons déjà parlé. Enfin nous rentrâmes à Quillan, assez tôt pour éviter un orage qui y fit de grands ravages.

Le lendemain nous revînmes à Limoux en passant par Campagne, Esperazza, Montazels et Alet. La route suit la rive droite de l'Aude, laissant à gauche le village de Campagne et à droite les eaux thermales qui portent le même nom. Plus loin on découvre sur la rive gauche les villages d'Esperazza et de Montazels, et sur la rive droite ceux de Couiza et d'Alet. Ce sont toujours les mêmes formations que l'on traverse; ainsi nous retrouvâmes de la dolomie dans le calcaire noir de transition des environs d'Alet, dolomie que l'on observe également dans ceux qui composent les gorges de Pierre-Lis et des environs de Quillan. Une circonstance générale, particulière aux diverses parties de l'arrondissement de Limoux, c'est la rareté des dépôts diluviens ou du diluvium proprement dit. On n'y en voit presque pas de traces, si ce n'est dans quelques basses vallées comme sont celles des environs de Limoux. Les dépôts diluviens sont au contraire fort abondans dans l'arrondissement de Carcassonne, où ils acquièrent même souvent une assez grande puissance, comme par exemple sur le chemin de Conques à Lassac, et dans la plus grande partie de la plaine dont Carcassonne est entourée. Ces dépôts sont donc loin d'être généralement répandus, puisqu'il est tant de contrées qui en sont complètement dépourvues, soit en raison de leur élévation au-dessus des mers, soit enfin en raison des formations qui les composent.

CHIMIE.

RECHERCHES CHIMIQUES SUR LE MAÏS, DEVANT CONTRIBUER AUX PROGRÈS DE LA FABRICATION DES SUCRES INDIGÈNES,

Par M. E. Pallas,

Docteur en médecine, Médecin en chef de l'hôpital-militaire de Saint-Omer,
Membre correspondant.

22 mai 1835.

Depuis les beaux travaux de Parmentier sur le maïs, on ne s'est pas occupé en France de cette plante comme étant susceptible de fournir du sucre. Personne au moins n'a eu l'idée de le fabriquer en grand, de manière à l'employer aux besoins de la vie. Cette indifférence de la part de notre industrie tient probablement à ce qu'il fallait à la fois sacrifier le fruit et la tige pour n'obtenir, en résumé, qu'une très-petite quantité de matière sucrée.

Convaincu par quelques essais préliminaires que je fis sur la tige de maïs, après en avoir récolté le fruit, que cette plante contenait une quantité notable de matière sucrée, j'entrepris avec plus de méthode une nouvelle expérience.

Le premier octobre 1834, ayant récolté du maïs de l'espèce connue sous le nom de variété jaune qui était parvenu à sa parfaite maturité, je fis un choix de toutes les tiges qui conservaient encore un reste de végétation, état qui s'annonçait par la couleur verte ou violacée de la plante, et la saveur sucrée de son suc. Le lendemain, après les avoir dépouillées de leurs feuilles, on pesa sept kilogrammes de ces tiges, dont les plus longues avaient à peine trois pieds; on leur enleva la partie corticale ligneuse. Ensuite la portion médullaire spongieuse, seule partie de la tige qui renferme la matière sucrée, fut coupée par morceaux, pilée dans un mortier de marbre et soumise dans un sac de toile à l'action de la presse. De cette première opération on obtint 3 kilogrammes 130 grammes d'un suc sensiblement sucré, dont la saveur avait de l'analogie avec celle de la réglisse verte. La pesanteur spécifique de ce suc était de mille soixante, celle de l'eau de fontaine étant de mille.

La partie parenchymateuse fut pilée de nouveau avec un demi-litre d'eau de fontaine; soumise à la presse elle a fourni à peu près le même volume de liquide employé, qui était sensiblement sucré, moins cependant que celui obtenu dans la première opération.

Ces deux liquides furent réunis immédiatement dans un vase de cuivre étamé et portés à l'ébullition à feu nu, avec 25 grammes de chaux éteinte en poudre, jusqu'à réduction de moitié environ. Dans cet état la liqueur avait totalement perdu le goût particulier à la plante et possédait à un degré remarquable la saveur particulière au sucre de canne.

Décantée, cette liqueur sirupeuse fut traitée avec 20 grammes de charbon animal, clarifiée au blanc d'œuf et concentrée, elle a donné après la filtration au travers d'une étamine de laine, 500 grammes de sirop transparent, de couleur jaune fauve et d'une densité de 34 degrés, sous la température atmosphérique de 15 degrés du thermomètre centigrade.

Comme ce sirop présentait la plupart des caractères de celui de canne, j'étais impatient de savoir s'il possédait aussi celui de cristalliser, bien que généralement il arrive même pour les sirops les plus riches en sucre qu'ils se refusent à cristalliser, lorsque l'on opère sur des petites quantités. Après l'avoir clarifié de nouveau et décoloré avec le charbon animal, on obtint une *clerse* magnifique. Cependant le sirop, qui fut convenablement cuit, ne put cristalliser immédiatement, et ce ne fut que trois mois après qu'il laissa déposer au fond des verres à expérience qui le contenaient une cristallisation formée de véritable sucre ayant la plus grande analogie avec ceux de canne ou de betterave. La rareté de la plante dans un pays où elle n'est pas cultivée et qui ne se trouve que dans quelques jardins d'amateurs, m'a fait remettre la suite de ces expériences à l'année prochaine.

Le résidu de la tige, entassé dans un vase de terre vernissé, laissait échapper le lendemain de l'opération des vapeurs alcooliques très-prononcées, ce qui prouve que toute la matière sucrée n'en avait pas été enlevée par les deux expériences successives. Desséché à l'air, ce résidu, qui se trouve toujours enveloppé par une substance mucilagineuse dont la présence se manifeste surtout lorsqu'il est encore humide, doit être non seulement une excellente nourriture pour les animaux herbivores, puisque le cheval en mange avec avidité, mais encore il doit servir à faire de très-bon papier d'emballage, dont un échantillon a été fabriqué par M. Bellart, fabricant de papier, à Wisernes, près Saint-Omer.

Une portion de cette tige ainsi brisée, et dont la matière sucrée avait été séparée, a donné à l'eau froide une viscosité très-prononcée, et dont l'évaporation lente a fourni un résidu gommeux qui attirait l'humidité de l'air. C'est sans nulle doute à la présence de cette matière gommeuse, que la tige de la plante contient en abondance, que l'on doit attribuer la fermeté et l'imperméabilité que l'on remarque au papier maïs, qui a été fabriqué sans addition d'aucune matière collante, comme le dit M. Bellart dans une lettre qu'il m'écrivit en me faisant connaître les résultats de ses essais, et dont je crois devoir faire connaître l'opinion, comme étant celle d'un homme des plus distingués dans la fabrication du papier.

« Aucune matière collante, dit M. Bellart, n'est entrée dans » la composition de ce papier ; il doit sa fermeté à la grande » quantité de mucilage que la plante contient. Lorsque l'on opé» rera sur une plus grande quantité que celle qui a servi à » l'échantillon, l'on obtiendra un papier moins cassant qui aura » toute la qualité nécessaire à un bon papier d'emballage. »

De tout ce qui précède, il résulte que sept kilogrammes de tiges de maïs, soumis à l'expérience après avoir récolté le fruit arrivé à parfaite maturité, ont fourni :

1.o 500 grammes de sirop à 34 degrés, sous la température atmosphérique de 15 degrés centigrades;

2.o Un produit parenchymateux dont on n'a pu apprécier au juste la quantité, et qui peut servir de nourriture aux bestiaux et à remplacer le chiffon dans la fabrication du papier d'emballage;

3.o Enfin une matière gommeuse de moindre importance.

Ces résultats me paraissent bien plus avantageux que ceux que l'on a obtenus en France précédemment, car Parmentier, ainsi que tous ceux qui l'ont suivi ou imité, opérant sur la plante avant la maturité de son fruit, étaient obligés, pour rechercher le sucre, de sacrifier la graine, dont se nourrissent des populations entières. Ils n'obtenaient, dans un cas, que 8 onces de liqueur sirupeuse sur 48 livres de tiges fraîches cueillies long-temps avant la fructification, et dans l'autre, 18 onces de liqueur sirupeuse pour 30 livres d'épis verts.

L'année prochaine, lorsque j'opérerai sur une plus grande échelle, je compte obtenir des résultats qui seront pour le moins aussi avantageux, car d'après M. de Humbold, les Mexicains le fabriquent avec avantage; et selon d'autres auteurs, une grande partie de sucre de canne que l'on introduit en Europe serait mêlée à une grande quantité de sucre de maïs. M. Lagarenne annonce que dans les environs de Vienne on obtient d'une quantité donnée de sirop de maïs le tiers de sucre cristallisé. J'ai signalé également d'une manière toute particulière dans mon mémoire adressé à l'Institut et dont celui-ci n'est que le résumé, les travaux du docteur Nachrold, de Greitz, en Basse-Styrie, comme offrant quelque analogie avec celui qui fait l'objet principal de ce mémoire. J'ai lieu d'espérer que les résultats obtenus dans le nord de l'Europe se réaliseront aussi dans notre belle France, et plus particulièrement dans les départemens méridionaux, où le maïs est abondamment cultivé.

Déjà la connaissance de ce fait a excité le zèle d'un grand nombre de fabricans de sucre de betterave et de quelques industriels de l'arrondissement de Saint-Omer, qui forment le projet de répéter en grand les expériences que je n'ai pu faire que sur une trop petite échelle.

HISTOIRE NATURELLE.

OBSERVATIONS
SUR LA LICORNE DES ANCIENS,

Par M. Marcel DE SERRES, Membre correspondant.

3 OCTOBRE 1834.

TOUTE l'antiquité a admis l'existence d'un animal à pieds fourchus, qui aurait présenté cette particularité remarquable, d'avoir une seule corne sur le milieu du front. Cet animal, connu sous le nom de monocéros ou de licorne, aurait vécu, suivant les anciens, à la fois dans l'Inde et dans l'Afrique. Cependant, malgré les traditions unanimes de l'antiquité et l'autorité d'Aristote, de Pline et d'Œlien (qui, pour le dire en passant, n'ont point vu cet animal), la plupart des naturalistes modernes, à la tête desquels il nous suffira de citer CAMPER et CUVIER, ont généralement rejeté l'existence d'un ruminant à corne unique alongée et rectiligne placée sur le milieu du front; une pareille corne ne pouvant tenir sur une suture.

Les cornes ou les prolongemens tubuleux de diverse nature dont la tête de plusieurs mammifères terrestres est armée sont ou osseux ou épidermiques. Lorsque ces prolongemens dépendent du tissu osseux, ils prennent généralement un grand développement, surtout en longueur, tandis qu'il en est le contraire toutes les fois que ces prolongemens appartiennent au système cutané.

Il y a plus, lorsque les cornes osseuses ou qui appartiennent à cet ordre de tissu sont enveloppées par la peau, elles acquièrent peu de développement, et par cela même elles restent plus courtes que les cornes solides qu'aucun tissu épidermique ne recouvre d'une manière constante.

Les ruminans ou les mammifères terrestres à pieds fourchus, parmi lesquels la licorne devrait être classée, n'ont que des prolongemens osseux qui n'offrent une certaine étendue que chez les espèces où ces prolongemens ne sont point recouverts par la peau. Les cornes des antilopes, et par conséquent de la licorne, sont dans ce cas; dès-lors il est sensible que des cornes osseuses solides et très-alongées ne peuvent être placées sur le milieu d'un os qu'une suture divise. En effet, pour la solidité de la corne épidermique et courte du rhinocéros des Indes, la nature a pris la précaution de rendre les os du nez qui la supportent très-forts et très-épais. De plus, ces os sont soudés de manière à présenter une base convenable. L'on sait également que les espèces de ruminans qui ont de grands bois présentent les os du crâne proportionnés au développement et au poids de ces parties. Ainsi l'on ne peut guère admettre la réalité d'un mammifère terrestre à pieds fourchus auquel on supposerait en même temps une corne alongée placée sur le milieu de l'os frontal, lequel se trouve divisé dans sa partie moyenne.

C'est sur ces considérations anatomiques que les naturalistes modernes se sont fondés pour rejeter l'existence de la licorne, telle du moins que les anciens l'ont conçue. Cette discussion paraissait tout-à-fait épuisée et comme fermée; cependant, des observateurs dont nous reconnaissons plus que personne le mérite, l'ont tout récemment rouverte; dès-lors il nous paraît utile de ramener cette question à son véritable point de vue. Son intérêt fera sans doute excuser les détails dans lesquels nous allons entrer.

Les mammifères terrestres qui ont des bois ou des cornes sur leurs têtes appartiennent à deux ordres différens, les pachydermes et les ruminans. Ces derniers présentent les cornes les plus solides et les plus alongées. Elles ne sont pas pour cela les plus persistantes ; l'on sait en effet que les bois des cerfs tombent à des époques fixes et se renouvellent plusieurs fois pendant la vie de l'animal. Seulement, comme les cornes des ruminans sont généralement des prolongemens de l'os frontal, elles adhèrent aussi constamment avec cet os. Le frontal fait même souvent saillie à la base des bois, ce que l'on remarque surtout chez les espèces qui font partie de la division du grand genre cerf nommé anoglochis et qui comprend les genres élan (*alces*), chevreuil (*capreolus*) et cervule (*cervulus*).

Sous le rapport de leur adhérence avec l'os frontal, les cornes des ruminans, lorsqu'elles sont alongées ou très-développées, n'offrent pas de grandes différences entr'elles. Elles n'en présentent que lorsqu'elles sont courtes, comme celles de la girafe ; alors les prolongemens frontaux ou cornes, quoique solides, sont enveloppées par une peau velue qui se continue avec celle de la tête, peau qui subsiste pendant toute la vie de l'animal.

Relativement à leur structure, les cornes ou bois des ruminans peuvent être divisés en plusieurs ordres ; 1.° les cornes ou bois pleins ou solides ; 2.° les cornes creuses ou faisceaux tubuleux qui ont dans leur intérieur des chevilles, prolongemens de l'os frontal.

Les cornes solides ou faisceaux pleins peuvent être sous-divisés en deux sections, selon qu'ils sont revêtus ou non de peau velue qui se continue avec celle de la tête. Les bois des cerfs rentrent dans la première de ces sections, quoique dans le jeune âge les proéminences osseuses qui les forment soient couvertes pendant un temps d'une peau velue comme celle du reste de la tête. Mais comme ces proéminences ont à leur base un anneau de tubercules osseux, ces tubercules, en grossissant, compriment et oblitèrent les vaisseaux nourriciers de cette peau ; celle-ci finit donc par se dessécher et tomber entièrement. Les cornes purement osseuses des cerfs, dont le tissu est continu et identique avec l'os frontal, restent donc dénudées pendant la plus grande partie de la vie de l'animal; dès-lors elles doivent être distinguées des cornes de la girafe, qui sont constamment enveloppées par une peau velue.

Les prolongemens frontaux de la girafe appartiennent à la seconde section; ces prolongemens sont en effet enveloppés par une peau qui ne se détruit point, ainsi que nous l'avons déjà fait observer. Par suite peut-être de cette particularité les proéminences frontales de la girafe ne tombent jamais.

Quoi qu'il en soit, on les voit composées de deux portions; l'une interne, très-réticulaire et spongieuse; l'autre externe, dense et compacte. Cependant, chez les vieux individus, la masse entière de la corne prend une dureté et presque une contexture éburnée. Outre ces deux prolongemens frontaux, la girafe offre encore un tubercule osseux ressemblant un peu à une troisième corne. Ce tubercule, formé par une excroissance spongieuse du frontal, occupe le milieu du chanfrein. On le voit quelquefois calleux et garni de longs poils, surtout chez les jeunes individus.

Telles sont les distinctions que l'on peut faire entre les cornes solides des ruminans ou ces proéminences plus ou moins longues des os frontaux qui ne se trouvent dans aucune autre famille d'animaux.

Il ne nous reste plus maintenant qu'à dire quelques mots des cornes creuses propres au grand nombre de ruminans, mais dont les chevilles ou noyaux intérieurs sont toujours comme les cornes solides des prolongemens de l'os frontal. Ce dernier caractère paraît réellement propre et distinctif des proéminences des fissipèdes. Aussi devrait-on les nommer des proéminences osseuses, tandis que celles des pachydermes, dérivant constamment de la peau et n'ayant aucune adhérence avec l'os frontal, devraient être désignées sous le nom de prolongemens épidermiques. Par ce moyen, l'on éviterait toute confusion entre des organes dont l'origine est si différente.

Les cornes creuses à cheville ou noyau osseux intérieur caractérisent les ruminans des genres Antilope (*antilope*), Chèvre (*capra*), Mouton (*ovis*) et Bœuf (*bos*). Elles se trouvent donc chez un plus grand nombre de genres de ruminans que les cornes pleines ou solides uniquement propres aux diverses espèces de cerf et à la girafe. Les cornes creuses sont du reste généralement moins ramifiées que les cornes pleines et solides, qui sont presque toujours multiples, tandis que les premières restent simples.

Ces cornes, outre leur noyau osseux, sont revêtues d'un étui de substance élastique, composé comme de poils agglutinés. Cet étui, auquel on donne plus particulièrement le nom de corne creuse, à raison de sa nature et de sa conformation, croît par couches et pendant toute la vie de l'animal. Il en est de même de la proéminence osseuse qu'il enveloppe. L'une et l'autre de ces parties sont permanentes.

Telles sont les particularités que présentent les cornes ou bois des ruminans; comme elles sont communes à tous, l'analogie doit nous faire supposer que si l'on en rencontre du même genre dans des mammifères autres que ceux qui nous sont connus, elles s'y montreront avec les mêmes rapports. On doit d'autant plus le supposer, que ces parties ont des relations sensibles avec des organes d'un ordre plus important. Et, par exemple, si l'existence des cornes des ruminans du genre Cerf n'exclut point la présence des dents canines, ainsi qu'on l'a gratuitement avancé, cette expression est du moins vraie pour les incisives supérieures. Il en est de même de plusieurs autres genres de bifalques qui ont des cornes; on voit généralement les animaux à pieds fourchus, qui ont pour la plupart des cornes sur le front, avoir également un système dentaire extrêmement imparfait.

Les pachydermes, du moins certains d'entr'eux comme les ruminans, ont aussi des cornes sur la tête. Ces cornes n'ont du reste que le nom de commun avec celles des ruminans; elles en diffèrent en effet, autant par leur position que par leur nature. Peu répandues chez les pachydermes, elles semblent bornées aux rhinocéros; comme l'une des espèces de ce genre, celui des Indes n'a qu'une seule corne; des observateurs même modernes l'ont considérée comme l'analogue de la licorne des anciens, qui n'a peut-être de fabuleux que la description qu'ils nous en ont laissée.

Les cornes des rhinocéros, quel qu'en soit le nombre, reposent par l'intermédiaire du derme sur les os du nez, lesquels sont non seulement fort épais, mais soudés ensemble, de manière à présenter une base solide. De nature fibreuse ou cornée, elles sont constamment persistantes, solides, coniques; placées sur le nez, ces cornes n'adhèrent point à l'os, n'étant qu'une continuation de l'épiderme. Aussi, lorsqu'on les examine dans leur intérieur, surtout après les avoir sciées transversalement, on reconnaît qu'elles sont formées de poils agglutinés.

Tels sont les seuls mammifères terrestres qui soient pourvus de ces faisceaux plus ou moins tubuleux auxquels on a donné le nom de cornes. D'après les détails dans lesquels nous sommes entrés, on a pu saisir qu'il n'était guère possible qu'il existât un animal portant sur la ligne médiane de l'os frontal une corne formée par la réunion de deux de ces organes. A la vérité les variétés de nos races domestiques, soit des chèvres, soit des moutons, présentent accidentellement une pareille disposition; mais elle n'est qu'apparente. Une des deux cornes avorte; l'autre, prenant un développement plus considérable, se dévie de sa position normale et finit par paraître partir de la ligne médiane de l'os frontal. On assure qu'il en est de même chez l'antilope cama; les cornes annelées de cette espèce, en abandonnant leur position primitive, semblent ainsi provenir du milieu du front.

Ces différences dans la position des cornes, surtout chez des animaux qui, comme les antilopes, offrent des variations fréquentes dans le nombre de ces parties, ont donné lieu à la croyance d'un fissipède à une corne unique sur le milieu du front. Aussi la licorne des anciens n'est probablement qu'une variété unicorne de quelque espèce d'antilope, d'autant plus que le nombre des cornes est loin d'être constant chez cet ordre d'animaux, ainsi que nous l'avons déjà fait observer. L'oryx, qui se trouve en Afrique, présente assez souvent cette particularité, et les antilopes algazel et leucoryx deviennent aussi unicornes.

Ces cornes simples se tournent quelquefois en spirale; car, ainsi que l'a fait remarquer Pallas, les antilopes qui, par anomalie, n'ont qu'une seule corne, l'ont extrêmement alongée; par suite de cet excès de développement, la corne prend une forme et une direction qui s'éloignent de l'état normal (*).

Les récits des anciens sur la licorne n'étaient donc pas tout-à-fait dénués de fondement. Les antilopes unicornes les ont fait naître; et qui sait si l'intérieur de l'Afrique ne recèle pas quelqu'espèce d'antilope qui, plus fréquemment que l'oryx, l'algazel ou le leucoryx, soit réduite à n'avoir habituellement qu'une seule corne. Cette particularité pourrait être en effet assez constante pour avoir été considérée comme normale et spécifique.

Les défenses du narval (*monodon monoceros*, Linnée) ont été également invoquées comme une preuve de la possibilité de l'existence de la licorne. Mais que l'on ne s'y méprenne point, il n'y a rien de commun entre les défenses du narval, analogues aux dents, et les cornes des ruminans. Les défenses longues et pointues des narvals sont implantées dans l'os intermaxillaire et dirigées dans le sens de l'axe du corps. Elles ne sont donc pas placées sur la ligne médiane, comme le sont chez les autres mammifères les organes impairs qui s'aperçoivent à l'extérieur, mais bien sur les parties latérales.

(*) Pallas, *Spicilegia zoologica*, fascicul. XII.

Cette anomalie n'est du reste qu'apparente, comme celle que nous avons déjà signalée à l'égard des cornes uniques de certains antilopes. Le narval a, dans le principe, deux défenses, comme les antilopes deux cornes. Ces deux dents ou défenses sont disposées symétriquement sur l'un et l'autre côté de la mâchoire. La droite avorte; la gauche acquiert au contraire des dimensions qui surpassent celles que ces mêmes organes présentent chez tous les autres animaux. Elle a en longueur la moitié du corps du narval, en sorte que la diminution numérique des corps dentaires semble ici compensée par l'augmentation en volume de celui qui est demeuré seul.

Il arrive pourtant quelquefois que les deux défenses sortent de l'alvéole et acquièrent l'une et l'autre des dimensions considérables. Quoique rentrant dans l'état normal, ce cas est pourtant le plus rare. Si donc l'on ne peut point invoquer les défenses du narval en faveur de l'existence d'un ruminant à une seule corne placée sur le milieu du front, l'anomalie ou le défaut de symétrie produit par avortement de l'une de ces défenses peut cependant jeter quelque lumière sur les circonstances qui rendent certaines espèces d'antilopes unicornes. Des causes analogues peuvent exercer leur action sur des organes aussi dissemblables par leur structure et leur position que le sont les dents des narvals et les prolongemens frontaux des antilopes.

Après ces faits, devons-nous être surpris que les anciens, et particulièrement Aristote, Pline et Œlien, aient cru à l'existence de la licorne, qu'aucun d'eux n'avait du reste jamais vue. Ils y ont ajouté foi parce que leurs artistes, comme ceux de l'ancienne Égypte, auront représenté des oryx si exactement de profil qu'une seule corne sera restée apparente, la seconde se trouvant entièrement cachée par celle qui est du côté du spectateur. Les modernes en ont fait autant; ainsi, d'après Sparmann, les sauvages des environs du Cap ont dessiné sur les rochers des antilopes qui, vus de profil, semblent n'avoir qu'une seule corne comme la licorne des anciens.

Un Hollandais nommé Cloete a même prétendu qu'un de ces antilopes à une seule corne avait été tué en 1791 dans les environs du Cap; et, d'un autre côté, la gazette du gouvernement de Calcuta a fait mention d'une grande corne en spirale qui provenait d'une licorne et aurait été adressée à la Société asiatique.

Ces faits semblaient confirmer le dire de l'italien Barthéma, qui, dans son voyage publié en 1517, assurait avoir vu à la Mecque deux licornes qui lui avaient été montrées comme de grandes raretés. La lettre du voyageur Ruppel, datée d'Ambukol (3 mai 1824), lettre insérée dans la correspondance de M. de Zach (tome XI, N.° 111, page 269), semble également lever tous les doutes sur l'existence d'un animal de la grandeur d'une vache, ayant la forme svelte d'une gazelle et sur le front une corne longue et droite. Cet animal serait connu dans certaines parties de l'Asie sous le nom de *nilukma*, et dans d'autres sous celui de *chiro* ou de *tropo*. Le major Lattar, qui avait un commandement dans les montagnes de l'est du Népaul, a adressé en 1824 (Bulletin de Férussac, tome IV, page 418) un rapport officiel pour prouver que la licorne existait réellement dans l'intérieur du Thibet.

M. Laterade, directeur de la société linnéenne de Bordeaux, a présenté à cette société, soit en 1826, soit en 1831, des faits nombreux qui tendraient à faire admettre l'existence de la licorne, soit sur les côtes de Madagascar, soit dans l'Inde. Tout récemment encore, M. Dureau de la Malle (Annales des sciences naturelles, septembre 1832) a rappelé le dire de Ruppel, qui a vu dans le Kordofan un quadrupède à une seule corne.

Aussi, d'après ces faits, un assez grand nombre de naturalistes habiles, à la tête desquels on peut citer M. de Férussac, semblent avoir admis l'existence d'un mammifère terrestre à pieds fourchus, ayant une corne sur le milieu du front comme la licorne des anciens.

Cependant, si l'on veut bien se rappeler les détails dans lesquels nous venons d'entrer, on aura pu saisir qu'aucun de ceux dont on invoque le témoignage en faveur de la réalité de la licorne n'était assez éclairé en histoire naturelle pour connaître les véritables caractères de l'animal qu'on lui assimilait. Aussi leurs observations se rapportent, soit au rhinocéros unicorne dont la corne est épidermique, soit à un antilope dont une des cornes aurait avorté, soit enfin à des défenses du narval, qui, comme nous l'avons déjà dit, sont des dents dont la longueur excessive les a fait confondre avec les prolongemens frontaux.

Aussi, en nous résumant, il nous paraît démontré que l'existence d'un quadrupède unicorne et fissipède a quelque chose de vrai et de réel, puisque les antilopes oryx, algazel et leucoryx nous en fournissent presque chaque jour des exemples. D'un autre côté, d'après toutes les lois de l'analogie, il est extrêmement probable, pour ne pas dire certain, qu'un animal à pieds fourchus n'a jamais eu une corne unique placée sur le milieu du front, car les fissipèdes n'ont que des prolongemens osseux, lesquels ne pourraient tenir sur une suture. De pareilles cornes devraient être épidermiques, et l'on sait qu'il n'est aucun ruminant qui en ait de semblables. La licorne serait tout au plus admissible si les anciens et les modernes qui ont cru à sa réalité en avaient fait un pachyderme. A la vérité, une autre difficulté se présenterait, difficulté relative à la longueur de la corne attribuée à celle de la licorne. En effet, les prolongemens épidermiques qui, comme ceux des pachydermes, sont formés par la réunion de poils agglutinés, se font remarquer par leur peu d'étendue.

En définitive, la licorne, telle du moins que les anciens l'ont dépeinte, n'a probablement jamais existé, quoiqu'il y ait quelque chose de vrai et de réel dans la supposition de cet animal, dont les oryx unicornes ont pu très-bien donner l'idée et être la cause d'une erreur qui s'est propagée de siècle en siècle.

DESCRIPTION

D'un nouveau genre d'insectes Diptères de la famille des Notacanthes,

Par M. J. Macquart, Membre résidant.

19 décembre 1834.

La nouvelle espèce exotique d'insectes Diptères pour laquelle nous proposons de former un genre particulier sous le nom de Phyllophore, appartient à la famille des Notacanthes, et il a de grands rapports avec le genre Ptilocère. Comme celui-ci il présente, indépendamment des caractères communs à tous les membres de cette famille, l'écusson armé de quatre pointes et les ailes ont quatre cellules postérieures. Cependant, des différences considérables l'en distinguent et ne nous permettent pas de le comprendre dans la même coupe générique, quel que soit notre désir de ne pas contribuer au débordement des genres nouveaux qui viennent chaque jour surcharger la science. Le corps est d'une forme plus alongée que dans les Ptilocères; l'abdomen est ovale au lieu d'être rond; il est composé de cinq segmens au lieu de quatre. La cornée des yeux est composée de facettes ou lentilles plus grandes et égales entr'elles, tandis que dans les Ptilocères, celles qui occupent la moitié supérieure de ces organes sont plus grandes que dans la moitié inférieure. Le front est plus alongé et la face plus raccourcie par l'effet de l'insertion plus basse des antennes, qui se rapprochent fort de la cavité buccale. Enfin ces dernières n'offrent pas moins de différences dans leur conformation et ressemblent fort au contraire à celles des Hermétics, genre très-éloigné d'ailleurs de celui qui nous occupe. Formées sur un type fort singulier, elles sont composées d'un premier article un peu alongé, d'un second fort court, un peu velu, et d'une pièce terminale fort longue, paraissant formée de deux parties, dont la première présente, comme dans tous les Notacanthes, plusieurs sillons circulaires, et la deuxième est simple, comprimée en lame et ressemblant à une petite feuille lancéolée. Ces antennes diffèrent beaucoup de celles des Ptilocères, et surtout par l'absence des ramifications dont ces dernières sont chargées.

La conformation de ces organes, dans le genre Phyllophore comme dans les Hermétics, présente une modification insolite d'un type anormal, et elle provoque sur la nature des parties dont elles sont composées une digression d'autant plus utile qu'il y a divergence d'opinions sur la manière de les considérer.

Les antennes, cette partie antérieure des insectes, dont nous connaissons si bien l'admirable variété de formes, et si vaguement l'organisation intime et la destination, puisque nous ignorons encore de quels sens et de combien de sens elles sont les organes; les antennes sont formées dans les Diptères sur deux modèles principaux. Dans la première division, comprenant les Némocères, elles présentent un nombre d'articles considérable. Dans la seconde, elles ne sont ou ne paraissent composées que de trois, qui représentent, dans leur plus simple expression, le *Scapus*, le *Pedicellus* et la *Clavola*, que Kirby reconnaît dans les antennes en général, quel que soit le nombre d'articles dont elles sont formées. Cependant, parmi ces derniers Diptères, deux familles, les Tabaniens et les Notacanthes, ont le troisième article, quoique très-généralement sous l'apparence de l'unité, sillonné transversalement par des lignes plus ou moins nombreuses, qui le font paraître en même temps composé d'autant d'articles soudés ensemble, de manière que ces

Diptères participent en quelque sorte des deux divisions et les unissent par cette espèce de transition, quoique par les autres parties de l'organisation ils appartiennent à la deuxième et qu'ils y aient toujours été compris. Ils sont donc généralement reconnus comme ayant les antennes de trois articles, et cependant il y a de grandes raisons pour croire que le troisième est un assemblage de plusieurs autres. Outre les sillons qui le coupent transversalement et qui ont toute l'apparence de solutions de continuité, toutes les fois que l'on brise un de ces articles annelés, il se rompt à l'un des sillons. De plus, dans quelques-uns de ces Diptères, tels que les Hexatomes, parmi les Tabaniens, ces subdivisions sont tellement distinctes l'une de l'autre qu'on les considère comme autant d'articles, et le nom générique l'atteste. Parmi les Notacanthes, dont les antennes abondent en modifications, les segmens du troisième article sont aussi quelquefois moins intimement unis. M. Wiedemann considère les antennes des Ptilocères et des Eudmètes comme formées de cinq articles; celles des Acanthines de sept, tandis qu'il n'en admet que trois dans les autres genres. Cependant, cette manière de les juger n'est pas rationnelle. Si l'on reconnaît plus de trois articles dans les uns, il faut le faire dans tous, parce que toutes ces divisions sont de la même nature et qu'elles ne diffèrent entr'elles que par le plus ou le moins de cohésion.

Dans le genre Phyllophore, la partie admise comme le troisième article se subdivise d'une manière particulière; elle présente d'abord une partie formée de quatre anneaux fort compactes, et puis une seconde simple, alongée et déprimée en forme de feuille. Cette disposition est semblable à celle qu'affectent les antennes des Hermétics; mais la première partie y est composée de sept divisions que M. Wiedemann n'a pas vues, de sorte qu'il considère ces organes comme composés de trois articles dont le dernier présente un étranglement. Fabricius a également méconnu ces antennes en ne tenant pas compte du deuxième article et en admettant pour tel la première division du troisième.

Il résulte de cet examen des antennes dans les Notachantes, que l'on ne peut guère se refuser à leur accorder un nombre d'articles supérieur à trois, contre l'opinion généralement reçue et contre l'analogie qui existe entre cette famille et les Diptères à antennes réellement triarticulées. Nous y voyons une des dégradations que suit cet organe. Les nombreux articles dont il est composé dans les Némocères se resserrent graduellement; ils se soudent ensemble dans les Notacanthes et les Tabaniens, en laissant entrevoir des vestiges de divisions qui disparaissent bientôt. Il ne reste alors que trois articles qui, après avoir passé eux-mêmes par tous les degrés d'affaiblissement, se réduisent dans les derniers groupes à l'état d'un simple tubercule par l'oblitération des deux premiers.

Genre PHYLLOPHORE, PHYLLOPHORA, Nob.

Caractère générique : Corps oblong. Tête hémisphérique, déprimée. Trompe un peu saillante. Antennes insérées à la partie inférieure de la tête, près de l'ouverture buccale. Antennes plus longues que la tête; premier article un peu alongé, cylindrique, dirigé horizontalement; deuxième court, conique, un peu velu, peu distinct du troisième, se dirigeant en dehors perpendiculairement au premier; troisième formé de cinq divisions distinctes dont les quatre premières courtes et cylindriques; cinquième une fois plus long que les quatre autres réunis, comprimé, terminé en pointe. Yeux à facettes assez grandes, égales ♂. Thorax un peu alongé; écusson à quatre pointes. Abdomen ovale, de cinq segmens distincts. Ailes à quatre cellules postérieures.

Etymologie : Le nom de Phyllophore fait allusion à la forme de feuille que prend la dernière division des antennes.

PHYLLOPHORE noire; *Phyllophora nigra.* Nob.

Long. 4 $^1/_2$ lignes.

Noire. Premier article des antennes jaune; les autres bruns. Thorax mat; pointes de l'écusson jaunes. Abdomen luisant. Pieds fauves. Ailes à bord extérieur brunâtre jusqu'à la cellule sous-marginale ♂.

D'Afrique. Nous avons pris cette description d'après un individu qu'a bien voulu nous communiquer M. VIARD, de Paris.

EXPLICATION DES FIGURES.

Fig. 1. Phyllophore noire.
a. Longueur du corps.
2. Tête.
3. La Ph. vue de profil.
4. Tête vue de profil.
5. Aile.
6. Écusson.

BOTANIQUE.

DESCRIPTION ET FIGURES

De six Hyphomycètes inédites à ajouter à la Flore française,

Par M. J.-B.-H.-J. Desmazieres,

Membre résidant.

21 mars 1834.

La famille des *Byssoïdées*, ou, pour nous servir de la dénomination des Naturalistes du Nord, la famille des *Hyphomycètes* est, sans contredit, une des plus curieuses et encore une des moins connues de toutes celles qui composent la vaste série des Cryptogames. Bornée, au temps de Micheli, aux genres *Botrytis*, *Aspergillus* et *Mucor*, elle ne s'accrut de nouvelles plantes et son étude ne fit quelques progrès que par les recherches persévérantes de Bulliard, de Persoon et de plusieurs autres Mycologues. Ces savans signalèrent et décrivirent des groupes nouveaux; de sorte que la plupart des petites productions comprises dans les trois genres de Micheli en furent retirées, en même temps qu'ils s'enrichirent d'un grand nombre d'espèces inconnues au botaniste de Florence.

A l'époque où, dans toutes les parties des Sciences naturelles, le champ des découvertes vint s'étendre avec le secours des instrumens amplifians, Link et Nées, pour qui les recherches microscopiques eurent toujours beaucoup d'attraits, furent naturellement entraînés dans l'étude des Byssoïdes : ils examinèrent de nouveau, et avec le plus grand soin, ces petits êtres trop négligés, et ils les décrivirent avec une rigoureuse exactitude. Le professeur de Berlin fit paraître dans le Magasin des naturalistes, pour les années 1809 à 1815, plusieurs Monographies ou Mémoires importans, et en 1824 enfin, il réunit tous ses travaux et ceux de ses devanciers en un volume qui fait suite au *Species plantarum* de **Wildenow**. C'est à l'heureuse époque de cette publication que l'on vit, avec étonnement, sortir comme du chaos cette multitude d'espèces dont l'existence paraissait nouvelle.

L'ouvrage de cet observateur infatigable est encore aujourd'hui le mieux fait et le plus complet que nous possédions sur la famille des Byssoïdées. Depuis son apparition, aucun Mycologue ne s'est probablement pas reconnu la patience, le talent, nous dirons le courage nécessaire pour entreprendre une révision des recherches considérables auxquelles s'est livré son auteur. Aucun n'a osé se vouer, spécialement comme **Link**, à une famille qui, pour être traitée convenablement, exigerait bien des années et des observations dépendantes de circonstances souvent rares à rencontrer (*).

Au nombre des causes qui, jusqu'à présent, ont éloigné les Botanistes de l'étude des Byssoïdes, on doit placer le très-petit nombre d'ouvrages dans lesquels on peut trouver ces plantes décrites; leur extrême petitesse, qui, échappant presque toujours à la vue simple, nécessite l'emploi de verres grossissans et exige beaucoup de temps dans les préparations; leur vie éphémère, la délicatesse de leurs parties, que le plus léger souffle, le moindre attouchement offense ou fait disparaître; leur fugacité enfin,

---

(*) Lorsque nous écrivions ce passage, la seconde partie du 3.e volume du *Syst. myc.* de **Fries** n'était pas encore parvenue en France.

qui ne permet pas au collecteur de les placer dans ses herbiers. Mais en présence de tous ces obstacles, le Cryptogamiste studieux peut-il s'arrêter encore? Toujours empressé de saisir et de mettre au jour des vérités ou des découvertes importantes, il sentira que, quelque petites, quelque peu durables que soient presque toujours ces productions, elles ne sont pas moins dignes d'être connues et classées dans les livres, puisqu'elles font partie des œuvres de la création. S'il ne nous est pas permis d'apprécier entièrement le rôle qu'elles sont destinées à remplir dans la nature, nous savons au moins qu'elles hâtent la décomposition des substances sur lesquelles elles se développent, qu'elles servent à nourrir des myriades d'insectes, et sous ce dernier point de vue il est encore utile de les connaître. Que de jouissances ne procure-t-elle pas à l'esprit, l'observation de ces petits êtres aussi féconds en merveilles que les grands végétaux! « Si l'étude des » moisissures, dit Poiret, ne présente d'abord rien d'important » aux yeux du vulgaire, ou si elle rebute le Naturaliste par la » petitesse des objets ou la difficulté des observations, d'un » autre côté elle dédommage d'une manière bien agréable l'ob- » servateur aux yeux de qui la nature n'est pas moins admirable » dans les productions qui échappent à nos sens, que dans celles » qui nous frappent par leur grandeur incalculable. En effet, » que de jouissances pour le contemplateur de la nature, lorsque, » l'œil armé d'un bon microscope, il aperçoit, dans un espace » de quelques lignes, une forêt en miniature composée de petits » végétaux rameux qui portent au haut de leur tronc de belles » grappes de graines de différentes formes! Le sol, divisé en » montagnes et en vallons, est revêtu d'un gazon mélangé de » couleurs différentes. Le jaune y contraste avec le vert, le rouge » avec le blanc, etc.; souvent de petits globules d'eau brillent » comme autant de rubis sur ce parterre agréable. Que de mer- » veilles vont s'opérer sous les yeux attentifs de l'observateur! » Bientôt les petites capsules s'entr'ouvrent, se déchirent; il s'en

» échappe avec élasticité un nuage séminifère qui porte au loin » la fécondité. De petits insectes microscopiques se promènent » au milieu de ces végétaux, comme les grands animaux dans » les forêts. D'autres fois le sol s'entr'ouvre, des larves monstrueuses se soulèvent, et bientôt, métamorphosées en insectes » ailés, ils deviennent les aigles de ce petit monde. Dès que l'œil » est désarmé, le charme disparaît, et tous ces phénomènes se » réduisent à un petit morceau de pain ou de fromage moisi et » rongé par les vers. »

Quoiqu'il paraisse naturel de croire que tous les êtres que l'on a fait entrer dans la famille des Byssoïdées appartiennent réellement au règne végétal et qu'ils se perpétuent par des sporules ou semences, si l'on considère les phénomènes singuliers qui ont lieu dans le mode de développement, dans les diverses périodes de l'existence et dans la reproduction de plusieurs d'entr'eux, si l'on fait attention à l'extrême ressemblance que présentent leurs prétendues sporules avec plusieurs animalcules infusoires et avec les corpuscules monadaires des Mycodermes, on sera disposé à convenir que plusieurs Byssoïdes, telles que notre *Oïdium leucoconium*, la plupart des *Mucor*, des *Penicillium*, etc., étant mieux observées, pourront un jour passer dans le règne animal (*), dans lequel sont déjà passées, après un examen plus rigoureux, un grand nombre de ces espèces aquatiques, filamenteuses et vertes, connues autrefois sous la vague dénomination de Conferves. Sous ce dernier point de vue il reste sans doute beaucoup à faire dans l'étude des Moisissures, dans celle du genre *Fumago* et des Urédinées mêmes. Nous osons le pré-

---

(*) Depuis que cette Notice est écrite, nous avons reçu de GAILLON ses Tableaux des genres des Nemazoaires, dans lesquels figurent plusieurs espèces des genres que nous venons de citer, ainsi que le *Byssocladium fenestrale*, le *Torula herbarum*, et quelques autres Byssoïdes.

dire, les actes mystérieux de la vie de ces petits êtres exerceront encore long-temps la perspicacité des Naturalistes.

La distinction spécifique de plusieurs des productions qui nous occupent est encore aussi confuse, aussi problématique. Quelques-unes ne paraissent être que les premiers développemens de certains champignons charnus, de quelques mousses ou fougères. L'*Alytosporium fuscum* nous paraît avoir de grands rapports avec le duvet brun de la *Sphœria aquila*, et les bases tomenteuses de quelques autres Cryptogames, étant mieux étudiées, pourront entrer dans la famille des Byssoïdées et être caractérisées comme des espèces distinctes. On sait aujourd'hui que l'*Ascophora ovalis* de Tode n'est que l'œuf longuement pédicellé du bel insecte connu sous le nom d'*Hemerobius perla*; enfin quelques productions inorganiques, examinées superficiellement, ont été prises pour des Byssoïdes, et nous possédons dans nos collections la preuve matérielle que des macules blanches, occasionées par un lait de chaux tombé accidentellement sur quelques feuilles, ont été prises par un Botaniste instruit, mais qui n'emploie pas assez le microscope, pour une espèce du genre *Sporotrichum*. Il n'est pas jusqu'aux taches noires, petites et nombreuses, produites par la corde des scieurs de long, taches que l'on aperçoit encore sur le bord des planches, qui n'aient été prises pour l'état adulte de l'*Amphitrichum effusum*. Nous aurions encore beaucoup à dire, si nous voulions énumérer ici toutes les espèces illusoires, tous les objets qui ont servi à créer dans les livres des êtres différens : les Cryptogamistes les plus célèbres se sont souvent trompés. tellement l'erreur est facile dans ce grand monde de petites choses.

Les Byssoïdes ne végètent ordinairement que dans les lieux ombragés et sur des corps humides souvent privés de l'action de l'air. Elles sont peut-être les productions organiques les plus répandues. Chacun sait avec quelle étonnante rapidité elles se développent en quantité prodigieuse sur tous les corps en putréfaction. Nos boissons, notre pain, nos légumes, nos confitures, enfin tous nos mets, et même les fruits dans nos jardins, sont attaqués par ces hôtes incommodes, qui leur communiquent un goût désagréable et quelquefois des propriétés malfaisantes. Les écorces et le bois des arbres, toutes les parties des plantes herbacées, plusieurs cryptogames même, certains insectes, les murs de nos souterrains, les planchers, les lambris et les meubles des appartemens humides, le cuir des harnais ou de nos chaussures, les excrémens d'un grand nombre d'animaux, l'encre dans les cornets, la colle, différentes préparations chimiques, nos livres et le papier sur lequel nous écrivons, sont envahis par d'innombrables peuplades de ces petites créatures.

C'est dans la famille qui nous occupe que l'on trouve les tissus les plus délicats et la structure la plus variée. Ici, c'est une villosité humide, mais légère, imitant des flocons d'une blancheur éclatante; là, d'une nature plus sèche, cette villosité ressemble au coton ou à la soie. Les filamens qui la constituent, devenant plus serrés, donnent naissance à un feutre compacte que l'on prendrait pour de l'amadou ou pour un velours paré des plus vives couleurs. Beaucoup de Byssoïdes ont un port plus régulier: quelquefois éparses, quelquefois réunies en larges touffes, leurs filamens dressés et leurs séminules ovoïdes ou globuleuses présentent souvent dans leur disposition les formes les plus élégantes: tantôt un pédicule simple et hyalin, semblable à un filet de verre, est terminé par une tête sphérique ou par de petits globules agglutinés en séries linéaires et divergentes qui imitent la forme d'un pinceau ou celle d'une jolie aigrette; tantôt ces mêmes globules sont portés sur des pédicules dont les divisions sont disposées comme les branches d'une ombrelle; quelquefois ces divisions se subdivisent elles-mêmes en mille et mille petits rameaux qui représentent un arbre en miniature; quelquefois des pédicules plus ou moins rapprochés forment des épis ou des corymbes. Des expansions comme satinées et rayonnantes rappellent la plume de l'oiseau ; d'autres fois encore la plante entière est réduite à un certain nombre de sporules disposées les unes à la suite des autres, comme les grains d'un chapelet. Toutes ces productions, d'une ténuité extrême, ne peuvent être soumises aux lentilles microscopiques sans éprouver quelque dérangement dans la disposition de leurs parties ; alors les plus jolies formes font souvent place au plus grand désordre. Un air sec, le plus faible rayon du soleil, le plus léger zéphyr, qui pour elles est une tempête, viennent enfin en détruire jusqu'aux vestiges.

Mais si le Mycologue ne peut observer ces petits êtres sans éprouver beaucoup de difficultés, s'il ne peut les placer dans ses collections, ou si ceux qu'il parvient à y introduire deviennent promptement la pâture de l'insecte des herbiers, il sentira la nécessité de recourir au crayon et au pinceau pour en retracer des images fidèles, qui rappelleront toujours leur forme extérieure et leur organisation intime. Dans l'impossibilité de conserver convenablement la plupart des Byssoïdes pour notre collection particulière et pour nos fascicules de *Cryptogames du nord de la France*, nous nous sommes attachés depuis plusieurs années à décrire et à figurer toutes celles qui se sont présentées à notre investigation, et, dans ce nombre, ce sont les espèces que nous avons reconnues pour nouvelles ou inédites que nous extrayons aujourd'hui de nos cartons.

I.

NEMATOGONUM, Nob.

Char. gen. *Flocci erecti aut decumbentes, simplices vel subramosi, septati et articulati. Articulis remotis inflatis. Sporidia vage inspersa, nuda (absque appendiculo), simplicia (non septata), thallo non agglutinata.*

Nematogonum aurantiacum, Nob. *Thallo tenui effusa; floccis ferrugineo-aurantiacis; sporidiis concoloribus, ovalibus, circiter $\frac{1}{80}$ millimetris longis. Habitat in ramis exsiccatis arborum emortuarum, in Galliâ.* (v. v.)

Le *Nematogonum* se place dans l'ordre des *Byssoïdées*, division des *Sporotrichées*, ou dans la première série des *Hyphomycètes* de Link, à côté des genres *Sporotrichum* et *Alytosporium*. Il se distingue du premier par ses flocons colorés, du second par ses sporidies libres, et de tous deux par les nodosités ou articulations renflées de ses filamens.

L'espèce charmante qui sert de type au genre que nous établissons, se développe en automne et en hiver sur l'écorce des branches sèches de plusieurs arbres. Nous l'avons souvent rencontrée sur des fagots exposés en meule à l'humidité de l'atmosphère. Elle croît aussi sur le bois mort dénudé, et c'est en cet état que nous en avons reçu un échantillon recueilli en Hollande par M. Splitgerber. Vus au microscope, ses filamens sont très-gros et presque hyalins. Ses sporidies, assez nombreuses, ne paraissent pas toujours exactement ovales, et l'on remarque qu'elles sont quelquefois inégales en grosseur.

Pl. 6, fig. 1. *a*, *Nematogonum aurantiacum* de grandeur naturelle. *b*, quelques filamens et quelques sporules vus au microscope.

II.

Helminthosporium clavariarum, Nob. *Floccis dense aggregatis, simplicibus, brevissimis, rectis, obtusis, septatis, nigris; sporidiis ad apices coacervatis, maximis, oblongis, uni vel biseptatis, pellucis aut opacis. Habitat super clavariam fuligineam vivam, in Galliâ boreali.* (v. v.)

Nous avons rencontré plusieurs fois cet *Helminthosporium*, en automne, dans les taillis des environs de Lille. Il recouvrait presque entièrement la surface de la *Clavaria fuliginea* vivante. Ses sporidies ellipsoïdes offrent deux ou trois loges, mais le plus souvent on n'en trouve que deux formées par une cloison transversale très-apparente. Les unes sont opaques, les autres sont presque hyalines et comme étranglées à la section des loges. Ces sporidies sont assez grandes relativement à la longueur et à la grosseur des filamens, que l'on ne peut apercevoir sans le secours de la loupe.

L'espèce que nous publions ici forme le passage du genre *Helminthosporium* au genre *Diplosporium* par ses sporidies, la plupart à deux loges et toutes accumulées au sommet des filamens.

Pl. 6, fig. 2. *a*, *Helminthosporium clavariarum*, couvrant la *Clavaria fuliginea*, Pers. *b*, filamens et sporidies vus au microscope.

III.

BOTRYTIS GRISEOLA, Nob. *Thallo denso, limitato, oblongo vel subgloboso; floccis hyalinis, griseo-pallidis, ramosis, intricatis. Sporidiis globosis, albis. Habitat in cortice arborum, in Galliâ.* (v. v.)

Nous avons souvent trouvé cette espèce, en hiver, sur des fagots réunis en meule. Ses petits boutons floconneux écartent en naissant les lèvres de l'épiderme qui les recouvre. Ils sont alors oblongs, mais ils deviennent ensuite presque globuleux et assez semblables, pour la grosseur et la forme, à ceux du *Botrytis lignifraga*. Leur couleur est d'un gris pâle, tirant légèrement sur le rosé. Les filamens qui les composent sont rameux, denses, très-entrecroisés, hyalins, cloisonnés à de longs intervalles et recouverts, le long de leur sommet, de sporules blanchâtres, exactement globuleuses, qui n'ont pas plus de $\frac{1}{150}$ de millimètre de grosseur.

Nous avons étudié le *Botrytis griseola* sur le vivant, mais le temps nous ayant manqué alors pour en figurer les détails microscopiques, nous nous bornons à représenter cette espèce vue à l'œil nu, en *a*, (fig. 3, pl. 6), et à la loupe, en *b*.

IV.

ASPERGILLUS CLAVATUS, Nob. *Hyphasmate tenui*; *floccis sporidiferis albis, simplicibus, sursùm incrassatis*; *sporidiis glaucis, globosis, in capitulum claviforme collectis. Habitat in variis corporibus putrescentibus, in Galliâ.* (v. v.)

Cette espèce, très-élégante, forme de petites touffes cendrées ou glauques sur plusieurs substances putréfiées. Elle doit être placée à côté de l'*Aspergillus glaucus*, dont elle se distingue parfaitement par la réunion de ses sporidies en têtes alongées ou claviformes.

Pl. 7, fig. 4. *a*, *Aspergillus clavatus* vu à la loupe;
b, vu au microscope.
c, filament dépourvu des sporules qu'il portait; son sommet est claviforme.

V.

VERTICILLIUM OCHRORUBRUM, Nob. *Hyphasmate obsoleto*; *floccis sporidiferis aggregatis, ochrorubris*; *ramis patentibus, ternis, superioribus oppositis, brevibus. Sporidiis minutissimis, globosis, concoloribus. Habitat in ligno putrido, in Galliâ*; *in Hollandiâ*, (Splitgerber).

Cette espèce, voisine, mais très-distincte du *Verticillium allochroum* de CORDA, se développe sur le bois pourri, qu'elle recouvre d'une couche effuse de couleur orange rembrunie, ou ferrugineuse et rougeâtre. Ses filamens, denses et à peine visibles à l'œil nu, donnent naissance à quelques rameaux courts, ouverts, verticillés trois par trois inférieurement et opposés dans le haut. Ces rameaux vont en diminuant de grandeur à mesure qu'ils approchent du sommet du filament, et chacun d'eux est terminé par une touffe de pédicelles excessivement petits et ténus, portant des sporules globuleuses qui n'ont pas plus de $\frac{1}{250}$ de millimètre.

Pl. 7, fig. 5. *a*, *Verticillium ochrorubrum*, à la vue simple; *b*, quelques filamens vus au microscope.

VI.

TORULA GRAMINIS, Nob. *Cœspitibus minutissimis, subrotundis ovalibusque, atrobrunneis; filamentis simplicibus, decumbentibus, opacis; articulis globosis dein deciduis. Habitat in foliis aridis graminum, in Galliâ boreali.*

Le *Torula graminis*, que nous ajoutons à cette Notice, a déjà paru dans nos *Plantes cryptogames de France*, et MM. FRIES et DUBY l'ont mentionné dans leurs Ouvrages, d'après la description et les échantillons publiés par nous. Toutefois, nous avons pensé qu'il n'était pas inutile de donner ici une représentation exacte de cette espèce, parce qu'elle n'a pas encore été figurée.

Il n'est pas possible à la vue simple, et même à la loupe, de distinguer cette production des *Arthrinium caricicola* et *puccinioides* de KUNZE, parce qu'elle se présente, comme ces deux plantes, sous la forme de petites pustules d'un noir mat et brun; mais au microscope on voit qu'elle en diffère considérablement : ce sont des filamens simples, décumbans, opaques, formés de sporules ou d'articles parfaitement globuleux, de $\frac{1}{180}$ de millimètre de diamètre environ, et qui se séparent facilement. Les derniers articles, au sommet des filamens, sont quelquefois plus petits que les autres. Nous avons trouvé cette espèce, en mars et en avril, sur les feuilles sèches des Graminées.

Pl. 7, fig. 6. *a*, *Torula graminis* de grandeur naturelle.
b, filamens grossis.

MÉDECINE.

GASTRITE AIGUE; TUBERCULES DÉVELOPPÉS DANS L'OESOPHAGE; PERFORATIONS ÉTABLISSANT COMMUNICATION ENTRE CE CONDUIT ET LA TRACHÉE-ARTÈRE; CARIE DE DEUX VERTÈBRES DORSALES,

Par M. J. Gravis,

Médecin de l'hospice civil de Calais, Membre correspondant.

21 février 1834.

Monsieur M....., âgé de 60 ans, d'un tempérament sanguin, avait depuis son enfance une dartre humide envahissant le scrotum, le périnée et le pourtour de l'anus, et qui fournissait une abondante exhalation, accompagnée d'un impérieux prurit qui se manifestait surtout pendant la nuit. Il parvint jusqu'à l'âge de 25 ans sans être affecté d'aucune maladie grave. A cet âge, employé comme commis dans l'administration des hôpitaux militaires français, à Breda, et désirant se débarrasser de son affection dartreuse, il subit un traitement qui ne laissa aucune trace de sa dartre, mais presqu'immédiatement après sa disparition, il fut atteint d'une maladie qui le mit aux portes du tombeau et que, d'après ses renseignemens, je pense avoir été une gastro-entéro-céphalite très-intense. Le médecin aux soins duquel il fut confié parvint à provoquer, au moyen de topiques irritans employés pendant le cours de cette maladie, le retour de la dartre à son siège primitif. Peu d'années après il contracta une urétrite dont il fut guéri par l'emploi d'un traitement convenable. Il fut, depuis lors et pendant les guerres de l'empire, employé comme chirurgien à bord d'un navire armé en course, jouissant d'une très-bonne santé, sa dartre existant toujours. M. M....., après avoir mené une vie très-active, et à la suite de revers de fortune qui lui occasionèrent de violens chagrins, se vit contraint à entrer à l'hospice il y a environ six ans ; depuis quelque temps déjà il s'adonnait à l'usage des boissons alcooliques et buvait surtout beaucoup d'eau-de-vie de grains. Il y a cinq ans le suintement de sa dartre étant diminué, il fut en proie à une vive inflammation du foie, dont il fut complètement guéri. Depuis lors il jouissait d'une bonne santé, se corrigeant de la funeste habitude qu'il avait contractée de boire des liqueurs spiritueuses, lorsque dans les premiers jours du mois d'août 1833, il s'aperçut d'une légère difficulté, sans douleurs, qu'il éprouvait pendant le troisième temps de la déglutition des alimens solides. L'attribuant à la viande bouillie, dont il faisait principalement usage dans l'établissement, il demanda qu'elle fût remplacée par une autre plus tendre. Il vit alors que cette dernière lui occasionait le même effet, et il était obligé aussi, afin que l'aliment passât avec plus de facilité, de le faire accompagner d'une certaine quantité de liquide. Le 18 du même mois, après avoir dîné chez un de ses parens, il eut des vomissemens et sentit une douleur à la région épigastrique. L'emploi pendant quelques jours d'un régime adoucissant fit disparaître cette irritation gastrique. Cependant il éprouvait toujours cette gêne pendant l'acte de la déglutition et ressentait au même instant une douleur obtuse entre les deux omoplates ; ce fut alors aussi qu'il réclama mes soins. Quoique les digestions ne fussent ni pénibles ni douloureuses, une certaine sensibilité de l'épigastre, à la pression, accompagnée de soif et de constipation, et la connaissance que j'avais de l'abus que M. M..... avait fait des boissons fortes, me convainquirent de l'existence d'une gastrite chronique. La douleur dorsale, jointe à la difficulté de la déglutition, que ce dernier acte exaspérait légèrement, me dénota une inflammation de l'œsophage. Le bol alimentaire, arrivé au milieu de ce canal, était quelquefois, par une contraction anormale de cet organe, repoussé dans le pharynx et ne parvenait dans l'estomac qu'après une seconde déglutition; aucun autre désordre fonctionnel ne se manifestait. Je prescrivis une application de quinze sangsues sur le point douloureux de l'épine dorsale, un large cataplasme émollient, boisson gommeuse, bouillon de veau, vermicelle au lait pour aliment, un demi-lavement émollient matin et soir. La douleur et la gêne de la déglutition diminuèrent; mais au bout de quelques jours elles reparurent. Une nouvelle application de sangsues les calma encore momentanément. Toujours même régime adoucissant. Sous son influence la gastrite parut guérie. Le malade avait bon appétit et désirait ardemment prendre des alimens solides; cédant à son désir, je lui permis un peu de viande blanche : au bout de quelques jours je dus la lui interdire et le remettre à l'usage des panades et du lait avec des fécules; car la même difficulté était revenue quoiqu'avec absence de douleur. Le 29 septembre, ayant été soumis à l'impression d'un froid humide, il se déclara un catarrhe bronchique qui, au bout de quelques jours, céda à un traitement approprié et ne laissa plus qu'une toux spasmodique qui s'exaspérait le soir et la nuit sans expectoration. L'usage de frictions de pommade stibiée sur le sternum secondé des opiacés la fit disparaître. Cependant la gêne de la déglutition augmentait toujours insensiblement; il arrivait quelquefois un jour ou deux pendant lesquels M. M...... avalait sans la moindre difficulté, comme en pleine santé, mais ce mieux ne durait guère. Le 12 octobre je prescrivis un large vésicatoire entre les deux épaules. Ce révulsif, entretenu avec soin, ne parut opérer que très-peu d'effet ; il survint alors une céphalalgie intermittente qui fut combattue avec succès par le sulfate de quinine. Le vésicatoire fut toujours maintenu en action. Dès le début de son affection, le malade m'avait dit que sa dartre ne lui occasionait plus aucune démangeaison, et que l'exhalation ne se faisait que faiblement ; je la fis frotter avec de la pommade épispastique au garou qui lui rendit son entière activité. Plusieurs fois depuis lors elle était devenue sèche, et des frictions semblables à celles que je lui avais prescrites d'abord, et qu'il pratiquait de lui-même, lui rendaient son irritation dartreuse. Ce fut ainsi qu'il parvint jusqu'au milieu de décembre, ayant de courtes intermittences de mieux. A cette époque, chaque fois que la déglutition des potages s'opérait et que l'aliment arrivait à l'endroit malade, il sentait un petit picotement et aussitôt une toux survenait et il rendait, par l'expectoration, l'aliment mêlé à une certaine quantité de matière purulente. Depuis lors chaque fois qu'il voulait ingérer, soit des alimens, soit des boissons, le même phénomène avait lieu ; je pensais qu'il y avait érosion des parois antérieures de l'œsophage et postérieure de la trachée-artère et communication directe entre ces deux conduits. Je ne vis plus aucune indication à remplir, regardant M. M...... comme voué à une mort certaine ; il ne souffrait nullement et cependant il était tourmenté par une insomnie des plus pénibles. Dans le but de lui adoucir le reste des jours qu'il avait à vivre et lui procurer un peu de sommeil, je lui fis prendre tous les soirs une préparation opiacée, au moyen de laquelle il passait de très-bonnes nuits, dans un paisible sommeil. Depuis quelque temps les urines étaient devenues très-rares et rougeâtres ; le malade ne pouvant plus avaler que quelques petites cuillerées de boissons ; l'amaigrissement et la faiblesse allaient progressivement en augmentant, malgré l'usage des lavemens de bouillon ; et le 28 janvier 1834, il termina sans agonie sa triste existence.

AUTOPSIE.

Habitude. Émaciation considérable, décoloration de la peau, aucune infiltration.

Tête. Rien à noter qu'une toute petite quantité de sérosité limpide dans les deux ventricules latéraux.

Poitrine. Quelques adhérences anciennes à la face latérale du poumon gauche, du reste ces deux organes très-sains, crépitans dans toute leur étendue et n'offrant aucune trace de tubercules; leurs bords postérieurs gorgés de sang (état cadavérique). Le péricarde distendu par une grande quantité de sérosité citrine; le cœur plus petit que dans l'état normal. La muqueuse bronchique ne présenta rien de particulier, la droite un peu phlogosée à son origine. La trachée-artère offrait à la partie inférieure de sa paroi postérieure quatre ouvertures; une de deux lignes de diamètre, les trois autres plus petites et communiquant toutes avec la cavité de l'œsophage; du reste la muqueuse trachéale dans l'état sain, ainsi que le larynx. L'œsophage présentait, à deux pouces de son extrémité supérieure, une ulcération ne comprenant d'abord que la paroi antérieure de l'organe, mais s'élargissant de plus en plus en descendant, au point qu'à un pouce et demi de sa naissance, elle envahissait tout l'intérieur de l'œsophage. La paroi postérieure de ce conduit était détruite par la désorganisation et remplacée par les 3.^{e} et 4.^{e} vertèbres dorsales, dont la partie antérieure et latérale droite du corps était cariée dans une profondeur de quatre lignes; cette carie descendait plus bas que l'érosion de la paroi postérieure de l'œsophage, de sorte que cette dernière partie formait une petite cloison derrière laquelle existait un foyer purulent. Quelques lignes au-dessous du bord supérieur de cette cloison, l'ulcère se terminait, mais se prolongeait encore sur la paroi antérieure, en sorte que sur cette dernière portion il avait une étendue longitudinale de quatre pouces. Ses bords étaient sinueux, n'offraient aucune dureté squirrheuse; bien qu'ils fussent épais, ils faisaient une saillie plus ou moins prononcée dans l'intérieur du conduit œsophagien. Sa surface avait quelque analogie avec l'aspect granuleux d'une glande, tant par la couleur que par les granulations. Les parois de l'organe avaient une épaisseur de plus de six lignes dans le lieu de cette lésion. Immédiatement au-delà de ses limites, la muqueuse n'offrait aucune trace d'inflammation. En enlevant avec le manche du scalpel les inégalités de la surface de l'ulcère, on voyait que ces granulations étaient constituées par une substance caséeuse plus ou moins solide, exactement semblable à la matière tuberculeuse; un tubercule rempli de la même matière et de la grosseur d'un fort pois existait à l'extrémité inférieure de l'ulcère. En bas et dans le fond de ce dernier, on apercevait les quatre perforations dont il a été question plus haut. Toute la portion de l'œsophage située au-dessous de cette altération organique était en bon état.

Abdomen. L'estomac, rétréci dans sa moitié pylorique, un peu dilaté dans le grand cul-de-sac, contenait dans cette dernière portion, trois à quatre onces d'un liquide noirâtre. Sa membrane muqueuse d'un rouge vif, pointillée et ramollie dans ses 4/5 droits; le 5.e gauche, ou grand cul-de-sac, offrait une muqueuse d'un rouge violet, recouverte d'une exsudation sanguine très-gluante. Les intestins grêles, parsemés de quelques plaques phlogosées; les gros intestins sains. La rate volumineuse, son parenchyme ramolli et gorgé d'un sang poisseux. Le foie foncé en couleur; la vésicule biliaire très-volumineuse et remplie de bile noire et épaisse. La vessie contractée sans présenter de phlogose.

Cette observation est remarquable sous plusieurs rapports:

1.° Il est étonnant qu'une phlegmasie aussi intense de l'estomac n'ait provoqué aucun phénomène indiquant son existence, car à peine peut-on mentionner comme tels les symptômes observés pendant les premiers temps de la maladie. Cette exsudation sanguine est le résultat d'une inflammation portée au plus haut degré d'acuité ; c'est une hémorrhagie des capillaires de la muqueuse, et cette hémorrhagie ne peut être que la conséquence d'une violente fluxion. Cependant aucun désordre fonctionnel, aucun phénomène sympathique, aucune réaction sur la circulation, enfin aucune sensibilité de l'épigastre, même à une forte pression, ne pouvaient la faire soupçonner. Et cette vive inflammation elle-même à quelle cause peut-on l'attribuer ? Quels agens ont pu faire passer une phlegmasie chronique à un état aussi aigu ? Depuis deux mois M. M...... était soumis à un régime lacté, et pendant ses derniers jours à peine quelques cuillerées d'eau gommeuse sucrée ou de lait sont-elles parvenues dans l'estomac. C'est donc d'un côté à l'absence de stimulus, du moins de stimulus naturel de l'organe (l'aliment) qu'on peut rationnellement attribuer la cause de cette phlegmasie, car c'est un ordre de causes admis par les nosologistes. D'un autre côté cette gastrite a pu être aussi déterminée par une quantité plus ou moins grande de matière purulente qui sera descendue de la lésion de l'œsophage ; on conçoit que l'organe gastrique, dont la sensibilité était exaltée par une diète presque absolue et longt-temps prolongée, ait pu se phlogoser sous l'influence du contact d'une matière irritante comme le pus.

2.° Je crois qu'on peut rapporter en partie le développement du tubercule ulcéré dans l'œsophage à la cessation ou du moins à la diminution de l'irritation dartreuse; en effet, ces deux affections n'ont-elles pas leur siège dans les glandes lymphatiques? Les tubercules sont le résultat de l'irritation du système lymphatique et les dartres ont en partie pour siège les exhalans de la peau; mais ce qui est surtout digne de remarque, c'est l'existence de tubercules volumineux dans un organe aussi proche des poumons, sans que ces derniers présentent aux investigations, même les plus minutieuses, la moindre trace de produits analogues, et certes l'anatomie pathologique nous a démontré que leur siège de prédilection était dans les poumons; que quand ils existent dans ces organes et sont passés à un état d'irritation plus ou moins prononcé, le plus fréquemment on en rencontre dans les autres viscères et notamment dans les ganglions mésentériques; tandis qu'il est rare d'en trouver dans ces mêmes viscères, quand il n'en existe aucun, même à l'état d'incubation dans les organes pulmonaires. L'état sain dans lequel se trouvait la muqueuse œsophagienne, qui n'offrait aucun point d'irritation au pourtour du tubercule, dénotait assez que cette altération organique était purement locale, et que les vasculaires sanguins n'y participaient en aucune manière.

MÉMOIRE

SUR L'USAGE EXTERNE DE LA PIERRE A CAUTÈRE,

Par M. Plouviez,

Docteur en médecine, à St.-Omer, Membre correspondant.

20 mars 1835.

L'usage externe de la potasse caustique est connu d'avance; il est apprécié à sa juste valeur par beaucoup de praticiens; son mode d'emploi a fixé jadis l'attention d'un des corps les plus savans, je veux parler de l'Académie royale de chirurgie; mais cette question ne m'a pas paru résolue. Il est vrai que de nos jours on s'accorde généralement à penser que dans le plus grand nombre des cas on doit préférer l'instrument tranchant pour l'ouverture des abcès. Cependant il est encore quelques médecins qui emploient exclusivement, pour remplir cette indication, la pierre à cautère, à laquelle ils attribuent des avantages que je crois outrés. Ayant parcouru plusieurs hôpitaux, tant civils que militaires, où l'on fait un usage presque exclusif, soit de l'instrument tranchant, soit de la pierre à cautère, une telle dissidence sur ce point de chirurgie attira bientôt mon attention; aussi je résolus d'étudier ce sujet pour me mettre à même de mieux apprécier les avantages et les inconvéniens de l'une et l'autre méthodes.

Afin d'envisager cette question dans tous ses points, nous parlerons 1.° des avantages attribués à l'emploi de la potasse caustique ; 2.° de ses inconvéniens ; 3.° des avantages de l'instrument tranchant ; 4.° nous examinerons si, dans un grand nombre de cas où la potasse paraît indiquée, l'instrument tranchant ne pourrait pas la remplacer ; 5.° enfin, s'il est des cas où la pierre à cautère doit nécessairement être employée.

1.° *Avantages attribués à l'emploi de la potasse caustique.*

Les avantages de la potasse caustique sont en petit nombre : ils se réduisent 1.° à déterminer une espèce de fluxion locale nécessaire, selon quelques praticiens, dans quelques cas : par exemple, quand il importe de décider ou d'activer le travail de la suppuration évidemment languissant, ou bien de procréer le degré d'inflammation indispensable pour la formation de la cicatrice; 2.° elle agit comme à l'insçu des malades, quand ils ne sont pas avertis des effets qu'elle va produire, et convient par conséquent chez les individus méticuleux qui craignent l'emploi du fer.

2.° *Inconvéniens de la pierre à cautère.*

L'action de la pierre à cautère est lente, ordinairement accompagnée de douleurs très-vives, de longue durée, quelquefois d'accidens nerveux, et même de tétanos; je pourrais en citer un exemple. Les douleurs qu'elle occasione sont beaucoup plus fortes lorsqu'elle est appliquée sur une partie sensible et enflammée qu'elles ne le seraient si l'on avait fait usage de l'instrument tranchant. Elle produit toujours une déperdition de substance, ce qui est inutile et quelquefois fort désagréable. Il est difficile de préciser au juste les bornes de son action. On ne peut pas la diriger avec assez de sûreté pour ne détruire précisément que les parties qu'on a l'intention d'enlever. Elle peut donc sans utilité prolonger les douleurs et retarder de cette manière la guérison. L'escharre est toujours long-temps à se séparer; aussi est-on obligé de plonger le bistouri à travers elle pour évacuer le pus de la tumeur. La plaie résultant de sa chute est inégale, l'inflammation qui suit est souvent plus violente qu'on ne l'aurait désiré. Cette large plaie doit suppurer long-temps; la cicatrice se fera donc avec lenteur, et ne sait-on pas qu'en raison de leur étendue comme de leur persistance, les solutions de continuité sont plus disposées, soit à s'infecter du virus vénérien, si le sujet est atteint de cette affection, soit à être attaquées de pourriture d'hôpital, lorsque les localités, les encombremens, un état inconnu de l'air atmosphérique, etc., prédisposent à ce genre d'infection? J'ai vu à Toulon, pendant les premiers mois de l'année 1829, chez certains malades portant engorgemens syphilitiques, des glandes inguinales sur lesquelles on avait appliqué la potasse caustique; les plaies devenir blafardes, s'ulcérer, puis une déperdition de peau considérable survenir; plus tard les chairs reprenaient un meilleur aspect et marchaient vers la guérison. Pour cette catégorie, je vais rapporter succinctement une observation prise parmi beaucoup d'autres pour faire voir la manière dont se comportaient les plaies suites de l'application de la potasse caustique. Je ne prétends pas qu'il arriverait constamment des accidens, pas plus prouver qu'on les éviterait en se servant de l'instrument tranchant, mais je crois qu'ils seraient plus rares.

Liegand, sous-officier au 46.me régiment de ligne, entra à l'hôpital le 9 mars 1829, atteint d'ulcères syphilitiques; quelque temps après, les glandes inguinales du côté gauche s'engorgèrent. On fit sur elles des applications de 15 et 20 sangsues. Malgré ces moyens, l'inflammation se termina par suppuration. Pour donner issue au pus, on appliqua une traînée de potasse caustique. La plaie s'enflamma beaucoup. Bientôt elle changea d'aspect; elle devint très-sensible, blafarde, saignant au moindre attouchement; ses bords se renversèrent; la suppuration devint sanieuse, fétide; elle faisait tous les jours des progrès en largeur et en profondeur. On lui opposa deux applications de huit sangsues à son centre, et à deux ou trois lignes de ses bords. Ces émissions sanguines, le régime adoucissant, les pansemens faits avec de la charpie sèche, des cataplasmes émolliens renouvelés deux fois par jour, ramenèrent peu-à-peu la plaie à un meilleur état; les chairs devinrent vermeilles, la suppuration plus louable. La cicatrice commença à se former, et elle était entièrement terminée vers le 6 juillet, époque à laquelle il sortit. Il n'avait point pris de mercure.

Chez d'autres sujets se trouvant en apparence dans des circonstances semblables, les plaies se couvraient d'un enduit visqueux et blanchâtre, d'un gris tendre; elles saignaient au moindre contact, faisaient des progrès en largeur et en profondeur; en un mot, elles acquéraient tous les caractères de la pourriture d'hôpital. Plusieurs malades succombèrent à cet épiphénomène redoutable. Nous allons en rapporter deux observations.

1.° Gilles, fusilier au 6.me régiment de ligne, entra à l'hôpital le 5 janvier 1829, ayant un engorgement des glandes inguinales. Il fit un traitement mercuriel par les frictions. Le 6 vingt-cinq sangsues furent appliquées sur les glandes engorgées. Les 8 et 12 on fit deux nouvelles applications de vingt sangsues. Vers la fin du mois, une collection purulente s'était formée du côté gauche. On lui donna issue au moyen de la potasse caustique. Le 2 février on ouvrit du côté droit de la même manière. Les plaies s'enflammèrent, prirent bientôt un nouvel aspect; les bords se renversèrent, etc. Le 10, le malade se plaignit pour la première fois d'avoir mal au ventre, d'aller souvent à la selle. Il y avait déjà six jours qu'il était dans cet état; il n'avait plus d'appétit, la langue était rouge, les organes gastriques étaient le siège d'une inflammation assez vive; il y avait de la fièvre. On mit le malade à une diète sévère. Le 13, un gonflement de tout le bras droit se manifesta et devint considérable dans l'espace de vingt-quatre heures. On fit une application de 25 sangsues sur toute son étendue; le lendemain, de 15; le surlendemain, de 12. On avait soin de l'envelopper avec des flanelles imbibées de décoction émolliente que l'on renouvelait très-souvent. Ces accidens disparurent au bout de quelques jours. Au contraire les plaies s'étaient agrandies. Elles étaient très-douloureuses, recouvertes d'un enduit visqueux et blanchâtre; le pus était grisâtre, d'une odeur très-fétide, *sui generis*. L'ulcération faisait tous les jours des progrès; le tissu cellulaire tombait en putrilage. La peau bleuâtre, noire, se détachait en lambeaux gangréneux. On en enlevait des portions assez étendues à chaque pansement. Le 23, on appliqua vingt-cinq sangsues à un demi-pouce des bords; le 25, douze sur les mêmes parties. On avait déjà fait usage de chlorure, du quinquina en poudre, du camphre uni au sucre, du suc de citron, etc., qui n'avaient amené aucun changement favorable. Les plaies étaient tellement étendues, surtout celle du côté gauche, que les cordons testiculaires, les vaisseaux fémoraux, la partie supérieure du muscle couturier, le grand oblique jusques un peu au-dessus de l'ombilic, étaient à découvert. Il succomba le 7 mars.

2.° Barnier, soldat au 3.^me^ régiment de ligne, entra à l'hôpital le 22 octobre 1828, pour se faire traiter d'un ulcère et d'un engorgement des glandes inguinales. Il fit un traitement mercuriel à la suite duquel la plaie guérit.

On fit plusieurs applications de sangsues sur le bubon. Parvenu à maturité, on l'ouvrit avec la potasse. La plaie avait un bel aspect, le foyer se détergea; bref, la guérison se fit assez promptement. Quelque temps après il se plaignit de nouvelles douleurs au-dessus de la cicatrice; il s'y forma un nouvel abcès que l'on ouvrit avec la lancette et un autre plus bas que l'on ouvrit de la même manière. On s'aperçut bientôt que ces abcès communiquaient ensemble au moyen d'un décollement. Le malade resta dans cet état quelque temps. Les ouvertures des abcès étant devenues fistuleuses, on résolut de les réunir par une application de potasse caustique. Après la chute de l'escharre, les bords de la plaie se boursoufflèrent, devinrent très-douloureux, la suppuration devint grisâtre et d'une odeur très-fétide. Il y avait souvent des hémorrhagies, l'ulcération faisait sans cesse des progrès. Le tissu cellulaire et la peau subirent le même sort que chez le sujet de l'observation précédente. Il mourut le 27 mars.

Le sujet de cette seconde observation aurait probablement guéri comme les autres, si, au lieu d'avoir recours à la potasse caustique dans un moment où la pourriture d'hôpital régnait, et lorsque le malade de la première était déjà dans un état des plus fâcheux, placé à quelques pas de lui, on avait employé le bistouri pour réunir les deux plaies fistuleuses. Ce qui le ferait croire, c'est que jusqu'à l'application de la potasse, le malade ne pouvait pas donner la moindre inquiétude. Il était dans un état stationnaire depuis fort longtemps; c'est-à-dire qu'il avait bon appétit, dormait bien, et ne ressentait aucune douleur. Ce n'a été qu'après la chute de l'escharre que la large plaie donna plus de prise aux miasmes contagieux. Peut-être que le mode particulier d'irritation que la pierre à cautère détermina, et qui fut porté à un très-haut degré d'intensité, la rendit plus susceptible de s'infecter. Une remarque encore à faire, c'est que plusieurs individus placés dans la même salle, mais qui avaient été opérés avec le bistouri, n'ont éprouvé aucun de ces accidens. Comment en effet se rendre autrement compte de cette différence? je ne sais; j'ai remarqué que tous les accidens disparurent de cet hôpital du moment où l'on cessa l'emploi des caustiques pour se servir du bistouri ou de la lancette. Peut-être ne serait-ce pas émettre une hypothèse que de dire, pour expliquer leur apparition, lorsque l'air y prédispose, qu'une plaie est d'autant plus impressionnable aux agens inconnus qui déterminent la pourriture d'hôpital, soit d'autres complications éventuelles analogues, qu'elle est plus enflammée et d'une plus grande étendue.

Enfin, pour terminer ce qui regarde les inconvéniens de l'emploi du caustique, ajoutons que la cicatrice est toujours assez étendue, plus ou moins inégale, difforme, mince, exposée à se rouvrir à la moindre violence extérieure. D'autres fois la cicatrice est d'une grande consistance et sillonnée par des brides fort dures, en sorte qu'il en résulte de la gêne, de la roideur et même quelquefois l'impossibilité absolue de certains mouvemens.

3.° *Avantages de l'instrument tranchant.*

La promptitude avec laquelle on fait l'ouverture des abcès avec l'instrument tranchant est déjà un avantage. L'opérateur le dirige dans toutes les directions voulues, et fait par conséquent l'opération le plus avantageusement possible. Y a-t-il des décollemens qui nécessitent l'enlèvement d'une portion de tégument, il excise en un instant et exactement, soit avec le bistouri, soit avec les ciseaux, tout ce qui tombe en mortification, ou bien les lambeaux de peau qui entravent la marche de la cicatrice. Mais lorsque cette membrane est intacte et qu'elle peut être conservée, une simple incision de quelques lignes de longueur suffit pour permettre l'élimination de la matière purulente. Il n'y a pas ainsi de déperdition de substance. La plaie produite par l'instrument tranchant est linéaire; aussi, dès que les parties sont suffisamment dégorgées, la cicatrisation se fait-elle rapidement et sans la moindre difformité. Au reste, ses avantages sont tels, que je crois inutile d'en parler plus longuement.

4.° *Examiner si dans un grand nombre de cas, où la potasse caustique paraît indiquée, l'instrument tranchant ne pourrait pas avantageusement la remplacer.*

Supposons des abcès ordinaires qui n'ont pas été amenés par une inflammation bien violente, dans lesquels la fluctuation est manifeste, la peau ayant cependant conservé assez d'épaisseur; beaucoup de praticiens emploient dans ce cas la pierre à cautère, dans le but, disent-ils, d'exciter les propriétés vitales des parois de la tumeur. Quant à moi, je pense que lorsqu'il n'y a pas d'indication plus urgente, l'instrument tranchant peut utilement la remplacer: 1.° parce qu'il détermine par lui-même une irritation suffisante pour l'incision qu'il produit; 2.° parce qu'il est toujours en notre pouvoir d'occasioner *à posteriori* une inflammation plus ou moins vive par une foule de moyens que nous avons à notre disposition, alors que l'incision n'a pas suffi pour la procurer. En effet, ne pouvons-nous pas injecter dans un foyer purulent les liqueurs que nous rendrons plus ou moins énergiques, suivant les indications. N'avons-nous pas des onguens auxquels nous pouvons donner plus ou moins d'activité. Et les cas où l'on est obligé d'en venir à leur emploi sont rares; s'ils offrent eux-mêmes des inconvéniens, il s'en faut bien qu'on puisse les mettre en parallèle avec ceux de la pierre à cautère.

J'ai eu occasion plusieurs fois d'employer ce mode de pansement, il m'a toujours réussi. Un officier fut atteint pendant son séjour en Afrique d'ulcère et de bubon syphilitiques. L'ulcère guérit en peu de jours. L'engorgement des glandes inguinales parvint à suppuration. Le malade, craignant le bistouri et la potasse, voulut attendre que l'abcès s'ouvrît naturellement. Le décollement fut grand, la peau, bleuâtre, très-mince, menaçait de tomber en mortification. J'employai en vain différens moyens pour en obtenir le recollement. Bref, lorsque je crus que le foyer était suffisamment dégorgé, j'y fis une injection de vin rouge chaud, qui produisit beaucoup de chaleur et un peu de douleur. Aussitôt après, j'appliquai des compresses préalablement disposées de manière à former une pyramide, dont le sommet devait répondre au centre du mal et le comprimer dans tous les points. Un spica de l'aîne convenablement serré maintint très-bien l'appareil pendant quarante-huit heures. Au bout de ce temps, je vis avec un vif plaisir que plus des trois quarts de la peau étaient recollés. Je fis de nouveau une injection avec le vin, réappliquai le même bandage : quarante-huit heures après le tout était guéri.

Maintenant, si nous avons égard à la position des abcès, il en est pour lesquels on ne doit jamais employer la pierre à cautère, quelleque soit leur nature. Par exemple, les abcès à la face, au cou, aux seins, et principalement chez les femmes. Nous avons vu pourtant des partisans outrés du caustique l'appliquer jusque sur la face et des cicatrices difformes enlaidir ensuite le sujet.

Essayons de présenter des cas plus graves que celui plus haut. Je supposerai un vaste abcès dans une région quelconque avec décollement et amincissement considérable de la peau ; hé ! bien ! je crois encore qu'on doit proscrire le caustique, tantôt parce qu'il est difficile de circonscrire toute l'étendue des tégumens qu'il importe d'enlever ; d'autres fois parce qu'on peut aller au-delà de ce qu'on s'était proposé de consumer par le caustique. Or, dans le premier cas, on serait obligé d'extraire le reste avec le bistouri ou les ciseaux, ou bien de faire une nouvelle application de potasse caustique. Ce serait donc multiplier à plaisir les opérations. Dans le second cas, on aurait le désagrément de voir en escharre une portion de peau qu'il est toujours utile de conserver. Ces reproches, le praticien les évitera en se servant de l'instrument tranchant ou en se conduisant comme je l'ai fait chez l'officier dont je viens de parler.

5.° *Est-il des cas où la pierre à cautère doive être employée ?*

Jusqu'ici je crois avoir suffisamment démontré qu'il n'est pas de cas où l'emploi de la pierre à cautère soit indiqué ; que l'instrument a sur elle des avantages incontestables. En effet, pourquoi avoir recours à un moyen qui est suivi quelquefois d'accidens ou qui est accompagné de tant d'inconvéniens, puisque nous pouvons les éviter par l'usage d'un autre beaucoup plus simple, plus sûr et plus expéditif? Quelques praticiens pourraient m'objecter avec raison que la pâte caustique, formée par le mélange de la potasse avec la chaux, présente moins d'inconvéniens que la pierre à cautère (*). J'en conviens, on devra même l'employer à l'exclusion de l'ancien procédé, lorsqu'on sera obligé d'en faire usage chez quelques personnes craintives; car c'est seulement dans ce cas que je crois qu'on peut s'en permettre l'emploi, ou tout au plus dans les suivans : 1.° dans les tumeurs d'une indolence extrême, présentant à peine

---

(*) Tout le monde sait comment se fait cette pâte caustique. M. Jourdan en donne une recette dans sa *Pharmacopée universelle*. Il vaut mieux cependant la faire plus forte, comme quelques-uns l'ont conseillé; par exemple, de la faire comme à l'hôpital de Vienne :

Chaux vive en poudre...............	six parties.
Potasse caustique des pharmaciens....	cinq parties.

Pulvérisez la potasse dans un mortier de fer, en ajoutant peu à peu la poudre de chaux. Conservez dans un flacon bouché à l'éméri. Si l'on veut s'en servir, on en verse quantité suffisante dans une soucoupe, et on en forme une pâte avec de l'esprit de vin ou de l'eau de Cologne; on la pétrit avec le manche d'une petite cuiller. On applique ensuite sur la partie que l'on veut cautériser, une couche de cette pâte de deux lignes environ d'épaisseur, en ayant soin d'en circonscrire nettement les bords avec la spatule ou la cuiller légèrement mouillée d'esprit.... ; au bout de cinq à six minutes, la peau est cautérisée jusqu'au tissu cellulaire; ce que l'on reconnaît à l'apparition d'une petite ligne grise sur les bords de la pâte caustique. On peut dès-lors enlever celle-ci et laver l'escharre avec un peu d'eau vinaigrée. Si l'on voulait cautériser plus profondément, on laisserait la pâte dix, quinze et même vingt minutes sur la peau. L'addition de la chaux à la potasse a pour avantage d'empêcher la déliquescence de celle-ci, de lui donner la consistance pâteuse et de lui enlever l'acide carbonique qui peut lui rester encore.

quelques gouttes de pus dans un long espace de temps, et dont les parois intérieures ont besoin d'être excitées; 2.o Dans les abcès avec décollement considérable de la peau et atonie des parties circonvoisines, dans la double vue de détruire entièrement la portion de tégument qui doit tomber en mortification, et de produire un degré d'excitation désiré. Mais comme je l'ai déjà dit, on peut s'en passer, même dans ces circonstances.

Voyons d'ailleurs quels sont les inconvéniens de cette pâte caustique. Ses avantages sont incontestables; elle produit une escharre à contour régulier; elle lui donne la forme et les dimensions que l'on désire; elle la fait exactement semblable à la couche de pâte caustique que l'on applique, ce qu'il est difficile d'espérer avec la pierre à cautère. D'un autre côté, j'y vois toujours ces inconvéniens : 1.o d'agir lentement; 2.o de détruire une portion de peau qu'il vaut mieux conserver quand on le peut; 3.o d'occasioner beaucoup de douleurs; 4.o de donner une cicatrice plus ou moins désagréable. En résumé, les avantages réels de la pâte caustique sur la pierre à cautère ne pourront jamais être mis en regard avec ceux de l'instrument tranchant.

◆

MÉDECINE VÉTÉRINAIRE.

DES AMULETTES CORPORELS,

CONSIDÉRÉS DANS LEUR INFLUENCE SUR LA CONSERVATION DES ANIMAUX.

Par M. J.-B.-C. Rodet,

Professeur à l'école royale vétérinaire de Toulouse, Membre correspondant.

18 avril 1834.

On nomme *amulettes* (1) des moyens divers auxquels on attribue la faculté d'agir sur les êtres vivans, *par une vertu spéciale*, variable néanmoins en ce qui concerne chacun d'eux, mais qui a toujours pour caractère générique *d'être étrangère* aux lois physiques, chimiques et vitales.

L'état de nos connaissances ne nous permet plus d'admettre des influences possibles sur l'organisme en dehors de ces lois ; aussi, est-il généralement reconnu par les hommes instruits que les amulettes ne peuvent exercer, en raison de leur prétendue *propriété extraordinaire*, aucune influence directe, hygiénique ou autre, sur nos animaux; et la foi en leur puissance se perd à mesure que les lumières se répandent. Dans nos campagnes même elle n'est plus, ni si générale, ni si grande; cependant, combien, entre leurs habitans, n'en est-il pas encore qui ont besoin d'être désabusés à ce sujet? Et pourrait-on dire que de nos jours la confiance du peuple au pouvoir des amulettes n'exerce plus aucune *influence indirecte* sur la conservation des animaux domestiques? Mais s'il n'est que trop vrai qu'il n'en est point ainsi, nous avons dès-lors un double motif pour nous occuper de ces moyens.

---

(1) Cet article est extrait d'un *Cours manuscrit d'hygiène vétérinaire.*

Dans le principe on ne donnait le nom d'amulettes (de *amoliri,* éloigner, écarter), qu'aux seuls moyens que l'on opposait aux maléfices; et comme dans les temps d'ignorance où la croyance à l'efficacité des amulettes était pour ainsi dire générale, tout accident, toute affection morbide étaient réputés pouvoir être causés par l'insatiable malice des personnes que l'on supposait adonnées à l'art cabalistique, on employait par conséquent les amulettes, plus qu'aucun autre moyen, on pourrait même dire presque exclusivement, pour préserver de maladies et d'enchantemens, non-seulement les hommes, mais encore les animaux. Plus tard ceux qui faisaient commerce d'amulettes, trouvant l'esprit des peuples, alors plongés dans les ténèbres de la barbarie, disposé à croire de plus en plus à la puissance illimitée de ces moyens, ils leur supposèrent aussi une faculté inverse, celle de pouvoir produire et les maux corporels et des malheurs divers, en sorte que, confondant ainsi les maléfices de tous genres avec les amulettes proprement dits, il y eut dès cette époque deux classes de ces derniers, l'une pour faire le mal, une autre supposée capable de l'empêcher, en prévenant ou en annulant les effets des premiers. Alors, l'astuce en imposant de plus belle à la stupide crédulité, qui tremblait devant la toute puissance supposée des amulettes, souvent même les plus ridicules, on vit des fourbes insignes dispenser et vendre d'une main la source des plus redoutables calamités, et recevoir en même temps, de l'autre, le salaire des vains secours qu'ils promettaient à leurs dupes, ainsi doublement abusées, et cependant toujours prêtes à payer chèrement ces décevantes ressources (1).

La médecine vétérinaire doit à M. **Huzard** père un excellent mémoire sur ce sujet (2), mémoire où règne constamment la plus saine philosophie, et où il s'élève avec les armes de la raison, guidée par un jugement solide, éclairée par de grandes connaissances, contre les préjugés sur lesquels se fonde la croyance populaire au pouvoir des amulettes. Dans cet ouvrage, dont nous ne saurions trop recommander la lecture, M. **Huzard** a divisé les amulettes en *profanes* ou *médicamenteux*, en *surnaturels* ou *occultes* et en *sacrés* ; et cette division était la plus convenable au but qu'il se proposait, celui de parler simultanément de tous les moyens de ce genre, auxquels on avait recours, tant pour prévenir que pour guérir les maladies.

D'un autre côté, M. **Guersent** a divisé les amulettes, 1.° en *médicamenteux* et *magnétiques*, 2.° en *superstitieux*.

Pour moi, qui ne dois m'occuper que des amulettes corporels, c'est-à-dire de ceux qui non-seulement, ayant un corps, tombent sous nos sens, mais encore peuvent, par cela même, s'appliquer médiatement ou immédiatement, soit en substance, soit en images ou en simulacres, soit par leurs noms écrits, etc., au corps des animaux sur lesquels ils sont destinés à exercer l'influence qu'on leur attribue, je proposerai comme la plus propre à faciliter l'exécution de la tâche qui m'est imposée par la nature même de mon sujet, la division des amulettes en *cabalistiques*, *religieux* et *physiques.*

---

(1) C'est pour cela que **Lavoisier** a dit qu'il y avait beaucoup de rapport entre les amulettes et les charmes. (*Dictionnaire portatif de médecine*, etc., au mot *Amulette;* Paris, 1793.)

(2) *Instructions et observations sur les maladies des animaux domestiques*, année 1793, page 181.

Les amulettes *cabalistiques* sont ceux dont la connaissance ou la possession est supposée pouvoir s'acquérir par un prétendu commerce des hommes avec les *esprits*, les *diables*, les *génies*, les *farfadets*, etc., et qui comprennent les opérations magiques et astrologiques, les talismans, les charmes, les sortilèges, les enchantemens, les maléfices, les sorts, les pactes, les hippomanès, les filtres, les parfums, les paroles et formules profanes, les conjurations, l'influence des *signatures*, les amulettes sympathiques, enfin, les choses diverses qui font toute la science supposée des magiciens, des maiges, des devins, des sorciers, ainsi que des leveurs de sorts. Les lumières de notre siècle nous permettent, sans en alléguer d'autre raison que la nature chimérique du pouvoir de ces amulettes, de les regarder et de les signaler en masse comme incapables d'exercer par eux-mêmes aucune action, soit bonne, soit mauvaise, sur les animaux.

Les amulettes *religieux* sont ceux qui émanent ou sont tirés des objets que la religion même d'un peuple lui fait révérer. Ils diffèrent, par leur source, avec la diversité des croyances et les sujets de la foi, particulièrement admis par chaque nation; les objets qui, ou les constituent, ou sont réputés leur communiquer la puissance qu'on leur attribue, ne sont donc pas les mêmes sur les diverses parties du globe; il y a plus, ils ont varié, dans les mêmes contrées, suivant la différence des temps. Cependant, partout où l'on croit que les amulettes religieux, indépendamment des propriétés spéciales des choses matérielles qui les forment quelquefois, peuvent, par leur puissance occulte et surnaturelle, opérer des effets purement physiques ou médicaux; ils n'en consistent pas moins toujours, tantôt en des noms divins ou sacrés, tantôt en des prières ou paroles saintes, soit écrits, soit imprimés, soit encore simulés, pour être quelquefois portés par eux-mêmes, d'autres fois seulement récités près des sujets sur lesquels ils doivent agir; tantôt en des pélerinages, des octaves, des neuvaines, des *ex voto* et autres pratiques ou formules de piété (1); tantôt enfin dans l'apposition d'objets corporels, les uns consacrés par leur usage pour le culte, les autres rendus précieux par des pratiques ou des cérémonies liturgiques. Mais, je le répète, ces choses ont varié et varient encore de nos jours, pour les causes que j'en ai indiquées; ainsi, la Mythologie grecque et latine (2), les prêtres de l'antique Égypte (3), les anciens peuples de la Perse (4), et, dans la Gaule, les Druides de nos ancêtres (5), avaient leurs amulettes religieux; ainsi, à l'égard des nations modernes, nous voyons que, pour l'Indien, ce qu'il croit tenir de ses Pagodes; pour le Nègre, ce qu'il regarde comme provenant de ses Fétiches; pour le Mahométan, les paroles du Coran; pour le Chrétien, des oraisons à Dieu, à la Vierge ou aux Saints, sont ou deviennent également des amulettes, quand on se sert de ces choses de la même manière et dans les mêmes intentions surtout que l'on emploie ceux-ci. Ne rirait-on pas aujourd'hui de l'homme qui recourrait sérieusement aux amulettes mythologiques? L'Arabe peut-il croire à l'efficacité ou hygiénique ou médicale des amulettes des Nègres et des Indiens? Y pouvons-nous croire nous-mêmes? Pas plus qu'à l'efficacité des paroles du faux prophète de la Mecque!....... Nous n'avons pas besoin de dire, par conséquent, que, parmi les amulettes religieux de notre pays, il n'y a que ceux qui sont matériels, comme, par exemple, l'eau bénite, la clef de St.-Hubert, celle de la sainte chapelle de l'église St.-Sévérin de Paris, etc., qui pourraient avoir des effets physiques sur les animaux; mais que rarement cependant leur influence, quand on les emploie à titre d'amulettes, peut avoir, si le hazard ne s'en mêle, une efficacité réelle, au moins dans le sens où on les en croit capables; et que même encore, dans ce dernier cas, on peut, sans profaner par cet usage les objets du culte et de la juste vénération des fidèles, attendre et obtenir les mêmes effets avantageux, souvent d'ailleurs beaucoup plus actifs, plus directs et plus sûrs, par l'emploi d'autres moyens, dont l'action n'a pourtant rien de mystique (1). D'un autre côté, on peut affirmer aussi que parmi les amulettes religieux, tous ceux qui sont corporels ne sauraient avoir effectivement, quoi qu'on en ait dit (et on peut certes le penser sans aucune impiété), toutes les vertus qu'on leur attribuait, tels, par exemple, que l'étole de St.-Hubert, dont la moindre parcelle, insérée sous la peau du front, préserverait les animaux de la rage; que la dent de St.-Amable, dont l'application guérirait la morsure de la vipère, etc.

---

(1) En effet, les bénédictions, les exorcismes, le toucher des châsses des Saints, l'usage des cierges bénits, la lecture des évangiles, les processions, etc., sont souvent aussi employés à la manière des amulettes.

(2) Sans compter les *Pénates* ou *Lares* qui veillaient sur le domicile; les *Viales* qui avaient la garde des chemins; les *Compitales*, qui présidaient aux carrefours; les *Urbani*, qui veillaient sur chaque ville en particulier; n'y avait-il pas les *Præstites*, dont on implorait le secours dans les conjonctures fâcheuses; les *Hostilii*, pour obtenir l'éloignement des ennemis; *Luperca* n'était-elle pas invoquée contre les loups; la déesse *Robigo*, contre la rouille des blés, etc.? Le laurier ne préservait-il pas de la foudre, etc.?

(3) Ils avaient aussi leurs *Lares*, qu'ils appelaient *Tychis, Dymon, Heros* et *Anachis*.

(4) Abraca, Abracas, Abracadabra, Abracalan, Abraxas, Abrasaxas, que l'on regarde comme autant de noms donnés par les Perses à leur dieu Mithra, sont des mots dont l'emploi comme amulettes est assez connu.

(5) On sait surtout combien de vertu ils attribuaient particulièrement au *gui*, coupé avec de certaines cérémonies.

---

(1) Et aux personnes qu'une véritable piété anime, ne pourrions-nous pas demander si ce serait nier en rien l'omnipotence de Dieu, ou si ce serait manquer aucunement à la foi chrétienne, de soutenir que ce n'est point sans doute à l'occasion d'un bœuf, d'un cheval, d'un chien, etc., que le Tout-Puissant voudrait sans cesse, au gré du caprice, des intérêts ou des ridicules souhaits des hommes, intervertir les lois générales que lui-même a établies sur la nature entière, et faire ainsi journellement des miracles au sujet des moindres choses? Car quel serait le pouvoir des amulettes religieux, si, absolument comme pour les miracles, leurs effets n'étaient pas, d'une part, en dehors de ces lois, d'une autre part, supérieurs à leur action, pour la détruire? D'ailleurs, leur

Ainsi donc, ou les amulettes religieux sont aussi impuissans que les amulettes cabalistiques, ou ils ne produisent que des effets fortuits, rares, peu certains dès-lors, et que l'on peut ordinairement, qui plus est, obtenir avec plus de certitude à l'aide des moyens hygiéniques, pharmaceutiques ou chirurgicaux, appropriés aux différens cas. Repoussons, par conséquent, de tous nos moyens le recours abusif et blâmable du vulgaire ignorant et superstitieux aux amulettes religieux, en raison de leur sainteté, qui doit nous les faire respecter d'une part, et de leur inutilité, de l'autre part, si nous les considérons sous le point de vue qui nous occupe. Craignons qu'un tel usage ne décrédite les objets d'un culte que le peuple ne saurait trop vénérer; mais que pourtant *il n'est que trop porté*, suivant les sages paroles d'un respectable prélat, *à confondre avec les remèdes humains* (1); et sous ce rapport, autant que pour son propre intérêt, cherchons à l'éclairer assez pour le détourner d'y avoir recours ou de leur accorder la préférence sur des moyens qu'il néglige alors, quoiqu'ils aient des droits plus réels à sa con-

---

emploi dans les cas dont nous parlons n'est-il pas toujours ou une profanation, même quand il est fait avec une ferme confiance en leur vertu, ou un acte d'irréligion, s'il pouvait n'être point fait avec une intime conviction qu'il ne peut manquer d'être suivi des bons résultats qu'on en attendait ?.....

(1) *Lettre pastorale de monseigneur l'archevêque de Toulouse, au sujet de la maladie épizootique*, Montpellier, 25 décembre 1774.

ſiance, quand c'est aux maladies des animaux qu'il s'agit de les opposer !

Les amulettes *phyſiques* sont ceux qui sont le plus exclusivement corporels. S'ils ne sont pas toujours doués, à beaucoup près, des propriétés que l'ignorance ou la ſourberie leur supposent ; ils pourraient néanmoins, en raison de leur nature matérielle, déterminer souvent des effets positifs et plus ou moins sensibles, sur les animaux auxquels on en ſerait l'application. En raison du mode d'action qui pourrait résulter de leur emploi, ils peuvent être très-naturellement subdivisés en *inertes*, en *médicamenteux* et en *électro-magnétiques*.

Les amulettes corporels qui méritent le nom d'*inertes*, sont tous ceux qui, par la nature de la substance qui les constitue, ou bien encore par la manière d'en faire usage, ne sont susceptibles d'exercer aucune action, soit médicamenteuse, soit magnéto-électrique.

On doit placer au rang des amulettes physiques, *inertes* par leur nature même, les colliers de liége ou de marrons d'Inde que l'on attache au col des ſemelles dans la vue de hâter la suppression du lait ; les bouchons de paille que l'on met aux extrémités des chevaux atteints de cette affection, pour empêcher la ſourbure de descendre dans les pieds ; le clou arraché du pied d'un cheval piqué, et ensuite entouré d'un crin de l'animal, que tantôt l'on plante dans les planches de la boutique, et que tantôt l'on jette dans le ſoyer de la ſorge, pour prévenir les suites que pourrait avoir la blessure qu'il vient de causer ; l'os naviculaire d'un pied postérieur, attaché au col ou au mors d'un cheval, pour l'empêcher de devenir ſourbu ; les poules *noires* et *couveuses* qui ont la prétendue propriété de préserver les bestiaux malades des suites les plus ſunestes, et surtout de la mort, dans leurs plus redoutables affections ; la peau d'un serpent, appliquée au pied non blessé du même bipède, et, au contraire, ou soit une carpe, soit une grosse araignée, soit la tête d'un lézard, appliquées sur le pied blessé lui même, pour faire sortir de suite et sans opération l'épine, le chicot ou le tesson qui a pénétré accidentellement sous la corne; la courroie de cuir de cerf dont on lie la queue d'un cheval pour guérir le *flux de ventre*; la cendre de sarment qu'on répand sur le cheval pour l'empêcher de tomber; la cendre de tête de chien jetée sur la peau dépilée pour y faire croître les poils; le cœur de bœuf convenablement préparé, et dont on fait usage au besoin, pour, avec un seul cheval, et impunément pour lui, suivre la poste aussi long-temps qu'on le veut; les feuilles de platane regardées comme propres à empêcher les chauves-souris d'entrer dans les habitations des animaux; l'ongle d'un pied de chèvre, l'armoise, la ronce ou un serpent rôti, pour en écarter les serpens vivans; la peau de loup tannée, qui en écarte les puces; le sang de chevreau, mis dans un creux de l'écurie pour attirer et tuer toutes les puces; la main gauche dans laquelle on a étouffé une taupe qu'on aurait trouvée sans la chercher, et qui conserve ensuite, pour toujours, la propriété de guérir les tranchées du cheval sur le ventre duquel elle est passée; l'araignée et le bouc qui assainissent les écuries, etc., (1). Et si j'ai énuméré aussi longuement des moyens si dignes d'être tournés en dérision, ce n'est pas pour avoir le vain plaisir d'en grossir la liste, mais bien pour convaincre mieux les personnes qui croiraient encore de bonne foi à la puissance d'aussi ridicules amulettes de la constante ineptie qui a pu seule présider au choix de tels agens! Ensuite, il faut ranger au nombre des amulettes physiques, qui ne demeurent *inertes* et par conséquent sans action que par la manière dont ils sont employés, mais qui par leur nature propre ne le seraient pas d'une façon absolue, l'arsenic enfermé en toile crue et pendu avec une ficelle neuve aux crins de l'animal, proposé contre le farcin; l'urine d'une vache qui a été surprise couchée et que l'on a relevée par la queue, pour dissiper l'enflure des jambes des chevaux; les sachets de sel et de cendre placés sur les reins, pour guérir le vertige; le safran pilé et le vinaigre mis dans la bouche du cheval pour lui fasciner la vue, etc. Serait-il besoin d'insister beaucoup de nos jours pour persuader toute personne de bon sens que de semblables amulettes n'ont point et ne peuvent avoir sur les animaux les effets singuliers qu'on leur attribuait?

---

(1) Bien loin de les assainir, le second les infecte par l'odeur qu'il y répand.

Les amulettes *médicamenteux* sont ceux qui, en raison de certaines propriétés plus ou moins actives, peuvent (quoique ce ne soit pas pour l'ordinaire d'une manière avantageuse à l'effet qu'on voudrait produire) agir sur les animaux, si non toujours et exclusivement par eux-mêmes, au moins dans quelques cas, par les émanations ou parties volatiles qu'ils fournissent, tant quand elles sont introduites dans l'économie avec l'air respiré, que lorsqu'elles sont absorbées par la peau; et l'on peut regarder comme tels les sachets de plantes aromatiques, ceux de camphre, d'iris de Florence, d'*assa fœtida*, qu'on fait porter aux animaux en différentes circonstances; les clous de girofle, les aromates et le vinaigre brûlé, etc., l'ail, qui sont réputés capables de *chasser le mauvais air*, etc.; et ne pourrait-on pas placer au rang de ces amulettes l'enceinte de cautérisation que l'on traçait autrefois autour de la partie affectée de farcin, pour circonscrire en quelque sorte celui-ci en un cercle magique, au-delà duquel il était supposé ne pouvoir s'étendre? Ces derniers amulettes, quoiqu'ils soient en quelque sorte les seuls dont on ne puisse nier la vertu active autant que réelle, étaient cependant, par une singulière disposition de l'esprit humain à s'en laisser imposer de préférence par tout ce qui a l'apparence du merveilleux, en même temps les moins employés et aussi les moins vantés par les gens qui faisaient métier de spéculer sur les faiblesses et les travers des hommes privés d'instruction. Cependant, les amulettes médicamenteux, quoique doués d'une action indubitable sur les animaux, ne produisent presque jamais, comme je l'ai dit, lorsqu'ils sont employés à ce titre, des effets exclusivement efficaces, et peuvent même, au contraire, en déterminer souvent de nuisibles. La raison en est aisée à déduire; car, pour qu'ils puissent produire des effets avantageux, il faudrait que la propriété spéciale dont ils seraient pourvus par leur nature propre, se trouvât convenir parfaitement à la circonstance pour laquelle on les emploie, et ce n'est jamais qu'aveuglément, au hazard, sans consulter ou les indications ou les exigences des cas divers, que l'usage en est conseillé, que l'application en est faite! Par conséquent, considérés dans la manière toute vicieuse dont le vulgaire y a recours, les amulettes qu'on appelle médicamenteux ne peuvent pas être plus utiles et ne sauraient guère être moins dangereux que les autres, tant par leurs propres effets, obtenus à contre-temps, que parce qu'ils détournent de recourir à des moyens qui, bien raisonnés dans leur choix et dans leur usage, seraient alors, et aussi souvent que possible, capables de procurer des succès certains.

Enfin, les amulettes *magnéto-électriques* (1) sont ceux qui, comme les aimans, les barreaux aimantés, les armures métalliques, etc., peuvent, sous l'influence de l'électricité atmosphérique et du magnétisme terrestre, ou encore en garantissant les animaux de leurs effets, jouir de propriétés physiques et bien réelles; on peut dans cette classe, relativement à l'hygiène et à la médecine vétérinaires, placer les branches de fer dont on entoure les vers à soie pour les préserver des effets de l'électricité; celles que l'on met dans les laiteries pour empêcher le lait de cailler dans les temps orageux, et aussi celles que l'on place au milieu des œufs sous les poules couveuses, pour empêcher le tonnerre de tuer les poussins. L'acuponcture, dont on a fait dans ces derniers temps quelque usage en médecine vétérinaire, et les toiles cirées que l'on pourrait employer dans quelques circonstances particulières, pour isoler la partie malade contre l'influence extérieure de l'électricité, etc., sont aussi des procédés dont l'action ne reconnaît pas une autre source. Nul ne saurait nier l'activité de semblables amulettes; mais encore ici, comme à l'égard de ceux qui sont qualifiés de médicamenteux, ils cessent, sous le point de vue médical, d'être des amulettes à effets extra-physiques et occultes dans leur action, pour devenir (exclusivement pourtant dans les mains du médecin vétérinaire assez instruit pour en bien régler l'emploi), des moyens rationnels de traitement, toutes les fois qu'ils sont bien choisis autant que convenablement appliqués pour satisfaire aux indications pathologiques ou autres des cas pour lesquels on peut y avoir recours.

---

(1) « Et de nos jours et sous nos yeux, dit M. HUZARD, dans l'ouvrage » précédemment cité, n'a-t-on pas aussi magnétisé nos animaux? N'a-t-on » pas prétendu que cet amulette guérissait le farcin, la morve, le vertige? » N'a-t-on pas cru avoir fait dormir des chevaux?... » Qui se serait attendu à voir le *mesmérisme* jouer un rôle jusque dans de semblables choses? Mais ce n'est point de ce *magnétisme animal*, malgré qu'il soit bien digne de prendre rang parmi les amulettes les plus absurdes, que j'ai voulu parler dans cet article.

Ainsi donc, et pour nous résumer, nous dirons que quoique rien ne soit plus illusoire que la croyance aux bons effets des amulettes, ils n'ont pourtant que deux mauvais effets constans autant que communs, à l'égard de l'usage qu'on en peut faire pour les animaux : le premier, c'est d'inspirer une confiance trompeuse en des moyens qui détournent d'autant plus inévitablement d'avoir recours à ceux qui pourraient avoir de l'efficacité, que, quand on est, ou assez borné, ou assez superstitieux pour employer des amulettes, on ne doute ordinairement pas de l'infaillibilité de la puissance particulière dont on s'est plu à les gratifier; le second, c'est que les amulettes de tous les genres ne profitent qu'à ceux qui les vendent, tandis que dans la plupart des cas ils sont ou directement ou indirectement nuisibles à ceux qui les mettent en usage. Et malheureusement il n'arrive que trop que les hommes qui, par leur position, par la confiance qu'ils inspirent aux habitans des campagnes, par les lumières même que leur état suppose, devraient chercher à les prémunir contre les erreurs et contre les suites funestes de cette ridicule croyance, ne sont que trop souvent, au contraire, ceux qui les abusent à ce sujet et qui les abusent, dans quelques cas, uniquement pour en profiter. A ceux qui ne sont mus en cela que par de semblables motifs, que leur dirions-nous qui puisse les toucher? Ne sont-ils pas de cette classe d'hommes qui s'avilissent assez d'eux-mêmes, pour placer leur intérêt avant tout? Aux autres, et nous avons lieu de croire qu'ils forment le plus grand nombre, nous leur ferons observer combien il y aurait loin de cette conduite justement répréhensible, à ces sentimens si nobles et si beaux, à ces sages conseils d'un vertueux et digne archevêque français, si bien exprimés dans ces paroles qu'il adressait aux curés de sa juridiction, dans un temps de calamité publique : « Malheur à celui qui regarderait comme étranger à notre ministère un soin quelconque utile au peuple !...... C'est à vous, ... à éclairer sa dévotion et à la diriger de manière que, sans rien perdre de sa ferveur, elle n'aille pas, par des pratiques superstitieuses, contrarier les vrais principes du christianisme........ En excitant les habitans de votre paroisse à obtenir du ciel les salutaires effets de sa miséricorde, je ne doute pas que vous ne soyez attentifs à les éloigner de ces pratiques superstitieuses auxquelles le peuple, dans de semblables occasions, n'est que trop porté à avoir recours. » (1)

---

(1) *Lettre pastorale* déjà citée.

Peut-il par conséquent rester quelque doute sur la conduite que, dans son intérêt bien entendu, devrait tenir tout homme raisonnable auquel on pourrait encore proposer de recourir avant tout, en fait de conservation des animaux qui sont sa propriété, à l'emploi des amulettes ?

PHILOSOPHIE.

CONSIDÉRATIONS

SUR LE CARACTÈRE DE LA PHILOSOPHIE AU 19.e SIÈCLE,

Par M. Mallet,

Professeur de philosophie au collège royal d'Amiens, Membre correspondant.

3 octobre 1834.

Il existe contre la philosophie deux genres de préjugés non moins injustes l'un que l'autre. Les uns la considèrent comme un assemblage de questions oiseuses, propres tout au plus à exercer les esprits dans la frivole science de la dispute et des subtilités scholastiques; les autres s'obstinent à voir en elle la vieille ennemie de ce qu'il y a de plus respectable et de plus saint. — Voilà les deux genres de griefs dont on prétend se prévaloir contre elle.

Nous ne craignons pas de le dire, ceux qui soulèvent aujourd'hui contre la philosophie de semblables accusations ne sont pas de leur siècle et se trompent d'époque; ils rétrogradent les uns et les autres vers un passé qui ne saurait revenir.

Nous ne sommes à l'heure qu'il est ni au moyen-âge, ni au temps de d'Holbach et d'Helvétius; nous appartenons au dix-neuvième siècle, et c'est ce que paraissent trop oublier les hommes qui suscitent à la philosophie de si misérables querelles.

La philosophie, telle que le dix-neuvième siècle la comprend, est un besoin sérieux et réel. Notre âge n'est point philosophe par fantaisie ou par caprice ; c'est chez lui le résultat d'une loi irrésistible, la loi du progrès, qui pousse hommes et choses vers la fin que la Providence a assignée à tous.

Il y a dans la vie des nations deux phases distinctes comme dans la vie de l'individu. Au début des années, tout est poésie chez l'enfant ; toutes ses facultés entrent en exercice et se développent sans qu'il cherche la raison de ce développement. Il n'observe pas la vie intellectuelle : il la laisse aller. Plus tard, il est vrai, la raison, faisant un retour sur elle-même, se demandera compte de ses procédés ; mais toujours est-il que la spontanéité est chez elle le premier moment du développement et que la réflexion ne vient qu'ensuite. Eh bien, ce qui est vrai de la vie de l'homme observé individuellement l'est également de la vie des nations. Les nations ont aussi leur âge de spontanéité, leur âge de réflexion ; en d'autres termes, leur âge poétique, leur âge philosophique. La nôtre a subi, elle aussi, ces deux phases : la poésie au moyen-âge, à l'âge moderne la philosophie. Il y a bien, si l'on veut, au moyen-âge, des hommes qui s'intitulent philosophes et des doctrines qu'on appelle philosophiques ; mais ni hommes ni choses ne méritent véritablement ce nom ; car où n'est pas l'indépendance la philosophie ne saurait être, et ce qu'on appelle philosophie au moyen-âge était quelque chose de subordonné à une autorité supérieure. La philosophie proprement dite, dans toute la rigueur du mot, manque donc à l'époque dont nous parlons ; mais en revanche le moyen-âge, ce temps de la jeunesse des nations modernes, eut sa poésie, suave de coloris et de fraîcheur, énergique et vigoureuse comme les ames d'alors, imposante et hardie comme ses cathédrales, empruntant à la religion ses ailes de flamme et ses élans vers le ciel, à la chevalerie sa turbulence aventureuse, aux caractères nationaux leur originalité vive et étincelante.

Telle fut la poésie de ce moyen-âge, dont il nous reste encore tant de choses à connaître. Au commencement du dix-septième siècle, de nouveaux, d'impérieux besoins se font sentir. La réflexion s'éveille de toutes parts; la véritable philosophie est mise au monde par Descartes, qui réclame pour la raison humaine une indépendance absolue: et dès-lors commence le rôle de la réflexion, moins brillant peut-être que celui de la poésie, mais tout autrement grave. On sent que l'âge viril a commencé pour l'esprit humain, qui fait noble et glorieux emploi de cette faculté nouvelle qui s'éveille en lui. Son inquiète et dévorante sollicitude se porte sur tout ce qui peut être l'objet de son examen : beaux-arts, littérature, politique, jurisprudence, la philosophie exerce sur tout son contrôle, et à bon droit, car dans l'ordre de développement de la pensée humaine tout relève d'elle, tandis qu'elle ne relève que d'elle-même. Arrive le dix-huitième siècle avec son allure sceptique et moqueuse, époque de négation qui semble avoir reçu la terrible mission d'en finir avec tout un passé et qui remplit à merveille ce rôle de destruction. D'indépendante qu'elle s'était montrée au siècle précédent, la philosophie devient hostile à tout ce qui est : mœurs, croyances, lois, forme gouvernementale, il n'est rien qu'elle n'attaque et ne sape. Deux hommes se partagent le vieux monde à détruire : à Voltaire les dogmes religieux, à Rousseau les dogmes politiques. Puis, quand ils ont tout miné, tout ébranlé par leurs écrits, quand ils ont fait la révolution dans les esprits, viennent d'autres hommes qui la font dans les choses, philosophes d'action plus encore que de théorie, colosses puissans de nerfs, terribles d'audace jusqu'à la frénésie, et qui procèdent par la terreur à la démolition du passé et à l'édification de l'ordre nouveau. Que pouvait devenir la philosophie au milieu de l'ouragan qui emportait toutes choses? Nécessairement elle devait participer du caractère de trouble et de violence dont tout alors était marqué. Ce n'est plus ce langage si imposant de calme et de mesure comme dans Montesquieu, ni si vif, si spirituel, si brillant comme dans Voltaire, ni si puissant de génie et d'enthousiasme comme dans Rousseau ; et pourtant le génie et l'enthousiasme ne lui manquent point ; mais c'est un enthousiasme furibond, un génie poussé jusqu'au délire. La philosophie descend alors, des régions paisibles où toujours elle devrait planer, au milieu de la tempête populaire et des orages de la place publique. Devenue peuple elle-même et s'identifiant à tout ce qui est du peuple, elle tonne à la Convention, elle hurle à la tribune des clubs, elle délire aux fêtes de la Raison. Puis, quand la tourmente révolutionnaire est calmée, elle tombe, elle aussi, avec toutes choses, dans ce morne et silencieux abattement, qui, pour la pensée comme pour les organes physiques, succède inévitablement à l'orgie et aux excès ; tellement que lorsqu'apparut le Soldat heureux qui se servit contre la liberté du glaive que la liberté lui avait confié contre les ennemis de la France, il trouva la philosophie muette, paralysée, impuissante comme un cadavre. Elle, qui avait ébranlé des croyances de dix-huit siècles et remué jusque dans ses fondemens le vieil ordre social, est sans force contre un homme né d'hier ; elle se voit par lui muselée, réduite à se taire, tournée en ridicule, traitée de folle et de visionnaire. Et, à vrai dire, il n'en pouvait être autrement. Les circonstances étaient peu favorables pour lui concilier la sympathie des masses. Elle, qui ne peut vivre que dans la paix et dans le calme, était à tout instant distraite de ses laborieuses méditations par le canon de nos batailles et de nos triomphes. Les noms de Marengo, Austerlitz, Iéna, exerçaient sur les ames une influence autrement magique que ceux de Locke et de Condillac, les coryphées de la philosophie d'alors. Mais lorsque, suivant la loi des choses qui veut que tout ici-bas, même la gloire et le génie, ait son expiation, le grand homme eut été précipité de ce trône qu'il avait reconstruit sur le bord de l'abîme toujours ouvert des révolutions, la pensée, long-temps comprimée par cette main puissante, se redressa, et, soit qu'elle l'ignorât, soit qu'elle le voulût, la restauration fit à la philosophie une condition meilleure. On la vit alors, cette philosophie, devenue moins exclusive, accueillir tout ce qu'il y a de raisonnable chez nos voisins, et, appuyée sur ces données nouvelles, protester contre les exagérations sensualistes de l'âge précédent. L'Écosse et l'Allemagne, l'une si admirable de bon sens, l'autre si supérieure de raison, trouvent en France deux éloquens interprètes. Leurs doctrines, qu'un patriotisme mesquin et mal entendu avait jusques-là répudiées, sont accueillies avidement par des esprits fatigués des théories désespérantes du dix-huitième siècle. Le génie du passé lutta énergiquement contre cette tendance; mais en dépit de ses répugnances et de ses efforts, la victoire fut acquise à l'esprit nouveau, et de cette fusion des doctrines écossaises et allemandes avec la saine partie des théories du dix-huitième siècle, naquit la philosophie actuelle. En pouvait-il être autrement? Assurément, non. C'était chose nécessaire qu'après l'époque de dépendance vînt pour la philosophie l'émancipation, après celle-ci l'abus de la liberté, puis le retour à la modération et à la sagesse. Maintenant que des jours meilleurs ont commencé pour la philosophie, maintenant qu'elle peut tout à l'aise exposer ses théories et produire ses systèmes, elle restera d'elle-même dans les limites d'une sage réserve; car l'excès et la licence ne vont qu'à l'esclave qui brise un instant sa chaîne pour la reprendre ensuite, tandis que la modération s'allie bien avec l'usage fréquent et soutenu de la liberté.

Maintenant il nous est facile d'apprécier le caractère de la philosophie de notre âge. Ce caractère est double : caractère de spiritualisme, caractère de conciliation. La philosophie spiritualiste est celle qui croit qu'il y a en ce monde autre chose que de la matière, autre chose après cette vie que la tombe et le néant. Dans la pratique elle enseigne l'accomplissement du bien, le dévouement à la patrie, l'obéissance aux lois et aux chefs chargés de leur exécution, l'amour de tout ce qui est bon et honnête; elle apprend à sacrifier en toute rencontre la passion à la raison, l'intérêt au devoir. Le second caractère que nous avons à signaler dans la philosophie de notre époque est un caractère de conciliation, et ce dernier se manifeste avec une non moins lumineuse évidence. En psychologie, par exemple, où sont aujourd'hui les théories exclusivement ou sensualistes ou rationalistes, et de quelle faveur jouissent-elles? N'est-il pas vrai qu'elles sont tombées dans le plus complet discrédit, et se sont vu remplacer par des théories qui ne vont chercher la vérité dans aucun système exclusif, mais qui empruntent à tous les systèmes ce qu'ils ont de raisonnable et de légitime? C'est qu'on a reconnu, et à bon droit, que nul système ne peut se dire en possession de la vérité à l'exclusion de tous les autres, mais qu'une part de vérité se trouve dans tous. Voulons-nous un second exemple? Dans l'application de la philosophie aux choses de la religion, ce même caractère se manifeste. Comment seraient accueillies aujourd'hui les prétentions anti-religieuses du dix-huitième siècle? Tout porte à croire qu'elles seraient repoussées avec dédain si elles essayaient de se reproduire. Loin d'être hostile à la religion, la philosophie de notre âge lui emprunte ses touchans et sublimes enseignemens; car si la philosophie parle à la raison, la religion parle au cœur, et la philosophie a compris qu'elle ne pouvait se séparer de la religion sous peine de mutiler l'homme en négligeant un des élémens constitutifs de son être. Si nous voulions pousser plus loin la vérification et l'essayer sur les beaux-arts, l'histoire, la littérature, les sciences politiques, dans chacune de ces sphères encore nous retrouverions le concours pacifique de la philosophie et son intervention conciliatrice.

Dans ce rapide exposé nous avons essayé d'esquisser le caractère de la philosophie telle que dans l'état actuel elle s'offre à nos contemplations et à nos études. Nous avons entrepris d'établir qu'elle n'est pas une série de questions stériles et frivoles, mais une science grave et sérieuse, féconde en résultats importans. Se livrer à l'étude de la philosophie, ce n'est plus tourmenter des abstractions plus ou moins ingénieuses; c'est discuter des problêmes qui intéressent puissamment l'homme et la société. La philosophie a aujourd'hui un but pratique; ce n'est point une science uniquement de théorie, mais encore d'application. Sans doute elle doit partir de la connaissance intime de l'homme et de ses facultés, et s'appuyer sur des données psychologiques, sous peine de n'aboutir qu'à des hypothèses. Mais, ce point de départ une fois adopté, elle ne se contente pas d'étudier les facultés de l'homme en elles-mêmes, mais elle les suit encore dans leur exercice et leur application au vrai, au bon, au juste; en d'autres termes, elle embrasse tout à la fois non seulement les sciences psychologiques, mais encore les sciences morales, politiques, sociales. Elle touche à tout; elle exerce sur tout son contrôle et sa juridiction suprême; mais, redisons-le, ce contrôle est tout de conciliation, et cette influence toute pacificatrice. Et par exemple, sans vouloir ici le moins du monde empiéter sur le domaine de la politique, le caractère que nous signalons n'apparaît-il pas avec la dernière évidence depuis dix-huit années dans les relations des grandes familles européennes? N'en est-on pas arrivé, ou à peu près, à dénouer pacifiquement des questions politiques qui naguère encore n'auraient pu être tranchées que par le glaive? On ne peut s'empêcher d'apercevoir ici l'influence conciliatrice de la philosophie, et de reconnaître dans ce fait un immense progrès moral tendant à substituer dans l'application la justice à la force et la raison à la brutalité. Faisons des vœux pour que ce même esprit de conciliation, qui a déjà amené de si heureux résultats dans les relations des peuples européens, en produise de semblables dans les rapports politiques que soutiennent entr'eux les membres d'une même nation, et vienne répandre un peu de clémence et de mansuétude au milieu des fureurs et de la violence qui divisent les partis. Il est dans tous des hommes d'honneur et de cœur faits pour s'estimer, non pour se maudire ; seulement ils ne se comprennent pas, parce qu'ils se rattachent par leurs sympathies à des époques différentes. C'est à la philosophie du dix-neuvième siècle qu'il appartient de réconcilier le présent avec le passé et l'avenir. Cette tâche lui est réservée à elle seule, parce qu'elle seule saura mettre en lumière ce qu'il y a dans chacun de légitime et de bon. Respect et vénération pour le passé, amour du présent, sympathie pour l'avenir : telle est la devise que la philosophie inscrit sur sa bannière ; telle doit être aussi la nôtre à tous. Pénétrons-nous de cet esprit de conciliation ; mais sachons éviter tout écueil et que la tolérance ne devienne point de l'indifférence. Je ne me dissimule pas que chez plusieurs esprits, très-distingués d'ailleurs, une tendance que j'appellerai funeste s'est manifestée. On a voulu faire du philosophe un être étranger en quelque sorte à tout ce qui se passe autour de lui ; on est allé jusqu'à dire qu'au milieu des évènemens qui marquent la série des jours bons ou mauvais pour les nations et pour l'humanité, le sage doit croiser les bras et laisser faire. Pour notre part, nous éprouvons le besoin de protester contre une maxime qui nous paraît destructive de tout patriotisme et de toute philanthropie. Non, il n'est point d'une vraie sagesse de se condamner à cette absolue immobilité, à cette apathie toute orientale ; ce n'est point là la fin que la Providence assigne à l'homme en ce monde. Loin d'être le spectateur indifférent et froid des évènemens qui agitent la société, à l'image du voyageur assis sur la rive qui regarde les flots couler, il doit au contraire prendre à ces évènemens une part énergique, y mêler son action, les diriger autant qu'il est en lui ; c'est pour lui un impérieux devoir de consacrer tout ce qu'il a de vie et de force au service de la patrie, et de travailler au bien-être de ses concitoyens et des hommes ses semblables, par tous les moyens que lui suggèrent la saine raison et les inspirations de sa conscience. La vie doit être pour l'homme et le citoyen une carrière de travail et d'épreuves, non une stérile contemplation. Sans doute on a plus tôt fait de croiser les bras et de se laisser aller au découragement; mais il est plus noble et plus digne de lutter contre les difficultés, dût-on succomber à la tâche, et de protester par les œuvres contre le désordre, quelque part qu'il soit. Ce sont là les résultats pratiques de la vraie philosophie, telle que nous la concevons; c'est cet esprit à la fois conservateur et progressif qui anime et dirige la philosophie du dix-neuvième siècle.

HISTOIRE ET DIPLOMATIQUE.

NOTICE

SUR LES ARCHIVES DE LA CHAMBRE DES COMPTES DE LILLE,

Par M. le docteur Le Glay,

Archiviste général du département du Nord, Inspecteur des archives communales, Membre résidant.

5 juin 1835.

On appelait *Chambre des Comptes* un tribunal ou plutôt une cour souveraine qui était chargée d'entendre et examiner les comptes de recettes et dépenses des agens du trésor public.

Il existait dans le moyen âge une Chambre des Comptes à Paris pour toute la France. La Bourgogne en possédait une dont le siége était à Dijon. On fait remonter à 1385 l'établissement de la Chambre des Comptes de Lille, fondée par Philippe-le-Hardi, comte de Flandre et duc de Bourgogne, mais il existe des chartes de ladite année 1385 qui supposent déjà l'existence de la Chambre. On trouve dans les *Placarts de Flandre*, in-fol., Gand, 1639. t. I.er, p. 234 et suiv., une instruction en forme d'ordonnance, donnée par le même prince, le 15 février 1385 (1386), sur la manière de procéder dans la Chambre des Comptes. Il résulte de cette instruction que la Chambre avait d'abord aussi l'administration de la justice et qu'elle exerçait un contrôle sur les baillis, escouttètes, sergens et autres officiers du pays, « que les baillis et les *lois* des villes devaient y recourir *en cas doubteux ;* que deux conseillers de la chambre avoient charge de recevoir complaintes de tous ceux qui *se vouldroient douloir des dicts baillis et officiers* ; que s'il y a nobles hommes ou personnes puyssans qui oppriment églises, femmes vefves, pupilles, povres laboureurs ou aultres personnes misérables, les dicts conseillers feront appeler par-devant eulx telz puyssans personnes, et pourvoront aux opprimez de tel remède qu'il appartiendra (1). » Bientôt on reconnut des inconvéniens à ce que le même corps fût chargé tout à la fois de rendre la justice et d'entendre les comptes. Une ordonnance de Jean-Sans-Peur, donnée à Douai le 17 août 1409, insérée aussi dans les *Placarts de Flandre*, tom. I.^{er}, p. 238, crée un conseil spécial pour l'administration de la justice et lui assigne pour résidence la ville de Gand.

J'insère dans la note ci-dessous l'acte qui nomme pour l'année 1385 les personnes chargées de l'audition des comptes (2).

---

(1) Louis de Male, prédécesseur de Philippe-le-Hardi, avait institué déjà l'*Audience de Flandre*, pour informer des malversations commises par les officiers des juridictions inférieures.

(2) « Ph.^{e}, fils du roy de France, duc de Bourgoingne, conte de Flandre,
» d'Artois et de Bourg.^{ne}, palatin, sire de Salin, conte de Rethel et seign.^{r}
» de Malines, Savoir faisons à tous que nous confians à plain des sens loyaltés
» et diligences de nos amez et féaulx chlers et conseillrs mess. Colart de le
» Clite, le doyen de S.^{t}-Donat de Bruges ; mess. Jehan de Grispère ; mess.
» Henri Despierre et Gille du Castel ; yceulx, les quatre ou trois d'iceulx avons
» comis, ordenez et députez, comectons, ordenons et députons pour tenir *et*
» *oïr ceste fois en n.^{re} ville de Lille, les comptes des baillis* et auts noz
» officiers de n.^{re} pays de Flandre qui se doivent tenir prochainent, de
» examiner bien et diligement les dix comptes, et chacun point contenu en
» iceulx, de les louer, ou accepter en ce que sera de raison ; les points moins

La Chambre des Comptes de Lille n'étendait d'abord sa juridiction que sur les comtés de Flandre et d'Artois, et sur la seigneurie de Malines. En 1421, Philippe-le-Bon comprit aussi dans son ressort le comté de Namur dont il venait de faire l'acquisition; et en 1436, il y joignit le comté de Hainaut qui lui était échu par la mort de Jacqueline de Bavière. Le receveur général des finances de tous les Pays-Bas était aussi justiciable de la même Chambre, aussi bien que les receveurs ou collecteurs particuliers des villes de Péronne, Montdidier, Roye et autres, qui avaient été cédées au duc de Bourgogne, en 1435, par le traité d'Arras, et que Louis XI racheta en 1476.

La Chambre des Comptes formait huit divisions; savoir :

La Chambre des finances;
La Chambre d'Artois;
La Chambre de Namur;
La petite Chambre de Flandre;
La longue Chambre de Flandre;
La Chambre de Hainaut;
La Chambre des villes de Flandre;
La Tour des chartes.

J'omets ici l'énumération de la multitude de pièces comptables qui étaient déposées dans les dix-sept premières salles de la Chambre des Comptes, pièces qui sont conservées encore avec un grand soin, en raison des documens précieux qu'elles

---

» raisonnables ne passables debattre et reffuser et de faire tout ce qui y » appartiendra estre fait, come il est accoutumé de ce faire; aux dess. diz nos » conseillers, aux quatre ou trois d'iceulx avons donné et donnons plain pouvoir » auctorité et mandement spécial, et mandons à tous qui il appartiendra, » qu'à nos diz comis et députez aux quatre ou trois d'iceulx faisant, les choses » dess. dites obéissent et entendent diligement. Donnée à Gand, le 5.^{me} jour » de janvier, l'an de grâce 1385. » A ces lettres pend un sceau en cire rouge un peu mutilé et représentant le duc de Bourgogne à cheval.

peuvent offrir sur l'économie publique et privée du moyen-âge dans nos contrées.

Suivant Denis Godefroy, tous les registres contenus dans les diverses chambres pouvaient être évalués à dix mille environ, sans y comprendre les liasses d'ordonnances, mandemens, lettres et acquits, qui sont en quelque sorte innombrables.

Chambre des Dépêches.

A la suite de la Chambre dite des villes de Flandre, il existait une pièce appelée *Chambre des Dépêches*, où étaient conservées les lettres missives, tant originales que minutes, reçues et envoyées par les officiers de la Chambre des Comptes.

Archives particulières des comtes de Flandre.

Outre les titres dont nous venons de donner ici une idée sommaire et qui appartenaient à la Chambre des Comptes proprement dite, on avait réuni dans le même dépôt les archives particulières des souverains du pays, comtes de Flandre et ducs de Bourgogne. Ces archives, qui d'abord avaient été placées dans les châteaux de Lille et de Rupelmonde, furent, par ordre de Philippe II, réunies vers la fin du 16.^{e} siècle dans le dépôt de la *Tour des chartes*, à Lille.

Cette importante classe de nos archives consiste en plus de 12,000 titres originaux, vidimus ou copies anciennes et authentiques, renfermés dans 92 boîtes ou layettes; ce sont des traités de paix et d'alliance, de mariage et de commerce; les testamens des comtes et comtesses de Flandre; les lois et priviléges accordés par les souverains aux provinces et aux villes; les donations faites aux abbayes, chapitres, églises et hôpitaux. Ce sont en un mot les originaux de presque tous les actes émanés des souverains du pays et de divers princes avec lesquels ils étaient en relations. Il est permis de dire que cette collection de chartes est la plus riche qui existe en France comme dépôt particulier.

Cartulaires.

La plus grande partie de ces actes se trouve transcrite, au nombre environ de 3,500, dans 12 Cartulaires qui portent les titres suivans :

Cartulaires de Flandre, au nombre de	4
Cartulaires de Hainaut	4
Cartulaires d'Artois	2
Cartulaire de Namur	1
Cartulaire rouge	1

Ces Cartulaires embrassent l'espace compris entre les années 819 et 1395.

Inventaires.

Enfin les chartes originales et les cartulaires se trouvent savamment résumés et analysés dans un bel inventaire chronologique, dressé par M. Denis Godefroy, dernier garde des archives de la Chambre des Comptes ; cet excellent travail, commencé au mois de janvier 1782, a été poursuivi, avec autant de succès que de persévérance, jusqu'en 1790, et durant cet intervalle de huit années le laborieux archiviste est parvenu à explorer tous les titres confiés à sa garde, depuis un acte de Childebert III, donné en l'an 706 (1) jusqu'à l'année 1314.

L'inventaire dont nous parlons se compose de cinq volumes, dont trois sont enrichis de tables alphabétiques fort bien faites (1). L'une des personnes qui furent préposées à la garde des archives, après le dernier des Godefroy, voulut continuer cet utile travail; mais il faut convenir qu'elle est restée bien loin de son modèle: cette suite de l'inventaire, qui consiste en quatre volumes et s'étend jusqu'à l'année 1600, n'est qu'une maigre imitation de l'autre. Une seule table générale a été faite pour les quatre volumes. Au lieu d'être conçue sur le plan de celles qui sont dues à M. Godefroy, elle offre un arrangement qui n'est ni commode ni bien raisonné. Toutefois, malgré de telles imperfections, il faut savoir gré à l'auteur de ce travail, du zèle avec lequel il s'y est adonné. Son inventaire, tel qu'il est, sera d'une utilité réelle pour les recherches; et d'ailleurs il y aura toujours moyen de le rendre plus clair et plus explicite.

---

(1) Ce titre et tous ceux que M. Godefroy a analysés antérieurement à l'année 1068 ne s'étaient pas retrouvés jusqu'ici. Je viens enfin de les exhumer d'un monceau de papiers où ils gisaient confondus. On trouvera la charte de 706, traduite en roman, à la fin de cette notice, avec l'extrait de l'inventaire qui s'y rapporte. J'y releverai en même-temps une inexactitude commise, je crois, par le savant Mabillon.

Vicissitudes de la Chambre des Comptes et suite chronologique des Archivistes.

La Chambre des Comptes de Lille, fondée, comme nous l'avons dit plus haut, vers 1385, avait, dès son origine, un dépôt considérable de titres et documens, puisqu'en 1387, Pierre Blanchet, maître des requêtes de l'hôtel, et Thierry Gherbode, secrétaire du duc de Bourgogne, dressèrent l'inventaire de toutes les chartes qui se trouvaient à Rupelmonde. En 1399, le même Thierry Gherbode fut nommé garde des archives de Flandre, Artois, Rethel, Limbourg, pays d'Outre-Meuse, etc.; dans l'acte de nomination, Philippe-le-Hardi fixe la résidence de Thierry Gherbode à Lille, lui assigne un traitement et le nomme à l'avance garde des chartes du Brabant, pour l'époque où cette province lui sera échue.

---

(1) Le troisième volume ne s'étant pas retrouvé, on y a suppléé en rassemblant les feuilles du brouillon manuscrit de M. Godefroy, et en les renfermant dans un porte-feuille. Les tables manquent. C'est un travail auquel nous nous livrerons très-incessamment. Le cinquième et dernier volume est également dépourvu de tables que nous avons dû rédiger aussi avant d'entreprendre la continuation des inventaires.

Après Thierry Gherbode, nous trouvons que Jean de le Reytule, George d'Ostende et Gérard Numan, furent créés successivement gardes des chartes de Flandre.

En 1506 cette charge était confiée à Philippe Haneton, qui remontra à Philippe-le-Beau, archiduc d'Autriche, qu'ayant examiné et confronté la situation du dépôt avec plusieurs inventaires, il y manquait divers titres et layettes. D'après cet avis, l'archiduc commit, par lettres du 17 septembre 1506, Mathieu de l'Épine, Jean Ruffaut, Jean Gommer et Charles de Boulogne, pour faire l'inventaire des chartes qui se trouvaient alors dans le château de Lille.

Maximilien d'Autriche, devenu comte de Flandre par son mariage avec Marie de Bourgogne, donna, le 22 septembre 1509, des ordres aux officiers de la Chambre des Comptes pour la conservation des titres et chartes qu'on avait sauvés de l'incendie, jusqu'à ce que l'inventaire fût achevé: il le fut en 1512.

Le 10 août 1515, l'archiduc Charles, depuis Charles-Quint, nomma messire Willaume de Walle, garde des chartes de Flandre, à la place de Philippe Haneton. Le 15 septembre suivant, quatre commissaires, savoir: Jean Caulier, Antoine Meuteney, Jean et Guillaume Le Blanc furent nommés pour recevoir tous les titres qui se trouvaient dans les châteaux de Lille et de Rupelmonde, et pour en faire la remise à Willaume de Walle. Ce fut à cette époque que le même prince fit faire dans l'hôtel de la Chambre des Comptes les constructions dont nous avons parlé plus haut.

Guillaume Le Blanc fut revêtu plus tard des fonctions de garde des chartes, puisque nous voyons que le 31 mai, l'empereur Charles-Quint mande aux officiers de la Chambre des Comptes de tenir les clefs des chartes déposées au château de Lille, attendu que Le Blanc, qui en était le garde, ne pouvait plus s'en occuper à cause de son grand âge. L'empereur défend en même temps à ses officiers de pénétrer dans le dépôt des chartes, à moins que d'être au nombre de trois. Le même empereur, par lettres du 15 avril 1551, désigne Philibert de Bruxelles pour recevoir de Viglius de Zwighem, nommé depuis peu garde des chartes de Hollande, tous les titres du trésor de Rupelmonde, et les remettre à Hermès de Vinghène, garde des chartes de Flandre.

En 1580, les officiers de la Chambre des Comptes firent reconstruire la tour des chartes, par ordre de Philippe II, roi d'Espagne, et ce fut là qu'on déposa dès-lors tous les titres des anciens comtes de Flandre et même des ducs de Bourgogne, pendant le temps qu'ils possédèrent les Pays-Bas.

Jusqu'ici nous n'avons pas trouvé les noms des gardes des archives depuis Hermès de Vinghène jusqu'à l'époque de la conquête de Lille par Louis XIV. C'est une lacune que probablement nous parviendrons à remplir plus tard.

L'année 1667 fut signalée par la réunion de Tournai, Lille, Douai et autres places à la domination française. Les officiers de la Chambre des Comptes suivirent le parti du roi d'Espagne, leur souverain, et se retirèrent à Bruges; mais ils ne purent emporter tous les titres dont ils avaient la garde (1).

Denis Godefroy, conseiller et historiographe ordinaire du roi, fut nommé garde des archives de la Chambre des Comptes, par commission du 11 décembre 1668. Un tel choix assura pour le reste du 17.^{e} siècle et pour tout le siècle suivant la bonne conservation et la prospérité de l'un des dépôts diplomatiques les plus importans de l'Europe. Denis Godefroy fut la souche de tous les savans du même nom qui ont été préposés à la garde des archives de Flandre. Il mourut en juin 1681, après avoir donné au public divers ouvrages estimés (1).

---

(1) Des lettres patentes du 6 octobre 1667 établirent une Chambre des Comptes à Bruges, mais par autres lettres du 26 septembre 1681, cette chambre fut transférée à Bruxelles.

L'une des opérations essentielles de la gestion de Denis Godefroy fut le triage et l'inventaire des titres qui, sur la demande du gouvernement, furent envoyés à Paris et déposés à la bibliothèque du roi. Ces titres étaient divisés en six classes, de la manière suivante :

1.º Les titres qui sont relatifs à la France et à la souveraineté de nos pays sur la Flandre et l'Artois.

---

(1) Il fut inhumé dans l'église St.-Étienne de Lille, au-dessous de la chaire de vérité. L'épitaphe suivante, composée par le baron de Vuoerden, fut gravée sur sa tombe :

Nomen viri optimi, longævâ nec maturâ ætate defuncti,
Cujuslibet ΜΝΕΜΟΣΥΝΗ *vicem expleat ;*
Dionysius de Godefroy,
Regius consiliarius et historiographus,
Gothofredorum de jure meritissimorum filius et nepos
Jacobi ab nepos hic jacet.
Majorum gloria exteris gentibus, regi propriâ fide inclaruit.
Accersitus Parisiis, atque rationario Belgii Gallici,
Vulgo Cameræ computuum præpositus
Munus arcanum, munus fiduciâ plenum,
Summâ humanitate, peritiâ, sedulitate, per annos XIII exercuit,
Principi, publico, privatis
Indagatione jurium regiorum, et officioso labore obsecutus;
Senium longius cùm virtus, mens bona, bonorum vota præsagirent,
Insulis, tertio idus junias MDCLXXXI, extinctus est.
Quietem æviternam, lector, apprecare.

Niceron a inséré l'éloge de Denis Godefroy dans le 17.ᵉ volume de ses *Mémoires*, qui contient également des notices sur son aïeul Denis Godefroy, son père Théodore et son oncle Jacques Godefroy.

2.° Ceux qui regardent les rois de France, leurs mères, enfans, frères, oncles et neveux.

3.° Les bulles et brefs des papes.

4.° Les titres qui intéressent les empereurs chrétiens de Constantinople et d'Allemagne, les rois de Hongrie, de Bohême et de Suède, les électeurs et princes de l'empire, quelques rois de Sicile, Naples, Castille, Navarre, Arragon et Portugal et les ducs de Venise.

5.° Ceux qui concernent les rois d'Angleterre, Écosse et Danemarck, la Castille et l'Arragon; quelques princes de la maison d'Autriche; les villes de Besançon, Tournai, Cambrai et la province de Flandre.

6.° Et enfin ceux qui regardent les évêques, chapitre et ville de Liége.

L'ordre chronologique a été observé dans toutes les parties différentes de ces inventaires.

Le 15 juillet 1681, Jean Godefroy, fils de Denis, écuyer, seigneur de Maillart, conseiller du roi, fut nommé directeur et garde des archives de la Chambre des Comptes, en remplacement de son père; il fut employé aussi aux conférences pour le règlement des limites après le traité de Nimègue, de Riswick, d'Utrecht et de Baden.

On lui doit deux nouvelles éditions des *Mémoires de Comines*, que Denis son père avait déjà publiés en 1649 avec des pièces justificatives.

Il a aussi fait imprimer les lettres de Louis XII, des notes sur la satire Menippée et un volume intitulé *Conférences et Traité conclu à Lille le* 3 *décembre* 1669. Il mourut à Lille le 23 février 1732. Tandis que Jean Godefroy remplissait les fonctions d'Archiviste de la Chambre des Comptes, Louis XIV voulut reconstituer à Lille cette Chambre, qui de fait se trouvait supprimée par l'émigration de ses officiers à Bruges, après la conquête de Lille en 1667, bien qu'un article de la capitulation leur eût garanti expressément la conservation de leurs charges et de leurs privilèges. La Chambre des Comptes de Paris fit des démarches pour empêcher que cette institution fût confirmée, et le roi, cédant aux représentations qui lui étaient faites, ne donna pas suite à l'édit qu'il avait porté en 1690. L'année suivante il institua à Lille un Bureau des finances, auquel il donna la plupart des fonctions de l'ancienne Chambre.

A Jean Godefroy succéda son fils Jean-Baptiste-Achille, qui occupa ce poste jusqu'à sa mort, arrivée en décembre 1759. Louis XV s'étant rendu maître de Bruxelles le 2 février 1746, J.-B.-A. Godefroy y fut envoyé pour examiner les titres, registres et papiers qui pouvaient concerner les possessions françaises; il en fit remplir huit caisses qui furent envoyées à Lille et y restèrent; d'autres furent transportées à Paris.

Denis-Joseph Godefroy, fils du précédent, né le 5 juillet 1740, fut nommé pour succéder à son père le 11 janvier 1760. Il n'avait donc pas 20 ans lorsqu'on lui confia la garde de ce riche et précieux dépôt; mais élevé au milieu des travaux diplomatiques et initié de bonne heure aux bonnes et salutaires traditions qu'avaient laissées ses ancêtres, il se montra bientôt leur digne successeur.

Plusieurs conférences s'étaient déjà tenues pour régler les limites respectives de la France et des Pays-Bas autrichiens, et toujours elles avaient été sans succès; elles furent enfin reprises par suite d'une convention conclue le 16 mai 1769, entre le duc de Choiseul, ministre de France, et le comte de Mercy-Argenteau, ministre impérial.

L'article 38 portait 1.° que chacune des deux parties resterait en possession des titres et documens communs aux lieux et pays appartenant à l'une ou à l'autre; 2.° que si, parmi les titres originaux transportés en France dans la guerre par le traité d'Aix-la-Chapelle, 1748, il s'en trouvait qui fussent communs aux deux puissances, les originaux seraient restitués à l'impératrice-reine; 3.o que les titres et documens qui intéresseraient exclusivement les possessions et les droits d'une des deux puissances resteraient au pouvoir de celle qu'ils concerneraient.

Trois mois après l'échange des ratifications, les deux souverains nommèrent des commissaires pour se rendre à Lille, Douai, Bruxelles, Luxembourg, Metz, Nancy, Mons et Tournai, et y procéder à l'extradition des titres, papiers et documens mentionnés dans le traité. Le comte de Winants, garde des archives du Brabant, fut désigné par le gouvernement des Pays-Bas; Frederick Pffefen, jurisconsulte du roi au département des affaires étrangères, et Denis-Joseph Godefroy furent les commissaires du gouvernement français : l'acte qui les institue en cette qualité est du 3 novembre 1769.

Ils commencèrent par examiner les caisses venues de Bruxelles à Lille. Le procès-verbal de la remise fut signé le 15 juin 1770.

L'opération à laquelle ils se livrèrent ensuite fut beaucoup plus longue et plus importante. Il s'agissait d'effectuer le triage des archives de la Chambre des Comptes, de vérifier tous les actes diplomatiques et les titres domaniaux que renfermait la Tour des chartes.

Ce travail ne fut achevé et le procès verbal signé que le 14 novembre 1771. Des expéditions de ces actes furent, en janvier 1772, adressées au duc d'Aiguillon, ministre des affaires étrangères. Le prince évêque de Liége, persuadé qu'il se trouvait dans les archives de Lille et dans d'autres dépôts français des titres et papiers qui pouvaient concerner les pays de sa domination, s'adressa au roi pour en obtenir la remise. Godefroy fut nommé seul, par lettres patentes du 8 avril 1773, pour faire ce travail avec le chv.er d'Heusy, ministre de Liége à Paris. Quelques années plus tard, Louis XVI ordonna à son garde des sceaux de faire continuer les grands travaux littéraires commencés par les bénédictins et d'autres savans, pour parvenir à la connaissance parfaite de l'histoire et du droit public de la France. Le ministre, M. de Miroménil, nomma pour diriger ces travaux un Comité des chartes, dont les séances se tenaient tous les 15 jours au ministère.

Denis-Joseph Godefroy fut dès-lors chargé particulièrement de faire un inventaire détaillé des titres anciens dont la garde lui était confiée. Trois commis nouveaux lui furent donnés aux frais de l'état pour l'aider dans ce travail extraordinaire. Il se mit à l'œuvre au mois de janvier 1782.

Cet inventaire peut et doit être considéré comme un modèle du genre. Voici comment procède toujours le judicieux et infatigable rédacteur : sur la marge gauche, indication en chiffres de la date du diplôme ; sur la marge droite, désignation de l'établissement ou du particulier en faveur de qui l'acte est délivré, avec indication du lieu principal nommé dans le corps du titre. L'analyse succincte de la charte et la désignation des personnes rappelées comme témoins sont précédées de l'indication du lieu, du jour et de l'année où le titre a été délivré, sans omettre les noms et qualités du prince ou autre personnage de qui émane ce titre. L'auteur indique en outre si la charte est originale ou si ce n'est qu'une copie ; si elle est sur parchemin ou sur papier ; si elle est ou non scellée, et enfin si elle est inédite ou si elle a été publiée. Dans ce dernier cas il cite scrupuleusement l'ouvrage, le tome et la page où elle se trouve. Ceux qui ont quelque idée des recherches de ce genre pourront se figurer combien un pareil travail a dû coûter de soins, d'attention et d'étude ; or, Godefroy, dans l'espace de moins de huit ans, est parvenu à analyser ainsi tous les diplômes de la Chambre des Comptes, depuis l'année 706 jusqu'en 1307 inclusivement ; cet inventaire se compose, comme il a déjà été dit, de cinq volumes énormes, dont les doubles ont été transportés à Paris et déposés à la bibliothèque du roi (*). Le talent et le zèle que montra Godefroy dans

---

(*) Le comte de St.-Genois, à qui M. Godefroy avait obligeamment commucette circonstance furent appréciés par le gouvernement, et il fut fait de lui un éloge tout particulier dans un mémoire imprimé en 1787 par ordre du roi (1). Les Etats d'Artois prièrent le Garde-des-sceaux de charger Denis Godefroy de faire aussi l'inventaire des chartes de cette province, qui gisaient dans un grenier, en proie au plus grand désordre. Des lettres-patentes furent délivrées à cet effet le 2 février 1786; et à l'époque de la révolution, Godefroy avait achevé le premier volume des chartes d'Artois, commençant en 1102 et finissant en 1287.

En 1790 le garde-des-sceaux et le contrôleur-général des finances firent suspendre ces travaux. En 1791 le laborieux archiviste fut obligé de quitter un établissement auquel sa famille s'était consacrée depuis plus d'un siècle; il émigra en septembre 1792 avec toute sa famille.

Conservation des archives à l'époque de la révolution.

Dès-lors les archives cessèrent d'avoir la même importance aux yeux du gouvernement. L'un des commis que Godefroy avait appelés à le seconder, le sieur Ropra, fut chargé de veiller à la conservation de ce dépôt, en attendant qu'on sût au juste ce qu'il fallait en faire. Le nom de cet honnête employé ne doit pas rester dans l'oubli. Sans lui, sans les soins désintéressés qu'il donna à l'établissement, sans les énergiques réclamations

---

niqué son inventaire, l'a publié sous le titre : *Monumens anciens essentiellement utiles à la France*, etc., in-folio, sans date, 1.re partie, imprimerie de Saillant, à Paris; 2.e partie, imprimerie de L. Danel, à Lille. St.-Génois a cru pouvoir écourter un peu ce beau travail; mais ce qu'il faut surtout lui reprocher, c'est d'avoir supprimé les belles tables des matières qui enrichissent les tomes 1, 2 et 4 de l'inventaire.

(1) Ce mémoire a pour titre *Progrès des travaux littéraires ordonnés par le roi*. In-quarto, Imprimerie royale, 1787.

qu'il ose faire entendre, il est à croire que nos archives, les plus importantes de la France après celles de Paris, n'existeraient plus aujourd'hui.

Peu de jours après l'émigration de M. Godefroy, la ville de Lille fut assiégée par les troupes impériales; les bombes éclatèrent plusieurs fois sur les bâtimens de la Chambre des Comptes et y causèrent des dommages qui ne se répareront jamais. Pour prévenir ou arrêter les progrès de ces incendies partiels, on jeta une multitude de papiers dans la cour et le jardin, et ceux qui survécurent à cette terrible épreuve furent après le bombardement rejetés et entassés pêle-mêle dans diverses salles.

Une loi du 24 juin 1792 ordonnait de brûler tous les papiers qui faisaient mention de titres de noblesse. C'était proscrire en masse tous les documens de notre histoire nationale. Des ordres pour l'exécution de cette loi frénétique furent signifiés au gardien des archives, Ropra. Deux commissaires, nommés Top et Salmon, se mirent à l'œuvre et arrachèrent, dans les 79 volumes des chartes, tous les actes qui conféraient quelque titre de noblesse. Ropra se permit d'adresser quelques représentations au ministre Garat, qui tenait alors par intérim le portefeuille de l'Intérieur. La correspondance qui s'établit à cette occasion entre le Ministre et le dépositaire de nos archives est curieuse; elle appartient à l'histoire; il est de mon devoir de la consigner ici. Toutefois je crois inutile d'insérer la première lettre de Ropra, dont le sujet est suffisamment expliqué dans la réponse que voici :

« Paris, le 27 février 1793, an II de la républiquė.

» *Le ministre de l'intérieur par intérim au citoyen Ropra.*

» Vous *m'observez* par votre lettre du 14 de ce mois que les lois des 19 août et 3 octobre 1792 paraissent concerner les Chambres des Comptes supprimées par l'Assemblée constituante, et vous ne croyez pas qu'elles puissent être applicables à la

Chambre des Comptes de Lille, qui a cessé, dites-vous, ses fonctions depuis près de 150 ans ; que les archives de cet ancien tribunal renfermant nombre de pièces qui peuvent intéresser différents établissemens, il serait nécessaire d'en faire faire l'examen par des personnes qui aient l'habitude de lire les anciennes écritures, et qui connaissent l'ancien droit public, la constitution, les droits et la situation des différentes provinces des Pays-Bas, pour pouvoir décider s'il peut résulter quelque avantage de leur conservation.

»Je ne vois dans les papiers de l'ancienne Chambre des Comptes de Lille *rien à conserver* que ce qui peut établir des créances de la nation envers des comptables ; et cette vérification ne me paraît pas devoir exiger des recherches ni longues, ni pénibles. *Tous les papiers anciens et d'écriture gothique* ne doivent, là comme ailleurs, être que des titres de féodalité, d'assujettissement du faible au fort, et des réglemens politiques heurtant presque toujours la raison, l'humanité et la justice ; je pense qu'il vaut mieux *substituer à ces vieilles et ridicules paperasses la Déclaration des droits de l'homme.* C'est le meilleur titre qu'on puisse avoir. Je vous engage donc à vous conformer à ces observations ; agir dans d'autres principes ne serait pas de votre part se montrer digne de la confiance qui a déterminé le choix que l'administration a fait de vous.

» *Signé*, GARAT. »

A cette missive étonnante Ropra répondit :

« Lille, le 2 mars 1793, an II.

» Lorsque j'ai sollicité de votre prédécesseur la place de garde des archives de la Chambre des Comptes de Lille, c'était dans la supposition que ces archives étaient utiles à la république. Ma commission me charge de veiller à la conservation du dépôt qui m'était confié : c'est pourquoi j'ai cru devoir vous prévenir des dégâts que le commissaire de la comptabilité, celui du département et leurs manœuvres y avaient commis. Je vous ai *observé* en même temps qu'on ne devait pas prendre des aveugles pour juger les couleurs; vous me paraissez être d'une autre opinion, puisque, sur le témoignage d'un administrateur de la comptabilité qui ne connaît pas plus le prix des antiquités diplomatiques que le coq de la fable ne connaissait celui du diamant qu'il avait trouvé, vous décidez qu'il *n'y a dans les papiers de l'anciene Chambre de Lille rien à conserver*, et vous ordonnez la destruction de ces archives nationales, peut-être les plus intéressantes que la République possède. Je n'ai aucun moyen pour empêcher l'exécution de cette résolution meurtrière; ainsi je remettrai les clefs de ce dépôt aux personnes qui seront chargées de le supprimer. En recommandant à ces *charticides* de n'épargner aucun *papier ancien et d'écriture gothique*, vous pouvez être assuré que vos intentions seront remplies de la manière la plus complète, et qu'ils n'y laisseront rien, si ce n'est peut-être des inventaires auxquels il faudra bien faire subir le même sort, puisqu'ils ne pourraient servir qu'à faire connaître et regretter des pertes irréparables. J'espère, citoyen ministre, que vous voudrez bien me permettre de ne prendre aucune part à cette opération qui n'est comparable qu'à l'incendie de la bibliothèque d'Alexandrie, et qui ne me paraît nécessitée par aucun motif raisonnable. Car quand il serait vrai que *ces papiers anciens et gothiques ne seraient que des titres de féodalité*, *d'assujettissement du faible au fort*, *et des règlemens politiques heurtant presque toujours la raison*, *l'humanité et la justice*, je pense qu'on devrait encore les conserver comme des monumens propres à faire aimer la révolution. Mais lorsque l'on considère que ces titres contiennent la preuve de l'amour que les Belges ont toujours eu pour la liberté et l'égalité; qu'ils attestent l'existence dans ces pays, il y a plusieurs siècles, d'une constitution très-approchante de la nôtre ; alors ils deviennent infiniment chers à tous les êtres pensans et sentans.

» Ce dépôt était encore intéressant du côté de l'avantage matériel qu'il pouvait procurer à la nation. J'avais commencé un travail sur les domaines engagés ; mais je ne le pousserai pas plus loin et je l'adresserai au directoire du département tel qu'il est. Je me proposais d'en faire un autre sur les titres primitifs qui peuvent assurer à la nation la perception ou le rachat des droits féodaux. Ces recherches étaient commandées par différentes lois et désirées par l'administration des domaines ; mais comme elles doivent porter sur des pièces qui, ayant le malheur d'être *anciennes et d'écriture gothique*, sont annihilées par votre lettre du 27 février, elles deviennent désormais inutiles et impossibles.

» Vous conviendrez, je crois, citoyen ministre, que votre ordre destructeur va priver la République de ressources pécuniaires bien nécessaires dans les circonstances actuelles. Il est vrai que la suppression des archives et même des bibliothèques nationales peut l'en dédommager par la vente des papiers, parchemins et livres, et par celle des bâtimens qu'occupaient ces établissemens gothiques. Elle profitera encore des traitemens de garde, et il ne lui en coûtera pour remplacer tout cela que quelques exemplaires de *la Déclaration des droits de l'homme*. Assurément c'est une belle invention que la substitution de *la Déclaration des droits* aux chartes, aux titres et aux livres. Vous faites de cette déclaration la science universelle, et je ne sais, citoyen ministre, comment les pauvres hommes pourront reconnaître une découverte aussi importante.

» *Signé*, Ropra. »

Garat eut alors le mérite de ne point s'offenser de la hardiesse du commis des archives. Un peu ébranlé par les raisons solides et peut-être par l'accent d'indignation de Ropra, il écrivit en ces termes aux Administrateurs du département.

« Paris, le 15 mars 1793, an IIe.

» *Le ministre de l'intérieur par intérim aux citoyens Administrateurs du département du Nord.*

» Je vous fais passer une lettre du citoyen Ropra, relativement à la conservation de vieux papiers qu'il croit être de la plus grande importance; je vous prie de lui demander communication de ma lettre du 27 février à laquelle répond celle de cet archiviste, et de vous procurer, soit par lui, soit par vous-mêmes, des éclaircissemens qui vous mettent à portée de me faire parvenir sur cet objet votre avis, dont je désire éclairer mon opinion avant d'asseoir définitivement aucune résolution à cet égard.

» *Signé*, Garat. »

Les Administrateurs du Directoire séant à Douai prirent l'avis des administrateurs du district de Lille, que ceux-ci donnèrent dans les termes suivants:

« Lille, le 3 juillet 1793, an II.

» *Les Administrateurs du Directoire du District de Lille, aux Administrateurs du Directoire du Département du Nord.*

» Citoyens, nous vous renvoyons la lettre du ministre de l'intérieur, en date du 15 mars dernier, ainsi que celle écrite le 2 du même mois à ce ministre par le citoyen Ropra, en réponse à la sienne du 27 février précédent, dont nous joignons ici une copie certifiée dudit Ropra.

» Nous pensons que la conservation des archives de la Chambre des Comptes de cette ville, qui fait l'objet de ces différentes lettres, ne peut qu'être avantageuse à la République en général et aux habitans de notre département et des départemens voisins en particulier. Pour vous en convaincre, citoyens administrateurs, nous nous bornerons à vous *observer* qu'après que ce dépôt sera purgé de la masse énorme de registres, titres et pièces qui ont été jugés inutiles par vos commissaires et celui de la comptabilité, il sera encore considérable; voici en bref l'énumération des différentes espèces de titres dont il sera composé.

» Les comptes des domaines nationaux dans les ci-devant provinces de Flandre, Hainaut, Artois et Cambrésis; ceux des recettes générales de Flandre, Artois et Hainaut.

» Ces comptes sont intéressants en ce qu'ils peuvent faire connaître les domaines nationaux qui ont été arrentés ou engagés.

» Ce dépôt renferme encore plusieurs cartulaires et quatre-vingts registres, dits *des chartes*, qui contiennent, entr'autres, des lettres d'arrentement, d'inféodation, éclissement de fiefs et autres titres primitifs propres à assurer à la nation ou aux particuliers la perception des droits féodaux.

» Des dénombremens antérieurs à la réunion de la ville de Lille à l'empire français, et tous les dénombremens originaux reçus par le bureau des finances de Lille. Il n'est pas inutile de remarquer que les expéditions de ces dénombremens qui étaient conservés au bureau des finances ont été supprimés par vos commissaires au mois d'octobre dernier.

» Enfin les archives des anciens souverains des Pays-Bas se trouvent dans ce dépôt; et si ces archives sont indifférentes du côté du profit qu'elles peuvent produire, elles sont infiniment intéressantes du côté des lumières qu'elles peuvent répandre dans l'histoire.

» Nous espérons que vous jugerez comme nous que ce dépôt mérite d'être conservé; nous vous prions d'engager le ministre à prendre les mesures nécessaires pour cet effet. Veuillez bien, citoyens administrateurs, rappeler au ministre qu'il doit fixer le traitement du garde de ces archives; il y a plus de quatre mois que nous vous avons adressé notre avis à ce sujet. Si on vent retirer de ce dépôt l'utilité dont il est susceptible, il est nécessaire d'y rétablir l'ordre qui a été totalement dérangé par le bombardement, et on ne peut y parvenir que par un travail long, pénible, rebutant et dispendieux; or, on ne doit pas exiger du citoyen Ropra qu'il entreprenne cette opération, tant qu'il sera incertain sur son sort et même sur l'existence du dépôt dont on lui a confié la garde. »

Suivent les signatures.

Il paraît que le ministre ne répondit plus et que les archives furent épargnées. On prit un terme moyen entre leur destruction totale et leur entière conservation. D'après un ordre supérieur, il se fit un triage de titres et de papiers qu'on jugea inutiles; on vendit à l'encan une masse de parchemins qui produisit une somme de 80,000 francs (en assignats peut-être) et l'on envoya à l'arsenal, pour le service militaire, 300 voitures de papiers.

Au mois de pluviôse an II, Ropra fut placé dans un bureau, à Paris, et l'administration du district de Lille confia le dépôt des archives à M. Philibert-Joseph Poret, ancien bénédictin de la congrégation de St.-Maur, successivement archiviste de Saint-Valery-sur-Somme et de Samer-en-Boulonnais.

Ce nouvel archiviste était à peine en fonctions que des commissaires se présentèrent dans les salles de l'établissement pour biffer tous les écussons, chiffres ou devises qui pouvaient s'y trouver. Afin d'opérer plus à l'aise ils bouleversèrent tout. Un quidam, qui se disait commandant de la citadelle, intervint au milieu de ce désordre, s'empara des armoires et boiseries qui garnissaient les greniers et jeta au vent tous les papiers qui lui tombèrent sous la main. Poret s'efforçait de réparer tous ces désordres, quand le comité révolutionnaire de Lille jugea à propos de venir prendre possession du local de la Chambre des Comptes; alors il fallut faire place à ce redoutable tribunal; de là nouvelle confusion, nouveaux dégats.

Au mois de nivôse an III, ce fut une commission militaire ou conseil de guerre qui s'installa à son tour au milieu de ces tristes archives, qui ne furent pas plus ménagées que précédemment.

M. Poret, quand des temps meilleurs lui permirent de travailler paisiblement, s'attacha à continuer le travail de Denis-Joseph Godefroy, qui était comme nous l'avons dit, resté à l'année 1307, fin du cinquième volume, pour lequel il n'a point été fait de table. L'inventaire de Dom Poret, qui devait commencer à l'an 1308, ne date que de 1314, de sorte qu'il présente dès le début une lacune de six années. Nous avons dit plus haut au paragraphe des inventaires combien le travail de M. Poret est inférieur à celui de M. Godefroy.

Translation des archives.

L'hôtel de la Chambre des Comptes ayant été aliéné pendant la révolution, les papiers qui s'y trouvaient furent transportés dans les greniers de la mairie, où ils furent amoncelés plutôt que déposés. En l'an 12, le département obtint que les bâtimens de l'ancien Lombard fussent mis à sa disposition, et ce fut alors que l'on plaça dans ce nouveau local tout ce qui, de nos archives, est échappé au vandalisme et au malheur des temps; là, on a commencé à rétablir un certain ordre à la faveur des salles nombreuses qui composent cet ancien Mont-de-Piété. Toutefois il est certain que, sous le rapport de la sûreté et de la bonne conservation du dépôt, ce vaste local laisse encore bien à désirer. Deux grands établissemens industriels sont pour ainsi dire contigus à l'hôtel des archives, et la nature de ces établissemens les expose au danger de l'incendie. Un laboratoire de chimie se trouve placé dans l'hôtel même, au rez-de-chaussée. Le bâtiment n'est muni ni de paratonnerre ni de pompe à incendie. D'ailleurs, ce local, tout vaste qu'il est, est devenu trop exigu, depuis qu'en 1827 on a transféré dans notre dépôt douze voitures d'archives provenant des bureaux de la préfecture. Cette nouvelle accumulation de papiers, d'autant plus importants et plus souvent consultés qu'ils appartiennent à l'administration contemporaine, est venue ajouter encore à l'espèce de confusion qui résultait de l'encombrement d'archives si diverses dans le même emplacement.

Quoi qu'il en soit, si le Conseil-général, d'accord avec l'autorité administrative, est pénétré comme elle de l'urgente nécessité de classer, inventorier et explorer utilement le dépôt inappréciable que possède le département, l'archiviste de son côté ne reculera pas devant les difficultés et les labeurs dont se trouve hérissée la carrière où il vient d'entrer. Encouragé par d'honorables suffrages, stimulé par l'exemple que lui ont laissé les Godefroy, ces hommes dont on ne saurait assez louer la patience, l'activité, le zèle consciencieux et la haute érudition, il consacrera tout ce qu'il a de moyens et de santé à l'accomplissement des devoirs qu'il s'est imposés.

La Chambre des Comptes, objet de la présente notice, ne forme aujourd'hui qu'environ la dixième partie de nos archives : c'est dire combien elles sont immenses ; il sera rédigé des notices semblables pour les autres sections du dépôt.

SPÉCIMEN DE L'INVENTAIRE DES ARCHIVES DE LA CHAMBRE DES COMPTES.

Abbaye de Saint-Denis. — Solesmes-en-Hainaut.

« *A Confintise, le* 12 *mars l'an* 12 *du règne de Childebert III, ce qui revient à l'année* 706. — Lettres par lesquelles ce roi donne à l'abbaye de St.-Denis, en France, *villam* appelée *Solesmes*, dédiée à St.-Martin, dans le quartier de Famars, près Valenciennes, sur le fleuve de *Save*, avec tout ce qui appartient; dont Maldagis, son serf, était gardien.

» Le roy a signé cette charte, et *Bralamo*, chancelier, l'a souscrite.

» Cette pièce se trouve dans un rouleau de plusieurs bandes de parchemin avec d'autres pièces qui sont mises à leur date.

» A la suite se trouve la traduction française de cette charte.

» Imprimé dans Mabillon, *Diplomatica,* page 481; *Miræus, Diplomat. Belg.*, tome I, page 244; *Histoire de St.-Denis*, par Doublet, page 688; *Annal. Ecclesiast.*, Coint, tome IV, page 447, et *Recueil des Historiens de France,* tome IV, page 682. »

Le texte de cette charte a été publié, comme on le voit ci-dessus, par plusieurs écrivains, et entr'autres par Mabillon qui l'a restitué d'après un original reposant aux archives de St.-Denis. Toutefois, comme ce texte présente ici des différences notables avec les diverses leçons imprimées, j'ai cru devoir le reproduire dans toute sa barbare simplicité et sans prétendre lui attribuer plus d'autorité que n'en mérite une copie ancienne.

Quant à la version romane, je ne sache pas qu'elle ait jamais été mise au jour; elle est curieuse en ce qu'elle montre comment on traduisait les actes anciens à l'époque où le latin cessa, même dans les transactions légales, d'être l'idiome exclusif. Je la crois de la fin du 13.e ou du commencement du 14.e siècle.

TEXTE LATIN.

« Chilcedebertus, rex Francorum, vir illustris. Si aliquis ad
» loca sanctorum vel monasteriorum que pro opportunitatis
» locis sanctorum ptinent pstamus vel concedimus, hoc nobis
» ad laudem vel ad etnam retributionem in Dei noie pvenire
» cofidimus. Igitur cognoscat magnitudo seu utilitas vestra quod
» nos villa nostra, nocupante *Solemio*, que ponitur in pago
» *Falmartinse*, super fluvium *Save* unà cum omne messeto,
» vel adjacentias suas quicquid fiscus noster, tam de *Graranigâ*
» quàm de *Romerteriâ* (1) ibidem tenuit, vel de quolibet at-
» tractum ibidem possedit; etiam et oratorio illo ad *Crucem* (2)
» que subjungit ab ipso termino de ipsâ villâ *Solemio*, que est
» constitutus in honore S.ti Martini cum omnibus rebus, quic-
» quid ibidem aspiciunt ubi Madelgiselus, servus noster, custos
» præesse videtur, id est tam terris, domibus, ædificiis, acco-
» lubus, mancipiis, vineis, sylvis, campis, pratis, pascuis,
» aquis, aquarumve decursibus, peculiis, præsidiis gregis
» cum pastoribus, farinariis, mobilibus et immobilibus, re
» exquisitâ, ad integrum, ut diximus, quidquid ad ipsam villam
» videtur, et usque nunc ibidem fiscus noster fuit à basilicâ
» domni Dyonisii, martyris ubi ipse pretiosus dominus in corpore

---

(1) Mabillon, qui n'a pu lire ces deux mots dans l'original, les a laissés en blanc. *Romerteria* est peut-être Romeries, village voisin de Solesmes.

(2) Croix, autre village des environs de Solesmes.

» requiescit, ubi venerabilis vir Thayledus, (1) abbas, præesse videtur, ut diximus, cum omni integritate, ad ipsam villam pertinente vel aspiciente, plenâ et integrâ gratiâ, jure proprietario, sub emunitatis nomine, cum omnis redubitionis sibimet concessas ad opus ipsius domni Dyonisii vel omni congregatione suâ ibidem consistente visi fuimus concessisse. Adeò præsente præceptione decernimus ordinandum quod in perpetuum volumus esse mansurum ut neque vos, neque juniores, seu successores vestri, nec quilibet de judiciariâ potestate, de prædictâ villâ Sollemio, sicut usque nunc fiscus noster affuit, ad partem prædicte basilice domni Dyonisii et ad agentes suos nullâ requisitione, nec ullun impedimentum ex indè facere non presumatis, nisi, ut diximus, ex nostre munere largitatis, ipsa villa Solemius cum omnibus integretate vel solidetur unà cum adjacentias suas ad se pertinentes vel aspicientes, immoque et suprà scripto oratorio sancti Martini ad Crucem cum quod ibidem aspicit, pars ipsius basilice domni Dyonisii vel omnis congregatio sua omni tempore, sub emunitatis nomine, jure proprietario, absque cujuslibet refragatione aut impedimento, habeat ut concessa atque indulta ad ipsam basilicam domni Dyonisii nostris et futuris, Deo auxiliante, temporibus, proficiat in augmentis. Et ut hæc preceptio firmior sit, manûs nostre suscriptione subter eam decrevimus roborare. Datum *Corſartinse* (2), martii die duodecimo, anno XII regni nostri. »

---

(1) Suivant le *Gallia Christiana*, c'était *Chaïno* et non *Thayledus* qui était abbé de Saint-Denis en 706.

(2) Mabillon, *De re diplomat.*, p. 277, considère ce *Corfartinse* ou *Corfintisce* comme un lieu imaginaire, et il en attribue l'invention à Doublet, auteur de l'*Histoire de St.-Denis*, qui, peu habile à lire les écritures mérovingiennes, aurait pris la formule *quod ficit minsis* pour *Corfintisce*, et en aurait fait un nom de *villa regia*. Que ce soit là en effet une méprise occasionée par l'extrême difficulté de déchiffrer les caractères franco-galliques, je veux bien l'admettre et m'en rapporter à Mabillon, qui sera toujours notre maître à tous;

TRADUCTION ROMANE.

Chillebers Roys des Franchois, hom bien gentielx. Nous avons grant fianche ens el non de Dieu, et que se nous donons et otroions aucunes choses aus lieus des sains ou aus lieus, des moiniages pour le convignableté et le pourfit de ces lieus que che nous doie estre converti et valoir à avoir loenge ou valoir à avoir et à rechevoir don et rétribution permenable. Et pour ce sache et conoisse la grandeurs et li pourfit de tous que nous somes efforchié davoir doné une ville qui a non Sollemes qui siet an pays de Faumars seur un fleuve que on appielle Ses (1); et tous les meissonages et toutes les aptenances et toutes les adiacences et les appendances de la ville devant dite et toutes les coses qui etoient cotenues en la ville devant dite les queiles nos boursiers et nos recheveires tint et le oratore et la chapelete de la Crois; laqueile Crois se joint et est près de la fin dou terroir de la ville devant dite, laquelle chapellete est faite ens el non de mosign Saint Martin. En laqueile ville Maldagis nos sers est mis et establis à estre garde. En teil manière q quanq nos boursiers a tenu en la ville et à la chapellete et à la Crois devant dite soit en tres, en maisons, édifices, sers, vignes, fores, et bos, campars, prés, pastures, yaues, decours, d'yaues, avoirs de sers, en aides, fons de bestes, et pasteurs, molins, et en toutes autres choses soient moebles ou non moebles entirement à la

---

mais que Doublet soit le premier auteur de la bévue, comme le maître l'affirme, c'est ce qu'il n'est plus permis de penser, à la vue du texte et de la traduction insérés ici. Ainsi donc, si *Confartinse* est un nom chimérique, il y a long-temps que l'erreur subsiste; elle est le fait, non de Doublet, mais de quelque copiste du 13.^e^ siècle ou d'une époque plus reculée encore.

(1) Cette rivière *Savus*, que le traducteur nomme *Ses*, est la Selle, qui prend sa source dans la Tiérache, passe au Cateau-Cambrésis, à Solesmes, Haspres, et va se rendre dans l'Escaut au dessous de Bouchain.

chapelle mosign Saint Denys le martyr en laquele il repose en cors. Et p. cest comandement nous avons mis à oevre lefforchemt devat nomé. En tel manière que nous p. cest présent comandemt la propriété et la seignorie de toutes les coses devant dites entirement assenons et donons à la chapelle de mosign Saint Denis devant dit et al assamblée des boines gens qui illueqs sont. En laquele chapelle et assamblée, hounerables hom Thayledes est abbes. Et volons et ordenons que à tous jours la ville et les choses desus dites soient sens nulle cotradiction entirement à ladite chapelle et assamblée. Et volons et ordenons p. notre grace que la ville devant dite et toutes les coses qui le regardent soient franchemt à la chapelle et assamblée devant nomée. Et nous qui nous efforchons dou don de nostre largesce, ordenons et comandons que nus, ne viex ne jones, psens ne avenir, ne nulle justice meche empeechmt en aucune manière à ce que la ppriétés et la seignourie de la ville devant dite et tout ce qui le regarde ne puist demorer à tous jours franchmt à la chapelle et à la congrégation devant nomée. Et volons et ordenons que chis presens dons p. layde nostre seigneur porche pourfit à la chapelle et à lassamblée devant dite tous les tens que nous viverons et tous les tans q sunt avenir. Et pour che que chis comandemans soit plus fmes et plus estables, nous avons esgardé que il soit efforchiés et confermés p. l'escpture de nostre main mis p. desous. Ches lettres furent donées à Confartinche le xiiime jour de march le douzième an de nostre règne.

Nota. Un diplôme de Charles-le-Simple, traduit en roman de la même époque, paraîtra dans les notes de la traduction de Baldric, que vont publier à Valenciennes MM. Faverot et Petit.

ANTIQUITÉS

TROUVÉES DANS LE DÉPARTEMENT DU NORD,

Par M. C. **Verly** fils, Membre titulaire.

SEPTIÈME CAHIER.

Figure 41. VASE EN TERRE. (*Pl.* 8.)

Vase antique en terre rouge et d'une pâte fine, au fond duquel on voit la marque du fabricant.

Ce vase appartient à la Société royale des sciences de Lille; il lui a été donné par M. Durant, maire de La Bassée, qui le découvrit avec diverses médailles dans un champ situé à une demi-lieue de cette commune.

Figure 42. MÉDAILLE EN BRONZE. (*Pl.* 8.)

La figure 42 représente une médaille en grand bronze du règne de Postume père, décrite par M. Mionnet (tom. 2, p. 66), qui lui donne une valeur de huit francs.

Cette médaille vient des mêmes fouilles que le vase ci-dessus et fait partie du médailler de la Société.

Figure 43. BAGUE EN OR. (*Pl.* 8.)

Cette bague en or, garnie d'une pierre blanchâtre de peu de valeur, a été trouvée à Famars, en 1833. Elle fait partie du cabinet de M. Rousiere-Cavalier.

Figure 44. DEUX PIERRES GRAVÉES. (*Pl.* 8.)

Ces deux pierres gravées, représentées ici de grandeur naturelle, sont en lapis-lazuli; elles ont été trouvées à Famars, en 1828. Je les possède.

ADDITION

AUX NOTES

SUR LA POLARISATION.

Page 283 *et suivantes.*

Je reprends le bi-chromate de potasse épais de 1,5 et incomplètement examiné à la page 371. — La barre noire mise dans le plan de polarisation n'est pas droite; elle ne partage pas l'image en deux parties symétriques. Les couleurs sont dissemblablement distribuées d'un côté à l'autre de cette barre. On voit d'un côté un plus grand nombre de demi-cercles que de l'autre. Rien ne change, si ce n'est le rang du système, si la plaque fait un mouvement de 180 degrés autour de son intersection avec le plan de polarisation. Au contraire, le rang du système ne change pas si le mouvement de 180 degrés s'exécute autour de la perpendiculaire au plan de polarisation, et alors les deux parties dissemblables de l'image ont changé de côté. Pour que la barre soit droite et qu'elle divise l'image en deux parties bien symétriques dans leurs formes, leurs dimensions et la distribution des couleurs, il faut faire tourner le cristal, dans son plan, de 20 à 23 degrés. Si alors on analyse l'image, comme on l'a fait aux pages 308 et 309 pour le borax, on arrive exactement aux conséquences rapportées page 309.

J'ai répété ces observations sur de nombreuses plaques de bi-chromate telles qu'on les obtient par le clivage et sur d'autres plaques préparées par le procédé rapporté à la page 310. Quand la mince plaque a été travaillée avec très-peu d'eau non renouvelée sur la glace polie, on achève de la polir en la frottant à sec sur une peau très-douce où l'on a étendu un peu de rouge d'Angleterre. Il faut ganter le doigt qui pousse le cristal.

En appliquant les mêmes moyens d'observation au feld-spath et au carbonate de soude, j'arrive encore aux trois mêmes conséquences.

L'exemple suivant m'a paru mériter aussi des détails circonstanciés. Une plaque d'acide tartrique, travaillée selon le procédé indiqué à la p. 310, n'a pas ses faces parallèles; elle est légèrement prismatique et son épaisseur moyenne est de 0,82. Elle est à peu près perpendiculaire à l'un des axes optiques, puisque les premiers anneaux du seul système qu'elle laisse voir sous l'incidence perpendiculaire me paraissent parfaitement circulaires; les autres prennent quelque peu la forme elliptique, ce qui permet, eu égard aux autres symptômes, de reconnaître le signe négatif de ce cristal.

La barre noire du *second* système que j'observe ainsi est mise dans le plan de polarisation; ses branches sont diffuses; elles ne sont point droites; elles se courbent sensiblement vers la gauche; elles sont bordées, à droite, du côté légèrement convexe, d'une teinte jaune-brunâtre qui s'étend assez loin sur les demi-anneaux de droite. De ce côté les couleurs sont variées; on voit plus d'arcs que du côté gauche où ils sont exclusivement rouges et verts. On prévoit, sans que je m'y arrête, les renversemens qui s'opèrent dans les parties de l'image quand on fait faire au cristal une demi-révolution autour d'une parallèle ou d'une perpendiculaire au plan de polarisation.

Maintenant si je fais tourner la plaque d'environ 30 degrés dans son plan, la barre noire devient moins diffuse; elle divise l'image en deux parties parfaitement symétriques, tant sous le rapport des formes que sous celui de l'intensité et de l'égale répartition des couleurs. Faisant alors usage de verres rouge, vert et bleu, je reconnais que les pôles de ces couleurs sont différens et placés sur la ligne droite qui divise la barre noire et toute l'image en deux parties parfaitement symétriques. D'où je conclus encore que pour l'acide tartrique :

1.° Les angles des axes relatifs aux diverses couleurs croissent dans l'ordre des réfrangibilités de ces couleurs.

2.° Le plan des axes des diverses couleurs tourne dans le même sens depuis le rouge jusqu'au violet.

3.° Les pôles des diverses couleurs sont situés sur deux droites parallèles qui divisent les deux systèmes d'anneaux en deux parties symétriques.

J'ajoute que pour le borax, le feld-spath, le bi-chromate de potasse, le carbonate de soude et l'acide tartrique, l'axe principal est unique ; c'est la droite d'intersection commune aux plans des couples d'axes relatifs aux diverses couleurs ; c'est aussi la bissectrice commune à tous les angles que forment les couples d'axes. Il n'y a également qu'un axe $\begin{smallmatrix}\text{secondaire}\\ \text{tertiaire}\end{smallmatrix}$ général ; mais il y a autant d'axes secondaires RR′, VV′, BB′.... (Fig. A, pl. 4 *bis*), et par conséquent autant d'axes tertiaires, tous compris dans un même plan, qu'il y a de couleurs dans le spectre solaire depuis le rouge jusqu'au violet. Il résulte de là qu'en taillant dans ces cristaux une plaque perpendiculaire à l'un des axes tertiaires et la combinant, par exemple, avec un quartz parallèle, les couleurs des franges hyperboliques doivent être symétriquement distribuées d'un côté à l'autre du plan qui contient les axes secondaires et qui traverse suivant leur axe géométrique commun deux systèmes opposés d'hyperboles ; elles doivent être aussi symétriquement distribuées d'un côté à l'autre de l'axe principal, axe optique qui se confond avec les axes géométriques des deux autres groupes d'hyperboles opposées ; mais cette distribution des couleurs dans le premier double système ne doit pas être la même que dans l'autre. C'est ce que l'on prévoit en abaissant des points V, B... V′, B,... des perpendiculaires sur RR', par exemple, si c'est l'axe tertiaire des rayons rouges qui est perpendiculaire à la plaque.

C'est aussi ce que l'expérience confirme.

Ce que je viens de dire relativement à la distribution générale des couleurs dans les images qui résultent de la combinaison des cristaux parallèles, ou même perpendiculaires, avec des quartz parallèles d'une épaisseur convenable, s'applique évidemment au cas où les axes séparés sont compris dans un même plan. C'est d'ailleurs ce que justifie l'expérience. Mais si l'on croise deux plaques d'un même cristal parallèle la compensation est exacte, et l'image totale est composée de quatre groupes d'hyperboles opposés deux à deux et dans lesquels la distribution des couleurs est exactement la même, comme lorsqu'on croise deux quartz parallèles, deux arragonites, deux topazes... parallèles ou perpendiculaires à l'axe principal. Au contraire, dans l'image qui proviendra de la combinaison d'un quartz parallèle avec l'un de ces cristaux dont les axes sont séparés, la distribution des couleurs sera très-différente dans les deux systèmes des courbes opposées. Cette expérience faite avec un quartz parallèle d'une épaisseur convenable et un cristal parallèle dont les axes sont fort séparés, comme le sel de La Rochelle, ou même la topaze blanche, etc., donne une image extrêmement curieuse à observer par la richesse et la grande variété des vives couleurs qui se distribuent comme je l'ai dit plus haut. Si l'un des cristaux combinés est trop épais et produit des courbes doubles, alors les couleurs des franges ne sont plus les mêmes de chaque côté de la frange intermédiaire, celle qui occupe le milieu du système et qui n'est pas toujours noire ou blanche.

Réciproquement, lorsqu'un quartz parallèle, ou tout autre cristal dont les axes ne sont pas séparés, est combiné avec un second cristal également parallèle et assez épais pour donner quatre groupes d'hyperboles, si la distribution des couleurs dans deux groupes opposés n'est pas la même que dans les deux autres groupes, c'est que les axes sont séparés dans ce second cristal. C'est ce qui arrive avec la chaux sulfatée de Montmartre et avec le gypse laminaire limpide, qui est aussi une chaux sulfatée.

Je n'ai pas pu réussir à tailler et polir une plaque de chaux sulfatée de Montmartre, perpendiculairement à l'axe principal, c'est ce qui m'a empêché de vérifier par une observation directe la séparation des axes pour ce cristal; mais cette séparation, qui ne doit pas être bien forte, est trop évidemment annoncée par l'expérience ci-dessus pour que je doute de sa réalité. Bien que dans le gypse, dont la consistance a quelque analogie avec celle de la cire, les lames soient plus adhérentes que dans la chaux sulfatée de Montmartre, il est encore difficile et presque impossible de travailler cette substance sans troubler l'arrangement des lames jusqu'à une certaine profondeur au-dessous de la face que l'on prépare, quelque soin que l'on prenne pour appuyer le moins possible sur la lime mouillée et sur le verre dépoli. Après ce travail, la lame est lavée à grande eau, je la laisse sécher pendant douze à vingt-quatre heures, puis je la frotte le plus légèrement possible, et à sec, sur une glace polie. Pendant le travail à la scie très-mouillée, il faut avoir soin de tenir la plaque entre deux lames épaisses de liége; mais il ne faut pas trop la serrer de peur d'écraser le cristal et d'en troubler la cristallisation.

Les cinq échantillons que j'ai préparés ainsi et qui ont diverses épaisseurs, sont plus ou moins fendillés. Le désordre, peut-être inévitable, est manifeste; cependant j'ai pu voir très-distinctement les anneaux nombreux des deux systèmes, et reconnaître avec certitude la séparation des axes. Le pôle général des anneaux est un point noir bordé de diverses couleurs; et une singularité bien remarquable, c'est que la barre noire manque absolument dans chaque système, alors que l'axe secondaire est dans le plan de polarisation; mais cette barre se montre plus ou moins vite et dans sa courbure hyperbolique, si l'on imprime à l'axe de la tourmaline ou à la ligne des pôles du gypse un mouvement azimutal. Elle est à son maximum d'intensité aux azimuts de 45° ou 135 et nulle à zéro ou 180°.

Dans l'état d'imperfection où se trouvent mes cristaux de gypse je ne saurais dire quelle est la véritable distribution des couleurs dans les images pourtant assez régulières que j'ai observées. En me confiant à quelques indices je pourrais soupçonner que les pôles des diverses couleurs sont situés sur deux lignes parallèles à l'axe tertiaire; mais d'autres indices me font penser au contraire que tous les axes sont dans le plan déterminé par l'axe principal et l'axe secondaire, et que les angles des axes relatifs aux diverses couleurs croisent lentement dans l'ordre des réfrangibilités de ces couleurs. Des échantillons plus minces, taillés avec plus de patience et d'adresse et dans une plaque de gypse plus épaisse, permettront sans doute de décider la question de la disposition des axes. Il faudra qu'on puisse faire usage de verres colorés sans que les images s'éteignent, ou qu'on ait recours, dans une chambre obscure, à la vive lumière du soleil, décomposée par le prisme.

Sur les lemniscates.

Quand les faces d'un cristal à deux axes optiques sont perpendiculaires à l'axe principal, les courbes isochromatiques vues à la lumière composée et les courbes brillantes ou obscures vues à la lumière simple sont des lemniscates, ainsi que M. Herschel l'a prouvé par des mesures prises sur les images.

Pour que ces courbes soient des lemniscates planes, telles que les géomètres les considèrent, il faut que les images soient projetées sur un écran parallèle à un cristal dont l'angle des axes soit petit, comme dans le nitrate de potasse, le carbonate de plomb, le talc, le carbonate de strontiane..... Lors même que l'angle des axes s'élève jusqu'à 18° 18', comme dans l'arragonite, il est difficile de reconnaître, à la première inspection, une différence entre l'image projetée sur un plan et l'image projetée, comme elle devrait l'être alors, sur une surface sphérique dont le point éclairé du cristal occuperait le centre.

J'ai cru faire une chose agréable à quelques-uns des lecteurs que j'ai choisis en traçant géométriquement ces lemniscates et en évitant, autant que possible, les formes scientifiques dans le développement de quelques-unes des propriétés les plus simples de ces courbes, considérées sous le point de vue des observations optiques. La figure B représente l'image que montrerait un carbonate de plomb épais d'environ $\frac{5}{4}$ de millimètre, observé entre deux tourmalines croisées et à la flamme de l'alcool salé. Elle représente encore, mais moins rigoureusement, l'image qu'offrirait une arragonite épaisse d'environ un millimètre.

Pour abréger, j'appellerai première courbe, seconde courbe, troisième courbe..... ou plus simplement encore, courbe 1, courbe 2, courbe 3..... celle qu'on rencontre la première, la seconde, la troisième......... en partant de l'un des pôles et en s'éloignant du centre général de la figure. De plus, je diviserai l'ensemble total de toutes ces courbes en cinq variétés, savoir :

1.re Variété. — Les courbes sous forme d'ovales qui entourent un même pôle. Telles sont pour notre figure B les courbes 1, 2, 3 et 4.

2.me Variété. — La courbe unique, ici la cinquième, qui entoure chaque pôle et les enveloppe tous les deux. Elle est sensiblement droite dans le voisinage du centre où elle passe deux fois.

3.me Variété. — Les courbes 6, 7, 8 et 9 qui enveloppent les deux pôles et qui subissent une dépression dans la partie traversée par l'axe tertiaire perpendiculaire sur le milieu de la ligne des pôles.

4me Variété. — La courbe unique, ici la dixième, qui paraît droite dans une partie notable de son cours, près du point où elle est rencontrée par l'axe tertiaire.

5.me Variété. — Les courbes 11, 12, 13, 14, 15.... qui enveloppent aussi les deux pôles, mais qui ne subissent pas de dépression.

La courbe qui constitue à elle seule la seconde variété jouit des propriétés de celles des première et troisième variétés; elle est leur intermédiaire. La quatrième variété est aussi l'intermédiaire entre les troisième et cinquième variétés : elle sépare les courbes convexes de celles qui ne le sont pas. Au-delà des pôles et dans la direction de l'axe secondaire, les lemniscates sont presque exactement circulaires dans tout l'espace compris entre deux droites menées du pôle, et faisant avec l'axe secondaire des angles de plus de 50 degrés.

Nous représenterons par a la distance de chaque pôle au centre général. Cette distance était de 100 millimètres dans la figure manuscrite, nécessairement un peu altérée par le mouvement du papier et le travail du lithographe.

Nous représenterons par b la distance de l'un des pôles à un point pris arbitrairement sur l'une quelconque des courbes, et par c la distance de l'autre pôle à ce même point. Le produit de ces deux distances sera donc généralement représenté par $b \times c$ ou mieux par $b\,c$.

Un cristal donné ne montre pas toujours à la lampe les courbes des deuxième et quatrième variétés; il faut pour cela qu'il ait une épaisseur déterminée, à d'autres épaisseurs plus grandes ou plus petites, mais également déterminées; variables avec la nature du cristal, et qui suivent une certaine loi, ces courbes se montrent de nouveau. Or, lorsque les faces d'un cristal ont été usées et polies par le lapidaire ou sur la lime et le verre mouillés, il est rare qu'elles soient parallèles, et l'épaisseur peut souvent assez varier d'une extrémité à l'autre, pour qu'en faisant mouvoir le cristal entre les deux tourmalines, on trouve une position, et par suite une épaisseur qui permette de voir ces courbes.

Par ces déplacemens lents du cristal, les courbes se modifient et peuvent se transformer les unes dans les autres si les faces planes du cristal sont obliques l'une sur l'autre. Si au contraire elles sont rigoureusement parallèles et si le cristal est bien pur on n'aperçoit aucun changement. Ce parallélisme n'est pas toujours rigoureusement observé dans les cristaux qui se divisent facilement en feuillets, comme les micas, la chaux sulfatée rousse ou limpide, car j'ai observé de ces changemens sur plusieurs échantillons en apparence très-purs et terminés par des surfaces planes et continues.

Les courbes brillantes et les courbes obscures s'échangent les unes dans les autres quand on fait faire un quart de tour à l'une des deux tourmalines. Voilà pourquoi ce mouvement d'un quart de tour suffit par fois pour faire naître les courbes obscures des deuxième et quatrième variétés; mais dans ce cas, et avant le mouvement, c'était une courbe lumineuse qui avait la forme de ces variétés.

Quand l'axe principal d'un cristal est parallèle aux faces, la figure B se décompose; elle se transforme en quatre groupes d'hyperboles équilatères qui ont pour asymptotes communes deux droites formant une croix dont les branches font des angles de 45 degrés avec l'axe principal et avec l'axe secondaire. Cette croix provient de la courbe de seconde variété qui reste toujours ainsi l'intermédiaire entre les courbes de première et troisième variétés, courbes qui sont devenues hyperboliques. On voit donc que pour apercevoir cette croix noire, il faut aussi que le cristal à faces parallèles ait de certaines épaisseurs déterminées; mais si les faces sont inclinées l'une sur l'autre, on pourra obtenir la croix noire en promenant le cristal entre les tourmalines croisées ou non.

La figure B, composée de lemniscates, représente donc l'image vue à la lampe à travers deux tourmalines croisées, et qui proviendrait d'un cristal à faces perpendiculaires sur l'axe principal, ayant deux axes optiques formant un petit angle, et enfin d'une nature et d'une épaisseur telles que l'image produirait quatre courbes obscures de la première variété, celle de la seconde, quatre de la troisième, celle de la quatrième et une infinité de la cinquième.

Occupons-nous des propriétés de ces courbes. Prenons un point quelconque sur l'une d'elles et mesurons ses distances b et c aux deux pôles. Mesurons de semblables distances à partir d'un autre point de la même courbe; opérons de même pour un troisième point, un quatrième.... le produit bc de chaque couple de ces distances reste toujours le même. Il est évident, à la seule inspection de la figure, que ce produit, constant pour tous les points d'une même courbe, ira en augmentant à mesure que la courbe sera d'un numéro d'ordre plus élevé, et en diminuant pour les numéros d'ordre de moins en moins élevés. Au pôle il sera nul, car bien que la distance b soit alors $2a$, la distance c de l'autre pôle à lui-même étant nulle, le produit bc est zéro. On peut considérer les pôles comme une courbe réduite à n'avoir plus que deux points. On voit donc qu'à partir du pôle et passant de chaque courbe à la suivante, le produit bc va en croissant depuis zéro jusqu'à l'infini. Les mesures prises sur l'image prouvent, comme la théorie, que ce produit étant bc pour les points les plus sombres de la première courbe obscure, il est $2bc$, $3bc$, $4bc$, $5bc$, $6bc$..... pour les courbes obscures suivantes, c'est-à-dire enfin que ce produit croît depuis le pôle où il est zéro jusqu'aux dernières courbes obscures, comme la série très-simple des nombres

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11.....

Il croît comme celle des nombres

$$\frac{1}{2},\ \frac{3}{2},\ \frac{5}{2},\ \frac{7}{2},\ \frac{9}{2},\ \frac{11}{2},\ \frac{13}{2},\ \frac{15}{2},\ \frac{17}{2}......$$

pour les points les plus éclairés des courbes brillantes.

Dans l'un et l'autre cas ce produit bc varie avec la nature de la couleur simple qui éclaire le cristal; mais il suit toujours les lois ci-dessus. Le produit bc est toujours plus petit que le carré a^2 de la distance d'un pôle au centre général, pour les courbes de la première variété. Il est égal à ce carré a^2 pour la courbe de seconde variété. Il est plus grand que a^2, mais plus petit que $2a^2$ pour la troisième variété; égal à $2a^2$ pour la quatrième, et enfin plus grand que $2a^2$ pour la cinquième variété. Pour notre figure B, nous avons pris $a = 100$ millimètres, ainsi le produit bc aura les valeurs suivantes

2000, 4000, 6000, 8000, 10000, 12000, 14000....

pour les courbes dont les numéros d'ordre respectifs sont

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.....

D'après cela, rien n'est plus facile que de construire géométriquement toutes ces courbes. Je me bornerai à indiquer la marche générale à suivre en prenant pour exemple la cinquième courbe, pour laquelle on a $bc = a^2 = 10000$.

De chaque pôle comme centre et avec des rayons successifs de 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35..... millimètres, on décrira autant de cercles au crayon ; quelques-uns de ces cercles, ceux qui ont pour rayon depuis 45 jusqu'à 95 millimètres, serviront pour la courbe 5 ; ces mêmes cercles et d'autres plus petits ou plus grands serviront pour la construction des autres courbes.

Je divise 10000 $= bc = a^2$ successivement par

95, 90, 85, 80, ... 50, 45, 40,

ce qui donne les quotients respectifs

105,26, 111,11, 117,64, 125, ... 200, 222,22, 250.

Avec le quotient 105,26 comme rayon, je décris de chaque pôle comme centre de petits arcs de cercle qui coupent les cercles du rayon 95 en quatre points qui appartiennent à la cinquième courbe. Avec le rayon 111,11 je décris des arcs de cercle qui coupent ceux qui ont pour rayon 90, ce qui donne quatre nouveaux points de la même courbe, et je continue ainsi. Je fais enfin passer un trait à l'encre par tous ces points en suivant la courbure que leur disposition indique suffisamment s'ils sont assez multipliés. On opère de même pour toutes les courbes.

En partant du centre et en parcourant la ligne des pôles, on passe successivement sur les points où les courbes 5, 4, 3, 2, 1, 0 rencontrent cette ligne entre les pôles, puis ceux où cette ligne est coupée une seconde fois par les courbes 1, 2, 3, 4, 5, puis une seule fois par les courbes 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12..... Il importe de bien déterminer la position de ces points en calculant les distances du centre à chacun d'eux. Ces distances sont, pour les quatre premiers points, en allant du centre au pôle :

$$\sqrt{a^2 - bc}$$

ou

$$\sqrt{10000 - 8000},\quad \sqrt{10000 - 6000},\quad \sqrt{10000 - 4000},$$

$$\sqrt{10000 - 2000},\quad \sqrt{10000 - 0},$$

ou

$$\sqrt{2000}, \quad \sqrt{4000}, \quad \sqrt{6000}, \quad \sqrt{8000}, \quad \sqrt{10000};$$

ces nombres, divisés par $\sqrt{2000}$ leur facteur commun, croisent comme les suivans :

$$\sqrt{1}, \quad \sqrt{2}, \quad \sqrt{3}, \quad \sqrt{4}, \quad \sqrt{5}.$$

Pour les points de rencontre au-delà du pôle, les distances, toujours comptées à partir du centre, sont généralement

$$\sqrt{a^2 + bc}$$

et ont par conséquent pour valeurs la série des nombres

$$\sqrt{10000 + 2000}, \quad \sqrt{10000 + 4000}, \quad \sqrt{10000 + 6000} \ldots.$$

ou

$$\sqrt{12000}, \quad \sqrt{14000}, \quad \sqrt{16000} \ldots\ldots\ldots$$

et en les divisant par le même facteur commun $\sqrt{2000}$, on verra qu'ils suivent la loi des nombres

$$\sqrt{6}, \quad \sqrt{7}, \quad \sqrt{8} \ldots\ldots\ldots$$

Ainsi ces distances, en comptant le centre et le pôle pour des points de rencontre, sont entr'elles comme les racines carrées des termes de la progression

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14.....

Calculons de même les distances successives du centre aux points où l'axe tertiaire coupe les courbes 6, 7, 8, 9, 10, 11... Leur valeur générale est

$$\sqrt{bc - a^2}$$

ce qui donne successivement :

$$\sqrt{12000 - 10000},\ \sqrt{14000 - 10000},\ \sqrt{16000 - 10000}\ldots$$

ou

$$\sqrt{2000},\qquad \sqrt{4000},\qquad \sqrt{8000}\ldots\ldots$$

Ces valeurs étant égales à celles précédemment trouvées, nous en conclurons que les distances comptées sur l'axe tertiaire sont respectivement égales aux distances comptées sur l'axe secondaire.

Ce résultat est général et donne lieu à la remarque suivante également générale :

Il y a toujours autant de courbes de la troisième variété que de courbes de la première variété. Les distances du centre aux premiers points de rencontre des courbes de la première variété avec l'axe secondaire sont respectivement égales aux distances comptées sur l'axe tertiaire, depuis le centre jusqu'aux points successifs de rencontre avec les courbes de la troisième variété. La courbe de la quatrième variété rencontre l'axe tertiaire à une distance du centre égale à la distance a de ce même centre au pôle. Ce point de rencontre est une sorte de pôle ou de centre qui jouit de certaines propriétés dont nous parlerons.

Les distances de chaque pôle aux points où les courbes rencontrent l'axe tertiaire sont évidemment égales; elles ont pour valeur $\sqrt{bc}$. En nous bornant au cas de la figure B, ces valeurs sont

$$\sqrt{12000},\ \sqrt{14000},\ \sqrt{16000},\ \sqrt{18000},\ \sqrt{20000}\ldots$$

En les divisant encore par leur facteur commun $\sqrt{2000}$, on verra qu'elles suivent la loi des nombres

$$\sqrt{6}, \quad \sqrt{7}, \quad \sqrt{8}, \quad \sqrt{9}, \quad \sqrt{10} \ldots\ldots$$

c'est-à-dire que les distances d'un pôle aux points d'intersection des courbes avec l'axe tertiaire croisent comme les racines carrées des numéros d'ordre de ces courbes.

De ce que les distances du centre aux points de rencontre successifs sur l'axe secondaire (en comptant le pôle pour un point de rencontre), sont égales aux distances du centre jusqu'aux points de rencontre avec l'axe tertiaire, et de ce que la distance du centre au pôle est égale à la distance du centre au point où l'axe tertiaire rencontre la courbe de la quatrième variété, il s'ensuit que les distances de ce dernier point aux points successifs de rencontre de toutes les courbes avec l'axe secondaire sont respectivement égales aux premières et sont conséquemment entre elles comme les racines carrées des termes de la progression 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7........

Elevons à l'un des pôles une perpendiculaire sur l'axe secondaire. Elle rencontrera toutes les courbes en des points dont les distances au pôle seront représentées par

$$100 \times \sqrt{-2 + \tfrac{1}{5}\sqrt{n^2 + 100}},$$

n étant le numéro d'ordre de la courbe. Faisant successivement $n = 1, 2, 3, 4, \ldots\ldots\ldots$, on aura pour ces distances des nombres qui suivent une loi trop compliquée et trop différente de celle que nous désirons rencontrer pour mériter plus de détails.

Sur la distance des pôles comme diamètre décrivons une circonférence ; elle coupera toutes les courbes des première, seconde et troisième variétés, et elle sera tangente à celle de la quatrième variété. Les distances du point de tangence aux points de rencontre successifs, comptées de ce point de tangence, seront

$$\sqrt{2a^2 - bc}$$

jusqu'au pôle. Elles seront

$$\sqrt{2a^2 + bc}$$

au delà du pôle. En mettant pour bc ses valeurs successives, on verra que ces distances croissent comme les racines carrées des termes de la progression

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ldots\ldots\ldots$$

Les perpendiculaires abaissées des points d'intersection de la circonférence avec les courbes sont représentées par $\frac{bc}{2a}$, et elles croissent, à partir du pôle, comme les nombres 0, 1, 2, 3, 4, 5,.........

Coupons maintenant toutes les courbes par une circonférence de cercle décrite de l'un des pôles comme centre et avec un rayon $2a$ égal à la distance des pôles. Les distances b des points d'intersection successifs au pôle qui sert de centre seront constamment égales à $2a$; ainsi on a partout $b = 200$ et le produit bc devient $200 \times c$. Ces produits allant en croissant comme les nombres 1, 2, 3, 4, 5,...... il s'en suit que les valeurs du facteur c suivent la même loi et qu'ainsi les distances successives de l'autre pôle aux points d'intersection suivent cette loi des nombres 1, 2, 3, 4, 5,...... De même, si de l'un des pôles et avec un rayon plus grand ou plus petit que $2a$, mais plus grand que a, on décrit une circonférence de cercle, les distances de l'autre pôle aux points d'intersection de ce cercle avec les courbes seront entre elles comme les numéros d'ordre de ces courbes.

Il paraît résulter de ces tentatives qu'aucune ligne droite ou circulaire passant par l'un des pôles ne coupe les courbes en des points tels que leurs distances à ce pôle soient entre elles commes les racines carrées des termes de la progression 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.......... Plus loin nous tirerons de ce résultat une conséquence relative à la distribution des couleurs autour des pôles dans les cristaux à deux axes, comparée à celle des couleurs dans les anneaux de Newton.

Examinons maintenant quelles modifications éprouverait la figure B, si le cristal qui la donne prenait tout-à-coup une épaisseur plus grande. Par la théorie comme par des mesures prises sur l'image produite par le nitrate de potasse dont l'angle des axes n'est que de 5° 20′, M. Herschel s'est assuré que le produit *bc* décroît comme l'épaisseur augmente. D'après cela, si l'épaisseur devient double, le produit *bc* de 48000 pour la courbe 24, se réduit à 24000 ; c'est-à-dire que cette courbe vient prendre la place de la douzième. Par la même raison celle-ci vient prendre la place de la sixième, qui elle-même prend la place de la troisième. Et comme il y a une infinité de courbes de rang pair, elles trouveront à se placer sur des courbes soit de rang pair soit de rang impair qui existaient avant que l'épaisseur ne fut doublée. Ainsi les déplacemens des courbes de rang pair n'apporteront aucun changement à la figure primitive. Le produit *bc* est de 26000 pour la courbe 13, il se réduit à sa moitié 13000, nombre compris entre 14000 et 12000, cette treizième courbe viendra donc se placer entre la septième et la sixième. On voit donc que les courbes de rang impair viennent se placer entre les courbes déjà existantes. Par conséquent les courbes actuelles de notre figure B, subsisteront ; mais il viendra s'en former une entre le pôle et la courbe 1 ; une autre entre 1 et 2, entre 2 et 3, entre 3 et 4.......... et le nombre total des courbes des première et seconde variétés réunies sera doublé ainsi que le nombre des courbes des seconde et troisième variétés réunies, etc. Les courbes seront donc deux fois plus serrées et on en verra deux fois plus dans la même partie du champ de la vision.

Triplons l'épaisseur primitive du cristal. En raisonnant de la même manière, on verra bien que les courbes d'un numéro d'ordre divisible par 3 viendront se placer sur les courbes primitives dont le numéro d'ordre est trois fois plus petit. Ainsi, par exemple, les courbes 27 et 30 viendront respectivement se placer sur les neuvième et dixième. Quant aux courbes 28 et 29, elles viendront se placer entre 9 et 10, parce que les nombres $\frac{28}{3}$ et $\frac{29}{3}$ sont plus grands que 9 et plus petits que 10. En définitive, le nombre des courbes sera triplé.

Si donc l'épaisseur du cristal pouvait croître lentement sous les yeux de l'observateur, on verrait les courbes des cinquième, quatrième et troisième variétés se rapprocher du centre et se serrer de plus en plus. Les plus voisines du centre passeraient successivement à la forme de la seconde variété, puis à la forme des courbes de la première variété. Ces dernières s'accumuleraient entre le centre et le pôle en s'éloignant du centre et marchant vers le pôle pour faire place à de nouvelles courbes; mais aucune n'irait se perdre au pôle, qu'elles serreraient seulement de plus près.

Si l'épaisseur diminuait, les courbes de la première variété se dilateraient; les plus voisines du centre s'en rapprocheraient davantage; elles passeraient tour à tour à la forme de la seconde variété; elles s'éloigneraient ensuite du centre, passeraient, en se desserrant toujours, par les formes des troisième, quatrième et cinquième variétés; enfin elles disparaîtraient du champ de la vision. Les courbes au-delà des pôles s'en éloigneraient en se dilatant et se desserrant, et sortiraient successivement du champ de la vision.

Nous avons encore à examiner ce que devient la figure B, quand la distance des pôles varie, ce qui revient à changer l'angle des axes optiques.

Faire décroître a, c'est faire décroître aussi a^2, mais bien plus rapidement; cela revient au fond à faire croître le produit $b\,c$; et par conséquent, à opérer dans l'image un effet analogue à celui qu'opère une diminution d'épaisseur. Quand a^2, par exemple, est réduit à sa moitié, $\frac{1}{2}\,a^2$ est réduit à son quart $\frac{1}{4}\,a^2$; cela revient à quadrupler bc ou à réduire l'épaisseur primitive à son quart. Si donc l'angle des axes pouvait décroître lentement pendant qu'on observe le cristal à la lampe, on verrait les courbes de la première variété s'élargir, se desserrer et marcher avec les pôles vers le centre général; elles disparaîtraient une à une. Après avoir passé successivement par la courbe de la seconde variété dont les réapparitions seraient intermittentes, elles passeraient successivement aux formes suivantes; bientôt on ne verrait plus qu'un petit nombre de courbes de la troisième variété, montrant à peine un reste de dépression. A mesure que les pôles marchent vers le centre où ils vont bientôt se confondre, les distances b et c d'un point quelconque de l'une des courbes à ces deux pôles déjà très-voisins, tendent de plus en plus vers l'égalité, et lorsqu'enfin les deux pôles atteignent le centre, c'est-à-dire, lorsque le cristal n'a plus qu'un axe optique perpendiculaire aux faces, le produit $b\,c$ devient un carré R^2, et *toutes* les courbes se transforment en cercles parfaits. Les carrés des rayons de ces cercles croissent donc comme les nombres 0, 1, 2, 3, 4, 5,...... pour les cercles obscurs, et comme les nombres $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{9}{2}$...... pour les cercles brillans. Ainsi, dans les images que montrent les cristaux à un axe perpendiculaire, les diamètres des cercles obscurs croissent d'un cercle à l'autre, comme les racines carrées des nombres

$$0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6 \ldots\ldots$$

et ceux des cercles brillans comme les racines carrées des nombres

$$\frac{1}{2},\ \frac{3}{2},\ \frac{5}{2},\ \frac{7}{2},\ \frac{9}{2},\ \frac{11}{2},\ \frac{13}{2} \ldots\ldots$$

On voit aussi, d'après ce qui précède, qu'une épaisseur devenue un nombre quelconque de fois plus grande ou plus petite, donne naissance à des cercles autant de fois plus ou moins nombreux et d'un diamètre autant de fois plus petit ou plus grand.

Des mouvemens opposés à ceux que nous venons de décrire auront lieu si la distance des pôles augmente, ou, ce qui revient au même, si l'angle des axes optiques augmente jusqu'à 180 degrés, pour ne plus former qu'un seul axe parallèle aux faces du cristal. En effet, la distance a du centre au pôle devenant plus grande, le produit $b\ c$ deviendra relativement plus petit, et l'effet produit sur l'image sera analogue à celui qui proviendrait d'une augmentation d'épaisseur dans le cristal. La dépression augmentera dans les courbes de la troisième variété, parce qu'elles se rapprocheront du centre; celles de la cinquième variété passeront successivement à la quatrième, à la troisième; en même temps celles de la troisième variété passeront successivement par la seconde, et viendront se ranger dans la première variété, entre le centre et le pôle. Les courbes se serreront de plus en plus, leur convexité dans les parties vues du centre, le long de l'axe tertiaire, ira en augmentant, elle diminuera pour les courbes de la première variété vue du centre dans la direction de la ligne des pôles. Dans cette même direction, la concavité des courbes des troisième, quatrième et cinquième variétés ira en diminuant; bientôt on ne verra plus dans tout le champ de la vision que des courbes tournant leur convexité générale vers le centre, et qui n'appartiendront plus qu'aux variétés troisième et première. Enfin, les parties de ces courbes déjà transportées hors du champ de la vision, dans la direction de la ligne des pôles, se diviseront à cette ligne; leurs branches éloignées changeront leur courbure concave en courbure convexe, et quand les axes n'en feront plus qu'un seul parallèle aux faces du cristal, *toutes* les courbes se seront transformées en hyperboles équilatères, les unes traversées par l'axe secondaire devenu axe principal, les autres, en nombre égal, traversées par l'axe tertiaire devenu axe secondaire. La courbe qui viendra remplacer celle de la seconde variété se transformera en deux lignes droites rectangulaires, faisant des angles égaux avec les deux nouveaux axes. Ces droites seront les asymptotes des quatre groupes d'hyperboles.

Nous avons vu que les distances successives du centre aux points de rencontre de la ligne des pôles avec les lemniscates, pour les cristaux à deux axes, et tous les rayons pour les cristaux à un axe perpendiculaire, vont en croissant comme les racines carrées des nombres 0, 1, 2, 3, 4.... pour les courbes obscures ou des nombres $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{2}$..... pour les courbes brillantes; il en est de même quand les courbes sont devenues hyperboliques; ces distances également comptées du centre le long de l'axe principal ou de l'axe secondaire suivent la même loi. C'est pour cela que, dans les trois cas, il y a également autour du centre général une plage vide de courbes, tandis qu'elles sont accumulées autour de chaque pôle dans les cristaux à deux axes.

La lumière simple qui éclaire le cristal venant à changer, toutes les lois numériques énoncées jusqu'ici subsistent, il n'y a de changé que la place occupée par les courbes brillantes ou obscures, parce que le produit *b c* varie avec la couleur, ou en d'autres termes avec les longueurs des ondulations de la lumière diversement colorée. Le produit *b c* sera d'ailleurs toujours nul aux pôles, si, comme nous le supposons d'abord pour plus de simplicité, les axes relatifs aux diverses couleurs sont confondus en un seul, ce qui est extrêmement rare.

Maintenant, construisons par la pensée toutes les lemniscates correspondantes à chacune des couleurs du spectre solaire; marquons les d'abord d'un trait fin sur notre fig. B; puis grossissons ces traits en les peignant avec les couleurs précises que les courbes doivent prendre; étalons et superposons ces couleurs dans les proportions convenables, nous aurons une figure coloriée qui sera une copie plus ou moins fidèle de l'image qu'on observerait en recevant la lumière blanche composée à travers le cristal qui nous occupe.

Comparons l'un des deux systèmes d'ovales de cette image avec celui que donne un spath perpendiculaire. Pour cela menons une ligne droite quelconque par l'un des pôles. Nous avons vu que, généralement, elle ne coupera pas la série des courbes colorées d'une même teinte en des points dont les distances au pôle puissent suivre la loi des racines carrées des nombres $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{2}$. . . . Mais nous avons vu aussi qu'une ligne droite quelconque tirée du centre dans la seconde image coupe la série des courbes colorées d'une même teinte en des points dont les distances au centre devenu pôle suivent au contraire exactement cette loi des racines carrées des nombres $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{2}$; par conséquent, les couleurs ne sont pas distribuées de la même manière dans les deux images comparées. Les couleurs, abstraction faite de leur mélange, se succèdent à la vérité dans le même ordre à partir du pôle de l'une des images et du centre de l'autre ; mais elles y occupent des espaces qui ne sont pas proportionnels ; elles ne se superposent pas dans la même proportion de leur étendue en largeur, et conséquemment elles produisent des mélanges assez différens d'une image à l'autre pour que les deux séries des teintes réelles qui en résultent ne puissent être les mêmes, bien qu'elles aient encore quelqu'analogie, une certaine ressemblance qui augmente quand le cristal à deux axes est taillé perpendiculairement à l'un de ses axes. Cependant la série des teintes dans les anneaux donnés par le spath (teintes qui sont celles des anneaux de Newton), et la série des teintes le long de la perpendiculaire menée par un pôle à la direction de l'axe secondaire mis dans le plan de polarisation, sont à-peu-près les mêmes.

Cette dissemblance générale dans la distribution des couleurs sur les deux images comparées est bien plus grande encore quand les axes du cristal sont séparés. Elle est énorme quand on compare cette distribution dans l'image du spath perpendiculaire avec celle de l'un des systêmes d'anneaux que donne le sel de La Rochelle, dont l'angle des axes pour les rayons rouges surpasse de 10 degrés l'angle des axes pour les rayons violets, selon les observations de M. Herschel.

Pour construire l'image colorée que donne un semblable cristal, il faudrait tenir compte du déplacement des pôles, qui se rapprochent du centre dans le sel de La Rochelle, la topaze blanche, le mica.... en allant du rouge au violet, et qui s'en éloignent au contraire dans l'arragonite, le nitrate de potasse.... Il suffit que l'amateur, à qui je m'adresse, ait reconnu par ces longs détails la cause principale de la bizarrerie qu'il observe dans les changemens qu'éprouvent les formes des images, le nombre des courbes qui les composent et la distribution de leurs couleurs quand il passe d'un cristal à un autre.

ERRATA POUR LES NOTES SUR LA POLARISATION.

PAGES	LIGNES	AU LIEU DE	LISEZ
287	2, en remontant,	axe,	arc.
305	8, en remontant,	bleue,	bleue.
311	15,	cris,	cris-
333	9,	les,	ces.
	Partout,	lemnicaste,	lemniscate.

LITTÉRATURE.

LE PARADIS PERDU,

POEME DE JOHN MILTON,

Traduction de M. L. BARRÉ, Membre résidant.

1.er JUILLET 1835.

LIVRE PREMIER.

CHANTEZ la première désobéissance de l'homme et le fruit de l'arbre défendu, ce fruit dont la saveur mortelle répandit par le monde le trépas et tous les maux, ce fruit qui nous fit perdre Éden, jusqu'à ce qu'un fils de l'homme, supérieur à l'humanité, vînt nous relever de notre chute et reconquérir pour nous le séjour bienheureux : Muse céleste, chantez!

Dans les hautes retraites d'Oreb ou de Sina, vous avez inspiré ce pasteur qui, le premier, apprit à la race choisie comment les cieux et la terre sortirent du chaos : ou peut-être chérissez-vous davantage la colline de Sion et cette source de Siloë qui jaillit près des lieux où parlaient les oracles. C'est là que mes vœux iront vous chercher. Venez aider ces chants aventureux qui, dans leur vol plein d'audace, aspirent à s'élever bien au-dessus des monts d'Aonie : car ils vont célébrer des choses qu'aucun langage humain n'a tenté de décrire.

Et toi surtout, Esprit divin, toi qui préfères à tous les temples le sanctuaire d'un cœur droit et pur, daigne m'instruire, ô toi qui sais! Dès la naissance des temps, tu étais là : déployant tes ailes puissantes, tu te posas comme la colombe pour couver le vaste abîme ; et l'abîme devint fécond. Illumine mes ténèbres ; relève et soutiens ma bassesse : que toujours à la hauteur de ce grand sujet, je puisse montrer à tous la Providence éternelle et devant la face des hommes justifier les voies du Seigneur.

Dis-nous d'abord, car ni le ciel, ni les profondes régions de l'enfer ne cachent rien à ta vue ; dis-nous comment nos premiers pères, dans cet état de parfait bonheur, si hautement favorisés du ciel, se laissèrent déchoir des bontés du Créateur, et, pour une seule entrave à leur liberté, osèrent violer les lois divines : eux, les rois de ce monde terrestre! Quel séducteur leur inspira l'odieuse pensée de la révolte? — Ce fut le serpent de l'abîme! Ce fut lui dont la fourbe, aiguillonnée par la vengeance et l'envie, trompa la mère des humains. Déjà son orgueil l'avait précipité des cieux avec toute l'armée de ses anges rebelles. Fier de leur appui, aspirant à établir sa gloire au-dessus de tous ses égaux, il s'était flatté d'égaler le Très-Haut parce qu'il s'en déclarait le rival ; son ambition avait allumé dans les cieux une guerre impie contre le trône divin, contre la monarchie éternelle ; il avait livré enfin cette fière bataille, inutile tentative! — L'Omnipotent, du haut des demeures éthérées, le lança, tout en flammes, la tête la première, hideux débris, ruine embrasée, vers le gouffre sans fond de la perdition éternelle. Là doit demeurer, fixé par des chaînes de diamant au sein des feux vengeurs, celui qui osa défier son Dieu et l'appeler au combat.

Neuf fois s'écoula le temps qui mesure aux mortels une nuit avec un jour ; et, au milieu de ses horribles phalanges, il restait étendu, ballotté sur l'abîme de flammes, exterminé, mais toujours immortel. La sentence divine le réservait à un plus horrible supplice : à la double pensée du bonheur perdu et de la souffrance éternelle. Enfin, il promène autour de lui des regards funestes où se peignent l'épouvante et la douleur sans bornes mêlées à l'orgueil endurci et à la haine inflexible.

D'un seul coup-d'œil, aussi loin que peut porter la vue d'un ange, il parcourt la lugubre demeure, immense, désolée. Tout à l'entour, ce n'est qu'un horrible cachot, flamboyant comme une grande fournaise : pourtant ces flammes ne donnent point de lumière, mais plutôt de visibles ténèbres qui de toutes parts font découvrir des spectacles de misère, des régions de deuil et de sinistres ombrages où ne peuvent habiter la paix ni le repos. Là ne descend jamais l'espérance, qui descend en tous lieux ; mais la torture qui ne doit point finir y redouble sans cesse ; sans cesse y roule un déluge de feu alimenté par le souffre qui ne se consume point. Cette demeure, l'éternelle justice l'avait préparée pour les rebelles : elle avait construit leur prison dans les ténèbres extérieures, régions trois fois aussi reçulées loin de Dieu et de la lumière céleste que la dernière limite du monde est distante du centre. Oh! combien était différent le séjour d'où ils sont tombés!

Il aperçoit les compagnons de sa chute plongés dans les tourbillons des flammes tempétueuses ; il voit, roulant à ses côtés parmi les vagues de feu, le plus puissant après lui et après lui le plus coupable, celui que la Palestine adora et qu'elle nomma Beëlzebub.

Le chef des ennemis de Dieu, Satan (car, depuis son crime, le ciel l'appela de ce nom qui veut dire ennemi), Satan rompt par ces fières paroles le silence affreux de l'abîme :

« Oh! si tu es celui, — mais alors combien déchu, combien changé ! — celui qui, dans les royaumes heureux de la lumière, revêtu de splendeur, éclipsait tant de milliers d'esprits eux-mêmes resplendissans ; — qui, naguère lié à mon sort par une ligue mutuelle, par des pensers et des desseins complices, par une espérance égale et par les mêmes hasards d'une glorieuse entreprise, maintenant encore se trouve uni à moi par le malheur et dans une ruine commune : — au fond de quel abîme tu me vois et de quelle hauteur tombé ! Tant IL a dû, le lâche, aux coups de son tonnerre, de cette arme terrible dont personne jusque là ne connaissait la puissance ! — Ni la foudre cependant, ni ce que le vainqueur en courroux peut ajouter à nos souffrances, rien ne me fera repentir ; rien ne saura changer, — toute changée qu'elle peut être dans son éclat apparent, — cette ame inébranlable ; rien ne brisera ce dédain altier, né de la conscience d'un génie méconnu ! Fort de cette conscience, je me suis levé pour combattre un ennemi trop puissant ; j'ai su entraîner dans ces fiers débats une foule innombrable d'Esprits en armes, tous dédaignant son empire et préférant le mien, tous, résolus à lutter de force avec lui, à livrer dans les plaines du ciel un combat au moins douteux, et à briser enfin son trône. La bataille est perdue, soit ! tout n'est pas perdu avec elle. Cette volonté qu'IL ne saurait conquérir, l'amour de la vengeance, la haine immortelle, ce courage qui ne veut point se soumettre ou fléchir, mille sentiments enfin qui restent invincibles, voilà une gloire que sa colère ni sa puissance ne me sauraient arracher. Nous courber, implorer notre grace d'un genou suppliant, déifier le pouvoir qui devant la terreur de ce bras a si long-temps douté de lui-même : ah ! ce serait bien abject, ce serait une ignominie, une honte plus basse que notre chute. Non ! par l'arrêt du destin, cette force qui fait de nous des Dieux, cette substance céleste ne saurait périr ; d'ailleurs, l'expérience de ce grand évènement nous laisse aussi forts par les armes, mieux éclairés pour le conseil. Soutenons donc avec un meilleur espoir, ou par force ou par ruse, une guerre éternelle, irréconciliable, contre ce puissant ennemi qui maintenant triomphe, heureux de régner seul et en tyran dans les cieux. »

Ainsi parla l'ange apostat; et il souffrait en parlant : il s'exaltait bien haut, mais il se sentait torturé par un profond désespoir. Son fier compagnon lui répondit :

« O prince, ô chef de tant de Trônes, de Puissances, qui, sous tes drapeaux, guidèrent aux combats les bataillons des Séraphins : guerriers intrépides, ils mirent en péril celui qui se perpétue Roi des Cieux, et voulurent éprouver si sa haute suprématie a pour sanction la force, le hasard ou la destinée ! Va, j'ai trop ressenti, trop déploré, ce cruel évènement, cette ruine épouvantable. Une irréparable défaite nous a déshérités du Ciel. Elle a précipité dans ce gouffre une puissante armée, tout entière ensevelie dans la destruction, si toutefois la destruction peut jamais atteindre des Dieux, de célestes essences : car l'esprit reste invincible, et bientôt sa vigueur se ranime, survivant à une gloire éteinte, à une félicité engloutie dans la misère sans fin.

» Mais peut-être notre vainqueur, celui qu'il faut enfin nommer le Tout-Puissant, car il devait l'être sans doute pour l'emporter sur nous, peut-être nous a-t-il laissé notre courage et nos forces entières, pour suffire au fardeau de nos peines et de sa colère; peut-être même devrons-nous le servir activement, esclaves par le droit des armes, quelques travaux qu'il nous impose au milieu des feux et dans les entrailles de l'Enfer, quelques missions qu'il nous confie parmi les ténèbres de l'abîme. Triste consolation alors que de sentir en nous des forces inépuisées, et un être éternel pour l'éternel châtiment ! »

Le Roi des Esprits infernaux s'empresse de répliquer :

« O Chérubin déchu, se sentir faible ce serait toujours vivre plus misérable, fallût-il travailler ou seulement souffrir. Sois-en certain, d'ailleurs, faire le bien ne sera jamais notre tâche : opposé à la volonté suprême de notre ennemi, le mal seul fera nos délices. Que s'il prétend tirer quelque bien de ce mal qui est à nous, entravons-le : cherchons, nous, dans le bien même, des élémens de désordre. Nous en trouverons souvent, et IL se sentira blessé, je l'espère, quand il verra ses plus intimes desseins détournés ainsi de leur but.

» Mais vois, le vainqueur irrité a rappelé vers les portes du ciel les ministres de sa vengeance. Cette grêle de soufre, que la tempête dardait après nous, a passé tout entière en tourbillons. Déjà s'apaisent ces vagues de feu qui nous accueillirent tombant du précipice. Le tonnerre, porté sur les ailes de l'éclair rougeâtre, et de l'aveugle fureur, a peut-être épuisé tous ses carreaux : il cesse de mugir à travers les profondeurs sans bornes. Ne laissons point échapper l'occasion que le mépris de notre ennemi ou sa fureur enfin rassasiée nous présente ! Vois-tu cette plaine funeste et sauvage, séjour de désolation, que n'éclaire aucune lumière, sauf le reflet que ces flammes livides y jettent, horriblement pâle et sinistre ? Dirigeons-nous vers ce rivage ; quittons les vagues de feu dont nous sommes les jouets : là nous goûterons le repos, si quelque repos y habite. Rassemblant les Puissances abattues, nous chercherons comment à l'avenir blesser le plus profondément notre ennemi, comment réparer nos propres pertes, comment surmonter de si cruelles infortunes ; quel secours enfin tirer de l'espérance, ou quelle résolution du désespoir ? »

En parlant ainsi à l'ange étendu près de lui, Satan élevait la tête au-dessus des flots ; et ses yeux enflammés étincelaient à leur surface : mais le reste de son corps, couché et flottant sur les vagues, dans sa largeur et sa longueur aurait couvert plusieurs arpents, — masse pareille à celle des monstres que nomme la Fable, des Titans, fils de la Terre, qui firent la guerre au maître des Dieux, de Briarée ou de Typhon, que renferment aujourd'hui les cavernes de l'antique Tarsus : tel encore le géant des eaux, Léviathan, la plus énorme des créatures que Dieu a faites pour nager dans les flots de l'Océan. — Souvent, racontent les nautonniers, Léviathan s'est endormi sur les ondes houleuses qui battent la Norwège; le pilote de quelque frêle esquif, surpris par le soir, prend le monstre pour une île, et, fixant l'ancre dans son enveloppe rugueuse, il mouille le long de ses flancs à l'abri des tempêtes, tandis que la nuit plane sur les eaux et suspend le retour du matin desiré. — Tel le Roi des Esprits infernaux s'étendait immense, enchaîné sur le lac brûlant. Et jamais il n'aurait pu se lever, jamais il n'aurait même redressé son front, si la tolérance du Ciel tout-puissant ne l'avait laissé libre d'accomplir ses noirs desseins. Tandis qu'il méditerait la ruine d'autrui, ses crimes réitérés devaient accumuler la damnation sur sa propre tête; il devait voir un jour, en frémissant de rage, que toute son horrible malice ne fait qu'appeler sur l'homme indulgence et pardon, sur lui-même au contraire confusion et vengeance éternelle.

Tout-à-coup, il dresse sur le lac sa formidable stature; de chaque côté, les flammes, repoussées en arrière, ont replié leurs flèches aiguës, et roulent sur elles-mêmes comme des vagues croulantes : une effroyable vallée reste béante au milieu. Alors, les ailes déployées, il prend son essor vers les voûtes : l'air ténébreux qui le supporte gémit sous un poids inaccoutumé. Il s'abat enfin sur la terre ferme, si toutefois on peut appeler terre ce qui n'est qu'un feu solide, de même que de liquides flammes forment les ondes du lac. — Quand la violence des vents souterrains arrache un roc, une colline entière, des flancs déchirés du Pélore ou du sein tonnant de l'Etna, aussitôt les entrailles du mont, réservoirs de soufre et de bitume, se soulèvent tout en feu : la fureur de l'incendie se joint au torrent d'air mugissant ; et bientôt il ne reste plus qu'un cratère vide, charbonneux, tout fumant d'une vapeur empestée. Tel apparaît le sol de ces bords : tel le lieu de repos où s'arrête le pied du maudit. — Son compagnon l'a suivi ; et tous deux se glorifient de s'être échappés des flots stygiens, comme des Dieux qu'ils sont, par la seule vertu de leurs forces renaissantes : ils ne sentent point que le pouvoir suprême a daigné le souffrir.

« Voilà donc la contrée, le sol et le climat, dit l'Archange anathème, voilà donc la demeure qu'il nous faut accepter en échange des cieux ; cette obscurité funèbre, au lieu de la divine clarté ! Qu'il en soit donc ainsi, puisqu'un seul et souverain arbitre peut maintenant prescrire ce qui sera le droit : nous serons bien partout où nous serons loin de cet être que la raison rabaissait au niveau commun, et que la force seule a placé au-dessus de tous ses égaux. — Adieu donc, champs heureux qu'à jamais habite la joie ! — Salut, séjour d'horreur ! monde infernal, salut ! Et toi, profond abîme, reçois ton nouveau maître. Il t'apporte une ame que le lieu ni le temps ne sauraient changer : l'ame n'habite qu'en elle-même ; et là, elle se fait de l'enfer un ciel, ou du ciel un enfer. Eh ! qu'importe en quels lieux, si je suis toujours le même, toujours ce que je dois être, tout excepté l'esclave de Celui que la foudre a rendu maître ? — Ici du moins nous serons libres : le Tout-Puissant n'a point bâti ces demeures pour nous les envier, pour nous en chasser un jour. Ici nous pouvons régner en paix ; un pareil sort me semble encore désirable : plutôt régner aux enfers que de servir dans les cieux ! — Mais pourquoi laissons-nous ces fidèles amis, les associés de notre infortune, encore immobiles d'épouvante, étendus sur le lac d'oubli ? Que ne les appelons-nous pour partager cette triste demeure ; ou plutôt pour tenter, en ralliant leurs armes, si nous pouvons remonter au ciel, ou tomber plus bas dans l'enfer. »

Ainsi parla Satan. Beëlzebub lui répondit :

« Chef de ces brillantes armées que l'Omnipotent seul pouvait vaincre, oh ! s'ils viennent à entendre cette voix, gage puissant d'espérance au sein des alarmes, cette voix qui a si souvent retenti dans les plus rudes extrémités, dans la crise périlleuse de la bataille en furie, cette voix, signal infaillible au milieu des assauts, aussitôt ils prendront un nouveau courage et consentiront à revivre : — bien que maintenant on les voie rampans, prosternés sur cet étang de flammes comme nous-mêmes nous y étions tout à l'heure, étourdis et confondus. Et comment ne pas l'être après cette chute épouvantable ! »

A peine avait-il cessé de parler, quand celui qu'il appelait son prince s'avança vers le rivage. Son bouclier pesant, d'une trempe éthérée, massif et large dans sa rondeur, était rejeté sur ses épaules. La vaste circonférence égalait le disque de la lune, quand, des hauteurs de Fésolé ou du sein du Valdarno, l'astronome toscan le contemple à travers le savant cristal, pour découvrir de nouvelles régions, des fleuves, des montagnes, sur sa surface bigarrée. Sa lance, — le pin le plus élevé qui jamais fut abattu sur les monts de Norwège pour fournir un mât à quelque grand navire amiral, paraîtrait à peine auprès d'elle un faible roseau, — sa lance, il la tenait à la main pour soutenir ses pas laborieux sur l'arène brûlante. — Oh ! ce n'est point de ce pas qu'il foulait naguères les voûtes azurées. — Et de toutes parts l'atmosphère torride le frappait de ses rudes atteintes : un mur de feu l'écrasait.

Rien ne l'arrête : et bientôt il paraît debout sur la grève qui borde la mer enflammée. De là, il va réveiller ses légions. Ces formes encore angéliques étaient gisantes dans l'effroi, pressées comme les feuilles d'automne qui jonchent ces ruisseaux de Vallombreuse, sur lesquels les bosquets étruriens s'arrondissent en arches de verdure. Tels encore surnagent entassés les joncs et les roseaux, quand les vents déchaînés par le fougueux Orion ont battu les côtes de la Mer-Rouge; là où Busiris s'engloutit avec la cavalerie de Memphis, quand leur haine perfide poursuivait les hôtes de Goshen : — cependant Israël, en sûreté sur le rivage, put contempler les cadavres et les roues brisées des chars qui flottaient sur les ondes. Ainsi les Esprits réprouvés, encore tout étourdis sous le poids d'un revers épouvantable, couvraient au loin les flots du lac. Leur roi les appelle, et sa forte voix fait retentir les profondes cavités de l'abyme.

« Princes, potentats, guerriers, orgueil de ce ciel qui fut à vous, de ce ciel que vous ne reverrez jamais, si vous, Esprits éternels, vous persistez dans cet engourdissemement funeste! Quoi donc, est-ce là le lieu que votre valeur fatiguée choisit pour se reposer des labeurs de la bataille? Et dormez-vous ici paisibles comme dans les vallons de l'Empyrée? Ou bien, cette posture abjecte, l'auriez-vous prise en jurant d'adorer le vainqueur? Maintenant à la vérité, ce vainqueur s'arrête pour contempler les Chérubins, les Séraphins, roulant pêle-mêle dans ces flots avec les débris de leurs armes et de leurs étendards : mais bientôt, des portes du Firmament, ses éclaireurs rapides vont apercevoir l'avantage que nous leur offrons : ils vont descendre et nous fouler aux pieds dans notre lâche abattement; ou plutôt nous perçant des traits de la foudre, nous enlaçant des chaînes de l'éclair, ils nous cloueront au fond du gouffre? Courage donc, levez-vous, ou restez perdus à jamais ! »

Ils entendent ces mots, et sont saisis de honte; et aussitôt ils s'élancent en secouant leurs ailes. Tels des hommes qui doivent veiller pour accomplir un devoir; si le maître qu'ils redoutent vient à les surprendre plongés dans le sommeil, à sa voix, ils s'élancent, ils s'agitent encore tout endormis. Sans doute, les

Esprits déchus aperçoivent l'horreur de leur destinée ; ils sentent leurs cruelles douleurs : mais avant tout, obéissant à la voix de leur chef, ils accourent innombrables. Dans les jours néfastes de l'Égypte, la baguette puissante du fils d'Amram, ayant tracé les cercles magiques dans l'air, évoqua toute une sombre nuée de sauterelles qui, poussée par les vents de l'Est, vint planer comme la nuit sur le royaume du Pharaon et noircir tout le sol arrosé par le Nil. Non moins difficiles à compter, les Anges maudits demeurent suspendus à l'aide de leurs ailes sous la coupole des enfers, entre les feux du sol, de la voûte, des parois, jusqu'au moment où la lance de leur chef se dresse comme un signal et décrit un arc dans l'espace pour diriger leur course. Alors, d'un mouvement unanime, leur vol s'abat sur la plaine sulfureuse. Ils la couvrent tout entière, multitude comparable à tous les flots de barbares que le Nord populeux versa de ses flancs glacés, pour aller franchir le Rhin et le Danube, abonder comme un déluge vers les terres du Sud et s'étaler depuis Gibraltar jusqu'aux sables lybiens.

Aussitôt les chefs de chaque escadron et de chaque bande accoururent vers le lieu où se tenait le commandant suprême : figures encore divines, formes au-dessus de l'humanité, Dominations, Puissances, qui tout à l'heure occupaient les trônes des cieux. Maintenant les célestes registres ne conservaient plus aucune trace de leurs noms, tous effacés, retranchés du livre de vie par leur rébellion ! Cependant ils n'avaient point encore acquis leurs nouveaux titres parmi les enfans d'Ève. Plus tard, errants sur la terre, tolérés par la haute sagesse de Dieu qui veut éprouver l'homme, on les vit corrompre par la fraude et le mensonge une immense portion de l'humanité : ils amenèrent les mortels à oublier Dieu, leur Créateur, et sa gloire invisible, pour transporter leur culte à l'image d'une brute qu'ils entouraient de rites joyeux et de pompes dorées, pour déifier enfin les Démons. C'est alors que les mauvais Anges furent désignés parmi les hommes sous des noms différents et sous les emblêmes variés de ces idoles qui peuplèrent le monde païen.

Daigne donc, ô Muse, te servir de ces dénominations maintenant connues. Parmi tous ces esprits que l'appel du monarque a tirés de leur sommeil sur la couche de feu, dis-moi dans quel ordre les plus distingués vinrent successivement le trouver sur le rivage aride; tandis qu'au loin le vulgaire formait une masse confuse.

Les principaux chefs étaient ceux qui, long-temps après, sortis du fond de l'abîme pour chercher leur proie sur la terre, osèrent élever leurs trônes en face du trône de Dieu, leurs autels près de son autel. Ce furent les Dieux adorés parmi les Cananéens. Ils tinrent tête à Jehova, qui, assis entre les deux Chérubins, tonnait des hauteurs de Sion. Souvent même, on les vit placer jusques dans le sanctuaire l'abomination de leurs images; les choses maudites profanèrent les rites sacrés et les fêtes solennelles : leurs ténèbres vinrent offusquer la lumière du Seigneur.

Le premier est Moloch, horrible monarque : sa statue voit couler devant elle le sang des victimes humaines et les larmes maternelles; et le bruit des timbales retentissantes étouffe les cris des enfans qu'on expose à la flamme, aux pieds de l'idole difforme. L'Ammonite l'adora dans les plaines de Rabba la cité des eaux, dans Argob et Basan, et jusques vers les sources d'Arnon. Non content de profaner les lieux saints par son insolent vosinage, il séduisit le cœur du plus sage des rois : Salomon lui éleva un temple sur la colline infâme, en face du temple du vrai Dieu. Moloch s'empara également des bocages riants de la vallée d'Hinnon, qui depuis fut appellée le Tophet et la noire Gehenna, type de l'Enfer !

Après lui vient Chémos. Son idole obscène est l'effroi des enfans de Moab, depuis Aroar et Nebo jusqu'aux solitudes méridionales d'Abarim; dans Hésebon et dans Horonaïm, tombés sous l'empire de l'amorrhéen Sehon; au-delà des vallons fleuris de Sibma, que couronne une enceinte de pampres, et depuis Éléalé jusqu'au lac Asphaltique. Péor était son nom, quand, vers les champs de Sittim, Israël échappé des bords du Nil célébra ses rites impurs, crime payé par bien des larmes! Depuis lors, il étendit ses lascives orgies jusques sur la montagne de scandale qui dominait les bocages de l'homicide Moloch : le meurtre et la luxure se donnèrent la main; jusqu'au jour où le pieux Josias renversa les deux monstres et les replongea dans l'enfer.

Alors s'avancent mille Génies divers : depuis les flots de l'antique Euphrate jusqu'au fleuve qui sépare l'Égypte de la Syrie, ils furent appelés des noms génériques de Baal comme Dieux, d'Astaroth comme Déesses; car des Esprits immatériels peuvent quand il leur plaît revêtir l'un ou l'autre des deux sexes ou tous deux à la fois : tant leur pure essence est ductile et sans parties déterminées! Ils ne sont point, comme nos lourdes et charnelles enveloppes, formés par l'assemblage et l'agencement d'articulations et de membres, moulés sur la fragile charpente des os. Mais ils choisissent à volonté la forme qui leur convient : ils la dilatent ou la condensent, l'obscurcissent ou l'illuminent, pour accomplir leurs magiques desseins, leurs œuvres de haine ou d'amour. Pour eux, Israël oubliant la seule Force vivante, laissa infréquenté son autel légitime et vint lâchement courber la tête aux pieds de la brute déifiée : c'est pourquoi Israël courba aussi la tête au milieu des batailles et fléchit devant la lance des plus vils ennemis. — Avec ces Esprits marche Astoreth, que la Phénicie appelait Astarté, reine du ciel, couronnée de cornes naissantes : la nuit, sous les rayons de la lune, les filles de Sidon venaient offrir leurs vœux et leurs chants à la planète brillante, image de cette divinité. Elle fut même célébrée dans Sion : son temple s'éleva sur le mont d'iniquité, grace à ce roi au cœur magnanime, mais trop faible auprès des femmes, qui, séduit par de belles idolâtres, s'avilit dans les impiétés de leur culte.

Thammus paraît ensuite. C'est lui dont les blessures annuellement rouvertes appelaient dans le Liban les filles de la Syrie : là elles déploraient son sort, répétant leurs molles élégies, durant tout un jour d'été ; tandis que les flots paisibles de l'Adonis sortaient du rocher natal et couraient jusqu'à la mer, teints de la couleur purpurine du sang que Thammus, disait-on, y versait chaque année. L'amoureuse complainte répandit parmi les filles de Sion l'ardeur contagieuse de ces regrets. Ézéchiel fut témoin de leurs lamentations impudiques, quand, ravi par la vision sous le portique sacré, il y vit le tableau des idolâtries et des profanations de Juda.

Voilà maintenant celui qui eut à répandre des pleurs véritables, quand l'arche captive précipita sa grossière image, toute mutilée, la tête et les mains séparées du tronc, sur le pavé de son propre temple. Ses adorateurs l'y trouvèrent honteusement couché ; et ils rougirent de leur Dieu. Il s'appelait Dagon : son buste était d'un homme, le reste d'un poisson hideux. Et sous cette forme d'un monstre des mers, Azot lui éleva un temple immense ; il fut redouté le long des côtes de Palestine, dans Ascalon, dans Gath, vers les plaines d'Accaron et sur les frontières de Gaza.

Rimmon, qui le suit, eut le délicieux séjour de la superbe Damas, les bords fertiles de l'Abbana, du Pharphar, aux eaux toujours limpides. Et lui aussi leva sa tête hardie contre la maison du Seigneur. Renié par le lépreux Naaman, il conquit les hommages d'un roi : Achaz, stupide conquérant de la Syrie, remplaça l'autel avili du Seigneur par un autel syrien, pour y brûler ses offrandes impies et adorer les Dieux qu'il avait vaincus.

Alors vient une foule de mauvais Anges qui, sous les noms long-temps célèbres d'Isis, d'Osiris, d'Orus et des Dieux subalternes, revêtant des formes monstrueuses, déployant de faux prodiges, trompèrent la fanatique Égypte et ses prêtres eux-mêmes. Au lieu de les chercher sous la figure humaine, le peuple du Nil crut trouver ses Dieux errants sous la forme abjecte des brutes. Israël même ne put échapper à la contagion de l'Égypte : avec le métal emprunté, il fondit le veau d'or dans Oreb. Jéroboam rebelle commit deux fois le même crime à Béthel et à Dan : il osa comparer un vil bœuf engraissé dans les pâturages, à Jehovah, son divin créateur, à celui qui, dans une seule nuit, en traversant l'Égypte, frappa du même coup les premiers nés des hommes et tous leurs Dieux mugissants.

Le dernier est Bélial, de tous les esprits tombés des cieux le plus abandonné, le plus enclin à aimer le vice grossier pour le vice lui-même. Aucun temple ne fut élevé en son honneur : nul autel ne fuma pour lui. Et pourtant quelle Divinité vit-on plus souvent dans les temples et près des autels, quand le prêtre se fait athée, comme les fils d'Héli qui remplirent de fraude et de luxure la maison du Seigneur? Il règne aussi dans les cours, dans les palais, dans les cités adultères d'où s'élèvent, jusqu'au sommet des tours, le tumulte des rixes, et l'injure et l'outrage; et quand descend la nuit, les fils de Bélial vont errant par les rues obscures, regorgeant d'insolence et de vin : témoin les rues de Sodome, et cette nuit fatale de la cité Benjamite, quand, pour éviter un plus infâme attentat, la porte hospitalière livra la pudeur d'une femme!

Ceux que j'ai nommés et qui parurent les premiers étaient les premiers en pouvoir. Bien d'autres vinrent encore qui ne sont pas sans renom ; mais la muse se fatiguerait à les compter. C'étaient les Dieux de l'Ionie : la race de Javan les célébrait comme fils du Ciel et de la Terre : aveugle, elle adorait des Divinités plus jeunes que la création ! Titan, le premier né du Ciel, avec son innombrable lignée, dépouillé de ses droits d'aînesse par son frère Saturne ; Saturne renversé à son tour par le fils qu'il avait eu de Rhéa, le puissant Jupiter ; toute une race de Dieux menteurs, apparaissant d'abord dans la Crète et sur l'Ida, de là s'élançant sur les hauteurs neigeuses de l'Olympe glacé pour gouverner les moyennes régions de l'air, le ciel le plus élevé qu'ils connussent ; ou bien régnant à Dodone, sur les collines Delphiques, dans les diverses parties de la Doride ; ou bien encore fugitifs avec le vieux Saturne, traversant l'Adriatique, abordant les champs de l'Hespérie, parcourant la Celtique entière et promenant leurs erreurs vagabondes jusques dans les îles qui touchent au pôle.

Tous ces Dieux et bien d'autres encore arrivèrent par troupeaux. Leurs regards mornes étaient baissés vers la terre ; et cependant on y voyait briller intérieurement un obscur reflet de joie : car ils trouvaient leur chef inaccessible au désespoir ; car ils se trouvaient eux-mêmes survivant à leur ruine. Un moment leur aspect jeta également sur toute la contenance du monarque quelque chose d'indécis ; mais bientôt, rappelant son orgueil accoutumé, à l'aide de mots sonores, qui portaient un air de grandeur, mais vides et sans substance, il sut relever adroitement leur courage ébranlé et dissiper leurs craintes. Puis il commande qu'au son guerrier des trompettes et des clairons, on élève son puissant étendard. Azazel, chérubin d'une haute stature, réclame comme son droit ce privilège glorieux. Il développe la bannière impériale roulée sur la pique étincelante et la dresse dans les airs, où elle brille comme un météore : le vent qui l'agite y fait resplendir les armes et les trophées des Séraphins richement blasonnés d'or et de pierreries. Cependant le métal sonore fait retentir son souffle martial. A ce signal, toute l'armée pousse une longue clameur, qui, perçant les voûtes de l'Enfer, va épouvanter l'empire du Chaos et de la Nuit antique.

En un instant, on voit à travers les ténèbres des milliers de drapeaux déployer dans les airs les couleurs dont se revêt l'Orient. Une épaisse forêt de dards s'est dressée; on aperçoit des casques qui se pressent, des boucliers serrés en rangs épais d'une profondeur immense. Enfin l'armée, formant une phalange parfaite, s'ébranle en cadence au doux accord des flûtes doriennes.

Jadis de pareils chants élevaient jusqu'au plus noble dévouement l'ame des héros qui s'armaient pour la bataille. Ces accords n'inspiraient point une aveugle furie, mais une valeur délibérée, constante et que la crainte de la mort ne pouvait pousser à la fuite. L'Harmonie aux touches solennelles apprivoisait les pensées farouches; par elle, les angoisses et le doute et la crainte étaient bannis du sein des mortels, du sein même des êtres qui ne sauraient mourir. — Ainsi les guerriers de l'Enfer, animés comme d'une seule vie et d'une pensée fixe, marchaient en silence au doux son des hautbois, qui charmaient leurs pas douloureux sur le sol brûlant. Arrivés à distance, ils s'arrêtent et présentent un front d'une effroyable longueur, hérissé d'armes étincelantes : tels on nous peint les guerriers du vieil âge alignant leurs piques et leurs boucliers. Ils attendent ainsi les ordres de leur chef redoutable.

L'Archange darde son œil pénétrant le long de toutes les files guerrières : il promène son regard expérimenté à travers tous les rangs du bataillon immense. Tout est dans l'ordre convenable : chaque soldat a le visage et la stature d'un Dieu. Enfin, il résume l'ensemble de ses forces. Son cœur se gonfle d'orgueil et se glorifie dans sa puissance. Car jamais depuis la création de l'homme, il ne s'est réuni une armée qui, en face de celle-ci, n'eût semblé un de ces bataillons nains dignes rivaux des escadrons des grues : non, quand même vous joindriez à la race innombrable des géants de Phlégra tous ces héros qui combattirent sous les murs de Thèbes et d'Ilium, ayant des deux parts les Dieux pour auxiliaires; quand vous ajouteriez tous les noms qui retentissent dans la fable ou les romanesques légendes, Arthus, le fils d'Uther, entouré des chevaliers de l'Armorique et de la Bretagne, et tous ceux qui depuis, chrétiens ou infidèles, joutèrent dans les tournois d'Aspremont ou de Montalban, dans les lices de Damas, de Maroc ou de Trébizonde; et tous ces guerriers enfin que Biserte envoya du rivage d'Afrique aux bords de l'Ibérie quand Fontarabie vit tomber Charlemagne avec ses paladins.

Ces guerriers, si supérieurs à toute vaillance humaine, attendaient, dociles, les ordres du chef redouté. Et lui, se distinguant au-dessus de tous les siens par ses formes et son attitude, il était là, debout comme une tour. Son aspect n'avait point encore perdu toute sa native splendeur : Archange déchu, mais toujours Archange; gloire éclipsée, mais gloire sans égale! Tel le soleil, à travers l'horizon brumeux, se lève dépouillé de ses rayons; tel encore, éclipsé derrière le disque de la lune, il ne projette sur la moitié du globe qu'un jour sinistre et douteux, qui prophétise la chute des trônes aux monarques épouvantés : tel l'Archange obscurci brille encore au-dessus de tous les siens. Cependant le tonnerre a labouré sa face de cicatrices profondes; sur son visage abattu les soucis ont établi leur demeure : mais son front est le siège du courage indomptable et de l'orgueil déterminé à venger sa défaite. Dans son regard farouche, on aperçoit des signes de remords, de pitié, quand il s'arrête sur les complices ou plutôt les imitateurs de son crime, eux que jadis il voyait si heureux, condamnés maintenant à un supplice éternel : ces milliers d'Esprits que sa faute a dépouillés de l'héritage des cieux, que sa révolte a précipités des immortelles splendeurs, comme ils restent fidèles, même après que leur gloire est à jamais flétrie ! Ainsi, quand le feu du ciel a frappé le chêne des forêts ou le pin des montagnes, leur front aduste, leur tronc inébranlé quoique nu, s'élèvent encore sur la colline noircie.

Il va parler. Au signal bien connu, le front de l'armée double ses rangs et replie ses deux ailes de manière à l'envelopper à demi, lui et sa brillante escorte. L'attention commande le silence. Trois fois il essaie de commencer, trois fois, en dépit de son orgueil, des larmes, telles que les Anges en peuvent verser, des larmes étouffent sa voix : enfin ses paroles, entrecoupées de soupirs, se sont ouvert un passage :

« Esprits immortels, rien ne pouvait lutter contre vous, si ce n'est le Tout-Puissant : et cette lutte même n'a pas été sans gloire, quelque funeste issue de nos efforts que nous atteste cet horrible séjour et l'affreux changement que nous avons subi. Quelle intelligence divinatrice, formée par une étude profonde du présent et du passé, aurait pu redouter une défaite pour les forces liguées de tant de Dieux ? Et même après ce premier échec, qui pourrait croire encore que tant de légions formidables, dont l'exil a dépeuplé les cieux, ne se releveront point par leur propre vertu, ne ressaisiront point leur séjour natal ? Si toutes nos espérances semblent ruinées, je vous en atteste, ô milice des Cieux ! on ne peut m'accuser d'aucune hésitation dans mes desseins, d'aucune faiblesse en face du danger. Une autre cause nous a perdus : Celui qui règne en monarque dans les Cieux affectait une pleine sécurité sur ce trône où il ne semblait soutenu que par son antique renom, par l'indifférence ou l'habitude : il déployait toute sa royale splendeur, mais il cachait sa force réelle. C'est là ce qui provoqua notre attaque, hélas ! et notre chute. Désormais, nous connaissons sa puissance et la nôtre. Nous ne recommencerons point la guerre : nous ne la craindrons pas. Cachons notre plan ; confions à la fraude et à la ruse ce que la violence n'a pu accomplir. Il recevra aussi de nous cette leçon, qu'en réduisant un ennemi par la force, on ne le réduit qu'à demi. — De nouveaux mondes peuvent se produire dans l'espace : un bruit s'est accrédité parmi les Cieux que dès long-temps notre ennemi songe à créer, à placer dans une de ces demeures, une race que son amour doit favoriser à l'égal des enfans de l'Empyrée. De ce côté peut-être se dirigera notre première sortie, eût-elle pour but unique de sonder le terrain. Du reste, nous irons là, ou partout ailleurs: car ce gouffre infernal ne pourra garder en servitude de célestes Esprits ; et l'abîme ne les ensevelira pas long-temps sous ses ténèbres. Mais de pareilles pensées doivent être mûrement méditées. Nul ne songe à la paix, à la soumission. Comment procédera la guerre, ouverte ou cachée, c'est ce que décidera le conseil. Mais guerre, dans tous les cas ! j'en appelle à la guerre ! »

Il dit ; et pour appuyer ses paroles, mille glaives flamboyans étincèlent, glaives que les puissans Chérubins portaient attachés sur leur cuisse : leur éclat soudain illumine l'Enfer. Tous exhalent leur rage contre le Très-Haut : du fer qu'ils ont saisi frappant leurs boucliers sonores, ils font retentir un tocsin de guerre, et les hurlemens de défi montent jusqu'aux voûtes des Cieux.

Non loin, s'élevait une colline dont le sommet, hideux à voir, vomissait par intervalles des flammes et des bouffées de fumée ; ses flancs étaient couverts d'une lèpre écailleuse et lustrée, et ce signe infaillible trahissait les veines métalliques que le souffre élaborait dans son sein. Une troupe nombreuse s'y dirige rapide, pareille aux bandes de pionniers qui, armés de la bêche et de la pioche, s'empressent sur le front d'une armée royale pour ouvrir une tranchée ou élever un rempart. Mammon les conduit, Mammon le plus rampant de tous les Esprits déchus; car, même dans les demeures saintes, ses regards et sa pensée étaient toujours dirigés vers le sol : il admirait les richesses du parvis céleste où les pieds foulaient l'or, tandis que, s'élevant aux visions béatifiques, il aurait pu contempler face à face l'Essence même du divin et du beau. Ce fut lui qui poussa les hommes à déchirer le sein maternel de la terre, à y porter une main impie pour en arracher des trésors. — Oh! que n'ont-ils pu tous y rester cachés à jamais!

Bientôt, par l'immense blessure que les ouvriers de Mammon ont ouverte dans ses entrailles, la colline vomit, comme ses ossemens, des masses énormes d'or. Que l'on ne s'étonne point de voir tant de richesses produites par l'Enfer : un pareil sol méritait de recéler ce précieux poison! Et vous qui vous glorifiez dans des œuvres mortelles, vous qui admirez Babel et les travaux des rois de Memphis, apprenez combien les plus superbes monuments de la gloire, combien la puissance et les arts des humains sont facilement surpassés par les Esprits réprouvés; voyez comme ils effacent en une heure ce qu'ont enfanté des milliers de bras et des siècles de travail. Dans la plaine voisine, de nombreux creusets sont disposés sur des ruisseaux de feu liquide que l'on a dérivés du lac. Une seconde troupe y fond avec un art merveilleux le minerai massif : elle sépare chaque espèce de métal et enlève les scories impures de la fonte. Cependant une troisième bande de travailleurs a creusé dans le sol des moules de formes variées. Par un habile artifice, le métal bouillant dans les creusets vient remplir les cavités souterraines : ainsi, dans l'orgue de nos temples, un seul souffle est donné; et le réservoir commun inspire à plusieurs rangs de tuyaux l'haleine harmonieuse.

Et voilà qu'au bruit d'une douce symphonie et des accords des voix, un immense édifice s'élève de la terre, comme une exhalaison. C'est un temple, entouré de pilastres et de colonnes doriques, que surmonte une architrave d'or : il a ses frises, ses corniches ornées de sculptures : le toit est d'or ciselé. Non, dans ces temps antiques où l'Égypte et l'Assyrie luttaient de luxe et de richesse, ni Babylone, ni les cités du Nil, dans tout l'éclat de leur gloire, n'ont égalé une pareille magnificence, soit pour les temples de leurs Dieux Bélus ou Sérapis, soit pour les palais de leur rois.

L'édifice, qui s'élève en pyramide, s'arrête à une majestueuse hauteur : et les portes, ouvrant leurs battants de bronze, laissent voir dans l'intérieur l'espace des salles immenses et leur pavé riche et poli. Du haut des voûtes, descendent par magie de longues rangées de lampes étincelantes comme des étoiles, et des lustres tout en feu, qui, alimentés par la naphte et l'asphalte, répandent un éclat pareil à l'éclat du Firmament.

La multitude s'empresse, entre et admire. Les uns vantent l'ouvrage, les autres l'architecte. Son art s'était déjà fait connaître dans le ciel par maint édifice couronné de dômes altiers, résidences des Anges au sceptre d'or, de ces princes de l'Ether, que le monarque suprême a commis pour gouverner, dans la sainte hiérarchie, les cercles brillans des Esprits inférieurs. La Grèce antique connut et adora son nom : la terre ausonienne l'appela Mulciber. La fable raconte comment il tomba des Cieux, quand Jupiter en courroux le lança par-dessus leurs créneaux de cristal. Sa chute dura du matin au midi, du midi jusqu'à la nuit humide : tout un long jour d'été. Vers le coucher du soleil, on le vit descendre du Zénith comme une étoile qui se détache des Cieux et s'arrêter dans l'île de Lemnos, que baigne la mer Égée. — Frivoles récits de l'erreur ! — Long-temps auparavant, il était tombé avec sa troupe rebelle. En vain il avait bâti des tours et des voûtes hardies dans les cieux ; en vain il savait construire de puissantes et ingénieuses machines : rien ne l'empêcha de descendre, la tête en avant, avec les industrieux compagnons de ses travaux, pour bâtir désormais dans l'Enfer.

Cependant, par l'ordre du monarque, des héraults, portés sur leur ailes rapides, parcourent tout le camp et proclament, avec un appareil redoutable et au son des trompettes, qu'un conseil général doit se tenir sur l'heure dans le Pandémonium : tel est le nom que l'on donne à la royale résidence de Satan et de ses pairs. L'ordre appelle, pour représenter chaque légion, celui que désigne son rang ou un choix spécial. Bientôt ces députés arrivent en foule, accompagnés chacun d'une escorte qui marche par centaines, par milliers de soldats. Ils encombrent les abords de l'édifice ; ils occupent les portes et le vestibule. Surtout la salle principale (quoi qu'elle égale en étendue un de ces champs clos où les hardis paladins se présentaient en armes au pied du trône du Soudan pour défier l'élite de la chevalerie de Panim, soit au combat mortel, soit seulement à la course et à la lance), cette salle immense est remplie d'une multitude agglomérée en essaim, qui, à la fois, couvre le pavé et remplit l'espace : on entend bruire l'air froissé par les battemens d'ailes. Ainsi les abeilles, aux jours du printemps, quand le soleil se lève avec le Taureau, donnent l'essor à leur populeuse jeunesse qui se suspend en grappes à l'entour de la ruche, pour elles, volant çà et là parmi la rosée et les fleurs nouvelles : elles se posent parfois sur le seuil poli et récemment parfumé, faubourg de leur cité de chaume ; là, elles se promènent paisibles en conférant des affaires de l'état. Ainsi la troupe aérienne fourmillait de plus en plus entassée. — Mais, un signal est donné, et soudain, ô prodige ! —

Ces êtres qui tantôt semblaient surpasser en hauteur les géants fils de la terre, maintenant ils se rangent nombreux dans un étroit espace, plus petits que les plus humbles nains, pareils à la race des Pygmées qui habite au-delà des montagnes de l'Inde. Tels encore ces Lutins, peuple de féerie, quand, vers l'heure de minuit, le pasteur attardé les voit ou croit les voir célébrer leurs joyeuses veillées, à l'orée d'un bois ou sur les mousses de la fontaine; tandis qu'assise dans les Cieux, la Lune semble assister à la fête, et roule plus près de la terre son char aux pâles coursiers : tout occupés de leurs ébats et de leurs danses, les Sylphes charment par de douces mélodies l'oreille attentive de l'auditeur rustique, et son cœur tressaille à la fois de crainte et de plaisir.

Les Esprits réprouvés ont ainsi réduit aux formes les plus ténues leurs membres gigantesques; quoique toujours innombrables, ils se trouvent au large dans l'enceinte de la cour infernale. Mais, conservant leur taille imposante, toujours et partout les mêmes, les puissances Séraphiques, les fiers Chérubins, se retirent, vers la partie la plus reculée de l'édifice, dans un lieu interdit au vulgaire pour y former un conclave secret. Là, mille demi-Dieux siègent sur leurs trônes d'or : le sénat est nombreux et au complet. Le silence règne un moment : puis, on lit les formules solennelles; et le conseil commence.

PROGRAMME

Des Prix proposés en faveur de l'économie rurale, pour être décernés au mois de juillet 1835.

La Société, dans sa séance publique qui aura lieu le 29 juillet 1835, décernera les prix suivans :

I.

Houblon.

1.° Une médaille d'or de la valeur de 300 francs, à l'auteur de la meilleure instruction pratique et détaillée sur la culture du houblon dans le nord de la France et l'ouest de la Belgique.

2.° Une médaille d'argent ou des instrumens aratoires de la valeur de 150 francs, au propriétaire de la houblonnière la mieux cultivée, d'une étendue de 50 ares au moins, et qui, en 1834, aura fourni les meilleurs et les plus abondans produits.

3.° Une médaille ou des instrumens aratoires de la valeur de 100 francs, au cultivateur possédant la plus belle houblonnière après la précédente.

4.° Une médaille de la valeur de 150 francs, au propriétaire d'une houblonnière qui l'aura augmentée d'au moins 40 ares pendant le courant de l'année 1834.

5.° Une médaille de 100 francs, au propriétaire d'une houblonnière qui l'aura augmentée d'au moins 20 ares pendant le courant de l'année 1834.

6.° Dix primes de 50 francs seront données aux agriculteurs qui, ne s'étant pas encore livrés à la culture du houblon, en planteront 10 ares pendant le courant de l'année 1834.

Les houblonnières plantées exclusivement en houblon à tiges blanches seront seules admises au concours.

II.

Expériences agronomiques.

Une médaille de la valeur de 100 francs, à l'auteur des meilleures expériences comparatives sur l'action fertilisante du plâtre, de la chaux, des cendres et de la suie, appliqués comme amendemens sur les prairies artificielles de *luzerne*, de *sainfoin* et de *trèfle*.

La Société désire que le plâtre (*), la chaux, les cendres, etc., soient employés dans les expériences, sur des surfaces égales de chacune des prairies artificielles citées; qu'une même étendue de prairie soit cultivée sans engrais, pour servir de terme de comparaison; que le poids de toutes les coupes fourragères recueillies sur ces surfaces diversement amendées, soit noté avec exactitude, et que les concurrens en déduisent le mérite respectif des amendemens, sous les deux rapports principaux de l'intensité d'action et de l'économie.

III.

Instrumens aratoires.

1.° Une médaille de la valeur de 100 francs, à celui qui aura inventé ou importé dans l'arrondissement de Lille un instrument

---

(*) Le plâtre doit être semé sur les prairies artificielles lorsque les tiges ont déjà quelques pouces d'élévation; on doit choisir un temps humide. La proportion employée est de deux à quatre hectolitres par hectare.

aratoire propre aux grandes cultures, et dont l'introduction dans l'arrondissement paraîtra la plus avantageuse.

Si on ne présente pas au concours un instrument nouvellement inventé ou importé, la médaille sera accordée à celui qui aura perfectionné l'un des instrumens aratoires déjà en usage dans l'arrondissement.

2.° Une médaille de la valeur de 50 francs, à celui qui inventera ou importera un instrument propre à déplanter les perches des houblonnières.

Les concurrens seront tenus de déposer leurs machines ou instrumens dans l'une des salles des séances de la Société, avant le 1.er juillet 1835.

La Société décernera en 1835 une médaille d'or de la valeur de 300 francs, à celui qui établira dans une exploitation rurale de l'arrondissement de Lille un manège ou tout autre moteur destiné à faire fonctionner un bat-beurre, un hache-paille, un coupe-légumes, un moulin à écraser les tourteaux, une machine à vanner, une machine à élever l'eau, et, si cela est possible, une meule à broyer les graines.

Une prime de 500 francs est offerte pour l'établissement d'un système d'irrigation ou de dessèchement par un agent mécanique quelconque.

IV.

Bergers. — Garçons de charrue.

1.° Une houlette d'argent de la valeur de 50 francs, à celui des bergers de l'arrondissement de Lille qui présentera un certificat constatant

1.o Qu'il demeure depuis cinq ans au moins chez le propriétaire du troupeau;
2.o Que sa conduite est irréprochable;
3.o Qu'il n'a jamais commis de délits ruraux;

Le certificat énoncera le nombre des brebis qui composent le troupeau et celui des agneaux mis bas pendant l'année. A mérite égal, la Société donnera la préférence au berger qui aura conservé le plus d'agneaux proportionnellement au nombre des brebis confiées à ses soins.

2.° Une gerbe d'argent de la valeur de 50 francs, au maître-valet de l'arrondissement de Lille qui présentera un certificat constatant

1.° Qu'il demeure depuis cinq ans au moins chez le même fermier;

2.° Qu'il est de bonnes vie et mœurs, d'une conduite et d'une probité irréprochables;

3.° Qu'il soigne bien les chevaux et économise les fourrages;

4.° Qu'il trace bien un sillon et se fait remarquer par son habileté à exécuter les différens travaux dont il est chargé.

Les concurrens enverront, avant le 1.er mai 1835, au secrétaire de la commission d'agriculture, les certificats signés par trois des principaux cultivateurs de la commune, et visés par le maire.

Les maîtres-valets seront réunis dans le courant du mois de mai pour tracer les sillons avec les diverses charrues qui leur seront présentées. Une commission nommée par la société présidera ce concours.

V.

Taureaux. — Génisses.

1.° Un prix de la valeur de 300 francs, au cultivateur qui aura introduit ou élevé dans l'arrondissement le plus beau taureau de race hollandaise, de race flamande, ou métis de ces deux races.

2.° Des primes seront accordées aux cultivateurs qui feront saillir leurs vaches ou génisses par les taureaux qui ont obtenu les prix au concours de 1834 (*). Les primes seront de 3 francs pour chacune des trente premières vaches ou génisses habitant au-delà d'une demi-lieue de la résidence du taureau; elles seront payées par le trésorier de la Société, sur le certificat du propriétaire du taureau et le visa du secrétaire de la commission d'agriculture.

3.° Un prix de la valeur de 150 francs, au cultivateur qui aura élevé la plus belle génisse de race hollandaise pure, ou de race croisée hollandaise-flamande.

4.° Un prix de la valeur de 100 francs, au cultivateur qui aura élevé la plus belle génisse après la précédente.

Les taureaux devront être âgés d'un à deux ans, et être destinés à faire, pendant un an, le service de la monte. Les prix seront mis en dépôt jusqu'à l'accomplissement de cette dernière condition.

L'âge exigé pour les génisses est d'un à deux ans. La Société désire qu'on les destine à la reproduction, et qu'elles ne soient saillies qu'après l'âge de trois ans accomplis.

Des certificats en due forme devront constater que les élèves sont nés chez le cultivateur qui les présente au concours.

VI.

Béliers.

1.° Une médaille d'argent de la valeur de 100 francs, au propriétaire du troupeau faisant des élèves, qui introduira dans l'arrondissement le plus beau bélier à longue laine, de pure race anglaise, destiné, par le croisement, à améliorer la race ovine indigène.

(*) Le taureau de M. Auguste Leclercq, brasseur, à Hem, a eu le 1.er prix.

Les lauréats de l'année précédente ne pourront obtenir qu'une mention honorable ; ils sont mis hors de concours pour un an.

2.o Une médaille d'argent de la valeur de 75 francs, au propriétaire qui, remplissant les conditions précitées, introduira dans l'arrondissement, et pour le même usage, le plus beau bélier à laine longue, de pure race hollandaise.

3.o Des primes seront accordées aux propriétaires des troupeaux qui feront saillir leurs brebis par les béliers qui ont obtenu des prix au concours de 1832 (*). Les primes seront d'un franc pour chacune des quarante premières brebis habitant au-delà d'une demi-lieue de la résidence du bélier. Chaque propriétaire n'aura droit qu'à cinq primes.

Époque des vérifications des sujets de prix admis au concours.

1.o Pour les bêtes bovines et à laine, le jour, l'heure et le lieu qui seront indiqués par le président de la Société.

2.o Pour les houblonnières, dans la dernière quinzaine du mois d'août, à l'époque de la récolte du houblon.

3.o Pour les expériences comparatives sur les amendemens, dans la dernière quinzaine de juillet.

CONDITIONS GÉNÉRALES.

Il ne sera admis au concours que les cultivateurs domiciliés dans l'arrondissement de Lille.

Les personnes qui désirent concourir devront faire connaître leur intention avant le 1.er mai 1835, par une lettre d'avis au secrétaire de la commission d'agriculture.

(*) Le premier prix a été accordé à M. Alexis Lefebvre, de Lezennes, pour avoir présenté un très-beau bélier de race hollandaise.

Des commissaires délégués par la Société seront appelés à constater, en se transportant sur les lieux, l'état des cultures admises au concours, et désigneront les bêtes bovines et ovines qui mériteront les prix.

La Société se réserve le droit de donner, pour la valeur des primes méritées, les instrumens aratoires dont elle veut propager l'usage.

Le président de la Société,

Desmazieres.

Le secrétaire de la commission d'agriculture,

A. Hautrive, D. M. P.

SÉANCE PUBLIQUE DU 28 JUILLET 1834.

Le 28 juillet 1834, la Société royale des sciences, de l'agriculture et des arts de Lille, réunie extraordinairement à la Société d'horticulture du département du Nord, a procédé à la distribution des prix accordés par ces deux Sociétés. M. Méchin, préfet du Nord, M. le général Corbineau, commandant la 16.^{e} division militaire, M. le général de Rigny, commandant le département, M. le maire de Lille, et un grand nombre de fonctionnaires civils et militaires assistaient à cette solennité.

M. le préfet ouvre la séance en prononçant le discours suivant :

« Messieurs,

» Nous venons de jeter des fleurs sur la tombe de nos frères morts pour la défense des lois, et les fêtes, suspendues pour l'accomplissement de ce devoir pieux, reprennent leur cours. Hier, nous avons contemplé avec un légitime orgueil nos phalanges civiques et leur vaillante avant-garde, et, le même jour, à la même heure, sur tous les points de la France, nos bataillons nombreux se sont montrés sous les armes à nos amis et à nos ennemis.

» Ce développement des forces de l'armée, qui doit rester nombreuse et puissante, et de la garde nationale, cette immense création du patriotisme, et plus encore la modération après la victoire, nous ont assuré cette paix à l'ombre de laquelle fleurissent le commerce, l'industrie, l'agriculture et les arts.

» Ce n'est point au dieu des armées que s'adressent nos vœux et nos actions de graces, c'est au Dieu qui donna aux hommes un cœur sensible pour s'aimer et s'entr'aider, au Dieu qui nous dota de l'intelligence, alluma en quelques-uns de ses fils de prédilection la flamme du génie, et prodigua pour tous à la terre les dons qui la décorent et nourrissent les myriades de créatures dont il a voulu qu'elle fût le domaine.

» Mais si fécond que soit le riche patrimoine de l'homme, il n'ouvre son sein qu'au travail opiniâtre. Il n'est point de guérets fertiles s'ils ne sont arrosés par nos sueurs; les douceurs de la vie n'appartiennent qu'à ceux qui savent les conquérir, et si les lois sociales transmettent par héritage les fruits des fatigues paternelles, c'est à cette condition de consacrer sa vie à éclairer la société qui assure tant d'avantages, à l'enrichir de ses connaissances, à l'illustrer par ses vertus et à montrer l'exemple du mépris de la vie le jour où il faudra combattre et mourir pour la patrie; chacun a son poste assigné, il ne peut le déserter sans honte et sans dommage pour lui-même.

» C'est donc un usage digne d'être applaudi et conservé, que celui de décerner des couronnes aux mérites de tous les genres. Il est juste qu'un laurier immortel couvre la cendre du guerrier victime de son courage.

» Il ne l'est pas moins que l'homme industrieux à qui l'humanité doit d'utiles découvertes, un accroissement de moyens d'industrie ou de jouissances privées, reçoive un tribut d'hommages et de reconnaissance.

» Il faut que le savant sente, au milieu de ses études profondes, palpiter son cœur à la pensée de vivre dans la mémoire de ses semblables.

» Il faut que le poète inspiré s'enflamme à la pensée des couronnes qui lui sont préparées au jour de son triomphe;

» Que l'homme de lettres s'émeuve par l'espoir d'arriver à cette considération qui rendra sa vie brillante et ses vieux jours plus respectés.

» Il faut que le négociant, dans son cabinet; le commerçant, dans son comptoir; l'artisan, dans son atelier, sachent que leurs succès, en les conduisant à l'aisance et à la fortune, ne les laisseront pas sans gloire parmi leurs concitoyens, s'ils ont pu se faire distinguer dans leur profession.

» C'est ainsi qu'une émulation générale, s'emparant des esprits, tendra incessamment à augmenter le bonheur et l'éclat des sociétés humaines.

» Dans notre jeunesse, nous lisions avec attendrissement le récit de cette belle cérémonie où le chef d'un grand empire de l'Asie, descendu de son trône, ne dédaignait pas de s'appuyer sur la charrue et de tracer quelques sillons. Sans nul doute, dans ce touchant épisode de la représentation royale, il y avait un noble enseignement; mais peut-être aussi n'admirions-nous autant le diadême descendant si bas que parce que nous n'avions pas encore élevé à sa hauteur le premier de tous les arts.

» Les exemples généreux ne nous manquent pas au temps où nous vivons, et nous pouvons presque tenir pour vertus vulgaires, dans les rois, ce qu'autrefois nous regardions en eux comme un effet sublime.

» Il y a peu de semaines, peu de jours encore, que nous avons vu le chef auguste de l'Etat, le roi des Français et sa belle famille, mêlés parmi les représentans de l'industrie française, rassemblés au milieu des merveilles dont ils sont les créateurs. Nous avons aimé à contempler ces illustres personnages, écartant l'appareil du rang suprême, venir étudier dans leurs élémens ou leurs parties diverses, ces brillantes créations, dont l'ensemble rend leurs palais si resplendissans; nous avons été plus vivement émus encore, quand la main à qui il appartient de répandre les récompenses nationales est venue peser les titres de chacun, préluder à la décision du jury et puiser d'avance les moyens de juger les juges du concours.

» Ces entretiens que notre roi, si digne de l'être, s'est complu à prolonger des jours entiers avec nos fabricans les plus distingués, comme avec l'artisan ingénieux, retentiront long-temps dans nos ateliers, et déjà les médailles du concours de l'exposition sont des titres d'honneur dans les familles.

» L'inventeur de la charrue, de la faucille, de la vis, du levier, de la boussole, de l'imprimerie, des plantes qui ont étendu les ressources de l'alimentation, de ces mécaniques qui multiplient les forces productives, de ces machines merveilleuses qui font concourir les deux élémens les plus opposés, le feu et l'eau, au service, au progrès, à la gloire de l'industrie, ces génies privilégiés dont les veilles nous ont assuré une vie plus douce et du soulagement dans nos souffrances, ces bienfaiteurs des nations, dont les anciens faisaient des demi-dieux, peuvent appendre leurs trophées à côté de ceux de la victoire, et nous aimons à voir le manufacturier habile et le guerrier courageux, tous deux ornés des mêmes marques d'honneur, confondre leurs félicitations et leurs embrassemens fraternels.

» De hautes distinctions ont descendu du trône sur des citoyens recommandables et dont jadis la profession, si relevée aujourd'hui à nos yeux, était, par le plus inconcevable et le plus injuste dédain, considérée comme une éternelle exclusion de toute noblesse à venir, comme une dérogation avilissante à la noblesse acquise.

» Peu de jours avant notre grande révolution de 1789, une ordonnance royale rendait encore tous les roturiers indignes des grades militaires, même après que des Fabert et des Chevert eussent forcé l'orgueil des rangs à fléchir devant leur mérite.

» Ce n'est plus un cordon noir qui récompense le savant et le grand artiste, à côté du guerrier que décorait le ruban *couleur de feu*. La patrie couvre de la même faveur et des mêmes distinctions quiconque sait la servir et se dévouer pour elle. Dans cette belle moisson de gloire, recueillie presque dans l'enceinte du palais des rois, le département du Nord a obtenu une noble part.

» L'un de vos fabricans a reçu au pied du trône, avec la médaille d'or, la croix de la Légion-d'Honneur; c'est M. Scrive à qui nous devons les admirables mécaniques qui semblent avoir donné des doigts et de l'intelligence à l'acier.

» M. Vantroyen-Cuvelier a également obtenu une médaille d'or, pour avoir introduit des perfectionnemens remarquables dans la filature du coton.

Après eux viennent :

MM. Casse, à Roubaix, médaille d'argent.
Blot, à Douai, idem.
Tesse-Petit, à Lille, idem.
Théodore Lefebvre et C.e, aux Moulins, idem.
Brame-Chevalier, à Lille, idem.
Malmazet aîné, à Lille, idem.
Prus-Grimonprez, à Roubaix, médaille de bronze.
Wacrenier-Delevinquier, à Roubaix, idem.
Pierre Wacrenier, à Roubaix, idem.
Debuchy (François), à Lille, idem.
Perrier-Favier, à Lille, idem.
Widdonzon-Bussel et Bailey, à Douai, idem.
Cortyl Van Merris, à Bailleul, idem
Grar-Woog, à Valenciennes, idem.
Descat-Crouset, à Roubaix, idem.
Debuchy (Désiré), à Tourcoing, diplôme portant rappel de médaille de bronze.
Delacre-Snaude, à Dunkerque, idem.

» Plusieurs des honorables citoyens dont je viens de citer les noms n'ayant pu recevoir des mains du roi les récompenses qu'ils ont obtenues, la mission m'a été donnée de les leur remettre.

» J'aurais désiré la présence de tous à cette solennité, mais quelques-uns sont retenus par des affaires qu'ils ne peuvent abandonner. Il serait naturel d'ailleurs qu'ils attachassent de l'intérêt à recevoir, sous les yeux des citoyens au milieu desquels ils vivent, les prix qui leur ont été décernés.

» Revenons, Messieurs, à nos champs bien-aimés... Parlons de nouveau quelques instans de cette terre féconde qui nous nourrit, de ces hommes laborieux et si habiles dans la culture qui fait de nos champs une terre classique.

> Heureux les laboureurs, s'ils connaissaient leur bonheur,

disait un grand poète de l'antiquité.

» En effet, si nous voulons nous détacher quelques instans par la pensée des plaisirs bruyans des villes, des fausses jouissances dont ils ne nous énivrent que pour nous faire sentir plus cruellement le poids des ennuis et des vices qui marchent à la suite des folles dissipations, combien nous envierons la vie calme et pleine de l'homme des champs ; dans un air presque toujours pur, sa santé s'affermit et devient robuste ; il grandit dans le travail et par le travail, qui ne laisse que de bonnes pensées ; cet ordre admirable des saisons qui ramène toujours les bienfaits de la nature élève son ame vers son auteur ; il l'aime comme la source de tous les biens et il s'attache à la terre qu'il cultive comme à la mère qui le nourrit. Bientôt père de famille, il voit s'élever autour de lui les premiers, les plus chers compagnons de son labeur, et, plein d'années et de bonnes œuvres, tranquille, il meurt au milieu des siens dont il a assuré la destinée et amélioré la condition.

» Messieurs, je n'aime pas à m'égarer dans le champ des illusions. Je pourrais transporter, malheureusement sans m'écarter de la vérité, dans les champs, une partie des malheurs, des vices et des crimes dont nous accusons la corruption des villes.

» Hélas ! sans doute, là où la candeur, les sentimens naturels, le travail, la vertu semblent s'être réfugiés, souvent d'affreux désordres viennent contrister l'ame et jeter les gens de bien dans le découragement. Mais ces désordres, rares dans les champs, sont fréquens dans les villes. Pour que l'homme des champs soit heureux, pour qu'il apprécie les biens qui l'enrichissent, comme le dit si bien l'auteur dont la plume énergique brava les Domitiens, il faut qu'il porte

Dans un corps toujours sain, une ame toujours saine.

» Et cette double condition ne se trouve-t-elle pas remplie plus souvent au milieu des travaux de la campagne qu'au milieu du luxe de nos cités?

» Lorsque les chagrins nous accablent, lorsque des pertes récentes nous ont brisé le cœur, quand nous nous sentons meurtris par l'injustice, quand nous succombons sous le poids des affaires, quand nous pouvons nous soustraire un moment à leur obsession, nous courons aux champs et nous ne leur demandons pas en vain des consolations pour nos maux, du délassement pour nos fatigues. Je vous répéterai donc ce que je vous disais les années précédentes, ce que je répétais encore tout-à-l'heure: aimons les champs, honorons le travail qui les féconde.

» Et d'ailleurs, Messieurs, ces champs enfantent aussi des héros. C'est à eux que nous devons, en plus grand nombre, ces grands capitaines qui ont montré au monde que la bravoure et l'art de vaincre n'étaient pas l'apanage exclusif des illustrations historiques. Les lauriers croissent auprès des épis, et les uns et les autres croissent pour tout le monde. L'agriculture, près de ses tableaux imposans et graves, offre des scènes riantes et variées.

» La nature s'est complu avec un égal amour à la production de ces grands et superbes végétaux qui nous donnent un doux ombrage et des fruits exquis, et de ces légumes si savoureux, et de ces fleurs dont sa main prodigue a semé sa surface, que nous aimons à avoir sans cesse sous les yeux, à reproduire dans nos tableaux, dans nos habits, dans nos ameublemens. Il n'est pas une grace que la fleur ne rehausse, pas une beauté que la fleur ne rende plus touchante, pas de fêtes que les fleurs ne soient appelées à embellir; à la vue d'une fleur, l'esprit trouble se calme, un je ne sais quoi de suave pénètre dans notre ame, et c'est des noms de fleurs que l'allégorie aime à parer cette autre partie du genre humain à qui nous devons nos mères, nos épouses, nos filles et nos sœurs. Pourquoi traiterait-on d'occupations frivoles les soins donnés à la culture des fleurs, tandis que nous nous unissons pour élever des temples à la peinture, à la sculpture, à l'harmonie et aux muses scéniques?...

» Les fleurs aussi portent leur enseignement avec elles. Elles nous disent que Dieu a voulu que notre vie fût semée de quelques joies, que nos jours ne s'écoulassent pas sans éclat. La tige des fleurs est faible, leurs couleurs sont fugitives, leurs formes élégantes, mais passagères comme le sont les plaisirs quand une main imprudente les gaspille, quand une main brutale les flétrit, et que le souffle impur du vice les corrompt; ainsi le vent froid du nord ou le souffle brûlant de l'orage renverse la fleur sur sa tige et la fait mourir.

» Le goût des fleurs et les passions inoffensives qu'elles font naître, le prix qu'on met à la production de la plus belle, à des découvertes dans le domaine des parterres et des vergers, indiquent un peuple judicieux, ami de la vie domestique et qui n'a pas su se créer le besoin funeste d'émotions saccadées ou poignantes. La culture des fleurs ne donne que d'agréables pensées et des jours sereins.

» Eh! qui de nous a pu se défendre d'admiration et d'un certain attendrissement, en voyant cette magnifique tapisserie de fleurs que déroule l'exposition que vous avez livrée aux regards du public. L'œil peut-il être plus récréé? Et, vous le voyez, il n'est pas de classe de la société qui ne se précipite dans l'enceinte pour contempler ces aimables jeux de la nature.

» Le navigateur qui a apporté de l'Orient ses fleurs brillantes et sa pêche veloutée, celui qui a découvert, cachée dans nos prairies, la fleur long-temps négligée qui, aujourd'hui, fait l'ornement de nos jardins les plus beaux, a bien mérité des hommes, comme celui qui nous apporta la cerise et le tubercule dont Parmentier nous a révélé l'inappréciable bienfait.

» Ces conquêtes, faites au loin et jetées sur le sol de la patrie, ne meurent plus, et les plus faibles plantes, jusqu'alors ignorées, ont fait sur le globe de plus grandes révolutions que n'en ont opéré tout ensemble les plus grands conquérans et les plus grands législateurs. Le roseau qui contient au plus haut degré la matière sucrée, le faible végétal qui donne l'indigo, le lin que nous avons dérobé aux climats les plus septentrionaux, le coton si long-temps relégué en Amérique et dans l'Asie, ces fleurs enfin qui inspirent toutes nos industries, et qui, sous la main de l'ouvrier habile, font refluer dans les voies commerciales des valeurs de plusieurs centaines de millions, n'ont-ils pas changé les rapports commerciaux et rapproché des peuples qui semblaient destinés à ne jamais se connaître?

» Enfin, cette herbe fine et odorante qui a rendu l'Europe tributaire de la Chine ne nous a-t-elle pas entraînés par delà la grande muraille et le Thibet, et jusqu'aux extrémités du monde, pour sa recherche et sa récolte? Tout est prodigieux dans la nature, et quand les hommes amoncellent les causes pour obtenir quelque effet, Dieu, dans la plus imperceptible de ses créations, place quelquefois le germe des révolutions qui changent le monde

» Il n'est donc pas de connaissances ni d'études qui n'appellent l'attention des hommes sages et amis du bien public. Je rends grace à tout ce que le sujet du concours d'horticulture a d'aimable, et, puisque je suis appelé à présider à la distribution des récompenses qu'elle va décerner, je lui devrai quelques adoucissemens aux chagrins et aux amertumes dont mes fonctions ne sont pas affranchies, et ce n'est pas un petit privilège que d'avoir à déposer, au milieu de l'auditoire que j'ai devant moi, des couronnes de fleurs sur le front de ceux qui les cultivent et qui savent en parer celles qui les embellissent encore.

» Pardon si je viens de me permettre de terminer mon allocution par une pensée de madrigal que repousse le sérieux de ma mission; je me replie sur les considérations que j'ai exposées plus haut, dans un sujet qui ne paraît que d'une faible importance à ceux qui n'ont pas compris le prodigieux enchaînement des choses naturelles et leur influence sur le sort de l'humanité. »

M. Desmazieres, Président de la Société royale des sciences, prend la parole et s'exprime en ces termes :

« Messieurs et honorables collègues,

» Chaque année, aux jours à jamais mémorables de juillet, nous venons, réunis extraordinairement à la Société d'Horticulture, et au milieu des fêtes célébrées dans cette ville, décerner aux agriculteurs les palmes que nous avons accordées, et rendre compte des efforts que nous ne cessons de faire pour répondre au but de notre institution.

» Inspirer et propager le goût des sciences, des arts et des lettres; aider à la diffusion des lumières, telle est la mission que nous nous sommes constamment proposée, convaincus que toutes les branches des connaissances contribuent puissamment au bien-être des hommes.

» L'Agriculture, parmi les arts, est toujours dans le sein de la Société royale l'objet d'un culte particulier, parce qu'elle est la base de la prospérité du pays; et quoique par la fécondité de son sol et ses bonnes méthodes d'assolement, le département du Nord soit peut-être le plus favorisé de tous, vous avez reconnu qu'il pouvait encore s'enrichir, et que l'art de cultiver nos terres ne devait pas rester stationnaire, au milieu du mouvement progressif de toutes les industries, de toutes les sciences. Profondément pénétrés de cette vérité, souvent, Messieurs, vous trouvez les moyens d'être utiles, en signalant des végétaux exotiques et précieux, en faisant connaître les perfectionnemens obtenus dans les instrumens aratoires, en combattant les habitudes routinières, en indiquant enfin de nouveaux procédés à l'homme des champs, qui, par un travail opiniâtre, par des soins constans, obtient alors de nouveaux succès et de nouvelles couronnes.

» Il serait superflu d'énumérer ici ce qu'a fait cette année votre Commission d'agriculture pour le premier et le plus noble des arts. Qu'il me soit permis seulement de fixer un moment votre attention sur l'Histoire naturelle, qui vous occupe avec non moins de persévérance, et qui prête à l'Agriculture un si puissant appui, en éclairant sa marche quelquefois incertaine.

» Quelle science plus intéressante et plus digne de nos méditations que celle qui embrasse tous les corps de notre globe, qui nous conduit de merveille en merveille, et nous dévoile une partie des secrets de la création, en détruisant une foule de préjugés, une foule d'erreurs qui se sont long-temps opposés au développement de notre raison! Cette science est immense et il n'en est pas de plus féconde en résultats utiles. Depuis le grain de sable jusqu'aux rochers les plus élevés; depuis l'humble mousse, ou la moisissure fugace, jusqu'aux grands végétaux de nos forêts; depuis la monade, véritable atome vivant, jusqu'à l'homme enfin, tous les êtres ont des caractères propres que les naturalistes doivent étudier; mais comme il ne nous est accordé que quelques instans pour rester sur cette terre, il s'en faut bien, Messieurs, que chacun de ces confidens de la nature puisse s'occuper des trois grandes modifications que nous distinguons dans les corps : je veux dire l'état brut inanimé, l'état organisé végétant, l'état organisé vivant et sentant; et, semblable à la diligente abeille qui n'apporte à la ruche que sa part du butin, il ne peut approfondir et faire connaître aux autres qu'une petite partie de la vaste science : il est l'ouvrier intelligent qui vient poser quelques pierres du grand édifice. Ce serait donc une tâche bien au-dessus de mes faibles moyens, que d'oser vous entretenir plus spécialement sur les trois règnes reconnus dans les êtres ; et me bornant aussi à l'étude de quelques branches de l'Histoire naturelle, je vais parler un instant, parce que mes goûts particuliers m'y ramènent, d'un groupe de productions, presque invisibles par leur exiguité, mais dont l'existence n'est que trop bien démontrée par les ravages qu'elles occasionnent dans les moissons. Je veux vous désigner tous ces petits êtres pulvérulens que beaucoup d'agriculteurs considèrent encore comme le résultat de diverses maladies des plantes céréales, maladies qu'ils ont nommées Rouille, Charbon ou Nielle et Carie.

» Une question du plus haut intérêt en agriculture, et qui occupe depuis long-temps les savans les plus éclairés, est celle de savoir quelle est la nature et la véritable cause de ces productions, de couleur orangée ou brune, qui, dès le printemps, couvrent les tiges et les feuilles du blé, de l'orge et de l'avoine, en apportant une perturbation sensible dans leur végétation ; ou qui, un peu plus tard, attaquent toutes les parties de la fructification de ces plantes, et convertissent en une matière noire, pulvérulente et infecte, le grain précieux destiné à nous servir d'aliment.

» Plusieurs Naturalistes ont pensé, et beaucoup d'agriculteurs croient encore aujourd'hui, que la cause de la rouille et du charbon doit être attribuée aux brouillards, par la suppression totale de la transpiration du végétal enveloppé dans une atmosphère humide, ou en supposant que ses parties âcres agissent fortement sur les feuilles et les tiges, qu'elles en brisent les tissus et occasionnent l'extravasion d'un suc qui se transforme en poussière en se desséchant. D'autres observateurs ont supposé que ces altérations sont produites par l'abondance d'une nourriture forte. Rozier croyait que les fumiers contribuaient à la rouille et que la rosée en était la principale cause. La carie fut attribuée au passage du chaud au froid, du sec à l'humide, ou bien encore à d'autres influences atmosphériques ou locales. Enfin, deux chimistes célèbres, qui firent l'analyse de cette substance, ont pensé qu'elle était une dégénérescence du gluten de la farine.

» Adanson se fit une idée plus exacte de la poussière noire qui se trouve dans l'épi du blé : en comparant cette poussière à celle de plusieurs cryptogames, il soupçonna qu'elle était due à une végétation analogue aux plantes de cette famille. Tessier, cet habile agronome, s'est aussi convaincu que la prétendue maladie du froment ne pouvait venir ni du sol, ni des engrais, ni de l'humidité de l'air; et Bernard de Jussieu, en cherchant quelle en était la cause première, a pensé que les grains cariés renfermaient un Lycoperdon. Enfin, Bulliard, à qui la science doit un grand nombre d'observations importantes, croyait aussi que le charbon n'était point une maladie : il n'y voyait qu'un amas de petites graines d'une cryptogame du genre Réticulaire, genre dont la plupart des espèces s'attachent aux végétaux vivans, et les font mourir en peu de temps.

» Jusque-là on ne s'était encore livré qu'à des recherches assez incomplètes; il fallait des observations plus convaincantes : des naturalistes modernes les ont entreprises, l'œil armé de cet admirable instrument qui fait découvrir la structure intime des êtres qui échappent à nos sens. D'après leurs savantes investigations, ils n'ont pas hésité à ranger le charbon et la rouille parmi les champignons parasites qui naissent en groupes nombreux dans les espaces intercellulaires des feuilles et des tiges; en repoussant les tissus voisins, ils se forment une cavité propre sous l'épiderme qu'ils soulèvent et déchirent pour parvenir à l'air libre. La carie ne leur a paru avoir aussi d'autre cause que le développement de petites plantes analogues, à la place même que devait occuper le grain.

» Telle est, Messieurs, l'explication donnée, et la plus généralement admise, sur la nature de ces productions qui, si souvent, font éprouver de grandes pertes aux laboureurs. Toutefois, deux savans, connus par l'exactitude de leurs observations, ont émis depuis lors deux opinions différentes, et qu'il serait peut-être assez difficile de combattre dans l'état actuel de nos connaissances. Suivant M. Turpin, la rouille et le charbon seraient formés par une grande réunion de vésicules élémentaires, (qu'il nomme globuline), altérées et extravasées, en prenant un développement monstrueux sous l'épiderme des céréales. Mais suivant M. Gaillon, l'un de nos membres correspondans qui s'occupent le plus de recherches microscopiques, l'effusion de la globuline du végétal serait produite par la piqûre d'une très-petite larve qu'il observe depuis plus de trois ans, qu'il soupçonne appartenir à un diptère, mais qu'il n'a pas encore eu la satisfaction de voir dans l'état d'insecte parfait.

» Si l'on veut admettre, Messieurs, que la piqûre d'une larve soit l'origine de la rouille, il sera possible d'espérer l'explication d'un fait important pour l'agriculture, et qui, jusqu'à ce jour, a trouvé beaucoup d'incrédules, parce que nous ne pouvions en démontrer la cause. Je veux parler de la fâcheuse influence qu'exerce l'Epine-vinette placée dans le voisinage des moissons. L'opinion émise par M. Yvart et par moi-même, il y a déjà plusieurs années, n'était pas née de l'amour du merveilleux : elle se trouvait appuyée sur des observations exactes et réitérées, et bientôt elle sera de nouveau corroborée, si l'on découvre sur le vinettier, ce qui n'est pas invraisemblable, l'insecte signalé par M. Gaillon. Cet insecte se répandrait sur les champs de blé voisins, il y semerait une génération nombreuse qui attaquerait le parenchyme des feuilles et des tiges des graminées pour y trouver sa nourriture.

» Notre honorable collègue possède aussi sur la carie des observations suivies, d'après lesquelles la poussière noire qui la constitue serait composée de globules sphériques, sorte d'enveloppe-matrice transparente, qui lui a laissé apercevoir intérieurement des granules infiniment petits. Il a vu ces granules sortir de leur ovule sphérique, voguer sur le champ du microscope, se contracter, se dilater, et de ronds qu'ils étaient à la sortie du globule, prendre une forme alongée et parallélogrammique. L'animalité de ces granules, suivant M. Gaillon, étant bien constatée, il considère la carie comme formée par de grandes associations d'animalcules infusoires qu'il range dans les Némazoaires, nouvelle classe d'êtres dont j'ai reconnu aussi l'existence dans plusieurs productions que l'on avait, avant moi, placées dans le règne végétal.

» Je ne m'étendrai pas davantage sur les différentes opinions émises au sujet de la nature et des causes de la rouille, du charbon et de la carie; seulement j'examinerai, dans un instant, comment il est possible d'expliquer l'introduction de petits champignons ou d'animalcules dans le tissu des plantes; mais quoique cette explication n'ait pas été l'objet de moins de discussions et de controverses; quoique l'origine de ces petits êtres, et leur manière de pénétrer sous l'épiderme des végétaux soient des choses dignes de piquer la curiosité du physiologiste, et même de l'homme instruit qui cultive les champs, je n'en dirai qu'un mot, après avoir reconnu l'existence de deux faits qui intéressent plus directement l'agriculture.

» C'est une observation qui malheureusement n'est que trop exacte, que si l'on sème une terre avec un blé dans lequel on a remarqué la rouille ou la carie, cette terre produira une moisson attaquée par le même fléau; et que si dans un champ le froment est infecté, cette plante ou d'autres céréales le seront encore les années suivantes. Quelle que soit l'opinion que l'on adopte, que l'on veuille voir dans la carie et la rouille des associations de nombreux animalcules, ou une multitude de petits champignons réunis, on peut facilement se rendre compte de ces faits en admettant, pour la première observation, que ces animalcules, ou les sporules de ces champignons, existent sur les grains employés à la semaille, et en reconnaissant, pour la seconde, qu'ils tombent sur la terre, s'y répandent, s'attachent à la plante du blé pendant qu'elle est encore très-jeune, ou s'y introduisent au moyen des racines, entraînés par la sève qu'elles aspirent. Dans l'un ou l'autre cas, trouvant dans certaines parties du froment une localité favorable à leur existence, ils y produisent une nouvelle génération qui devient pour cette plante ce que les vers intestinaux sont pour l'animal. Sa végétation éprouve un trouble, un dérangement sensible; les individus restent faibles ou languissans, et leurs produits les plus précieux sont presque nuls ou tout-à-fait perdus.

» C'est ici, Messieurs, que l'explication du naturaliste vient éclairer l'agriculteur sur le mode de ses assolemens, sur le choix de ses grains et sur les préparations qu'il doit leur faire subir avant de les confier à la terre. Si une moisson est infectée, il devra mettre sur le champ qui l'a produite des plantes d'une autre famille. Les germes de la rouille, du charbon ou de la carie répandus sur le sol, pourront peut-être encore s'implanter sur les tiges naissantes du nouveau végétal, ou circuler dans ses vaisseaux, mais n'y trouvant plus les conditions nécessaires à leur développement, ils y périront, et le champ sera dépouillé de ces êtres parasites.

» Dans le choix de ses semences, le laboureur devra rejeter toutes celles qui pourraient provenir de la récolte de plantes attaquées; il leur fera subir une dépuration quelconque, soit par des lavages à l'eau simple, soit par le triage à la main. La dépuration au moyen de moulins ou de cribles sera préférable, en ce qu'elle économisera beaucoup de temps, mais elle devra toujours précéder les immersions dont nous allons parler.

» On a remarqué depuis long-temps que beaucoup de substances, unies à l'eau, lui donnaient la propriété de détruire les germes des productions délétères qui nous occupent, et de cette importante observation sont venus les divers procédés d'immersions employés pour les semences. Ces procédés sont connus sous le nom de chaulage, lorsque la chaux en est la base, et sous le nom de sulfatation cuivreuse, lorsque le blé, l'orge ou l'avoine est plongée dans une eau où l'on a fait dissoudre une quantité extrêmement petite de sulfate de cuivre.

» Ces méthodes préservatrices sont encore aujourd'hui celles qui sont suivies dans les campagnes par les agriculteurs soigneux et instruits ; mais l'expérience ayant démontré qu'elles n'étaient pas constamment infaillibles, deux naturalistes philanthropes, M. Gaillon, que j'ai déjà eu occasion de citer, et M. Dupont d'Outreau, se sont livrés à de nouvelles recherches qui leur ont fait reconnaître que le chlorure de chaux, employé dans la proportion d'une once par litre d'eau, réunissait au plus haut degré toutes les qualités d'un préservatif applicable aux grandes semailles. Les produits obtenus par ces messieurs ont paru si remarquables à plusieurs membres de votre commission d'agriculture, qu'ils se proposent de répéter cet automne l'expérience dont je viens de vous entretenir, afin de s'assurer aussi de l'efficacité de cette substance et pouvoir la signaler, avec la certitude du succès, aux fermiers de notre département. En attendant cette expérience, j'ai pensé, Messieurs, que je pouvais recommander ici l'essai du chlorure de chaux à toutes les personnes qui s'occupent de la culture des plantes céréales, parce que plus une expérience de ce genre est multipliée et entreprise sur des terres, différentes par leur nature ou leur exposition, plus on peut acquérir de notions certaines sur ses résultats.

» Si, dans le court aperçu que je viens de donner, je n'ai pu, Messieurs, parvenir à fixer définitivement votre opinion sur la nature de la rouille, du charbon et de la carie, il est au moins consolant de pouvoir reconnaître que l'Histoire naturelle, voulant porter le flambeau de ses observations dans les épaisses ténèbres où se trouvait plongée cette partie du domaine de l'agriculture, a su pourtant indiquer à l'homme des champs ce qu'il devait faire pour écarter de ses moissons le fléau destructeur.

» Il faut que je m'arrête ici, quoique je pourrais vous entretenir long-temps encore sur ce sujet, bien attrayant pour moi, puisqu'il se rattache aux études qui partagent tous les momens de mon existence; mais l'abondance de choses dont nous avons à nous occuper ne m'a permis de vous exposer que très-rapidement les principaux faits, les principales observations recueillis sur les maladies des plantes céréales. Si j'ai éprouvé quelque difficulté pour ne présenter qu'un aperçu concis, quelles formes abréviatives pourrai-je trouver pour déplorer avec vous les pertes que nous avons faites cette année? La mort nous a enlevé successivement plusieurs membres recommandables, dont les noms sont restés chers aux sciences, aux arts et à nos souvenirs. Jean-Baptiste Wicar, notre illustre compatriote, n'est plus, et sa perte, Messieurs, est une de celles que vous avez le plus vivement senties.

» Ce célèbre peintre d'histoire était né dans nos murs, mais il s'en éloigna, il y a un grand nombre d'années, pour habiter l'Italie. Il résida quelque temps à Naples, à Florence; enfin il se fixa dans la capitale du monde chrétien, où il fit briller le talent dont il avait puisé les germes dans nos écoles académiques. Il fut nommé conseiller et censeur de l'insigne Académie romaine de Saint-Luc, membre des principales Académies d'Italie, ainsi que de celle des Arcades de Rome. Le 27 novembre 1809, vous décernâtes aussi à ce grand artiste le titre de Membre correspondant de la Société des Sciences de Lille, et, en mars 1833, vous lui adressâtes un nouveau diplôme et la collection complète de vos Mémoires. Le chevalier Wicar reçut cette marque de distinction avec l'enthousiasme le plus patriotique, et, après avoir consacré ses veilles à l'honneur de la cité qui l'a vu naître, il voulut, dans ses derniers momens, lui donner encore, ainsi qu'à vous, Messieurs, un témoignage durable de son attachement, en faisant les donations suivantes :

» A la ville de Lille, son grand tableau représentant la *Résurrection du fils de la veuve de Naïm.*

» A la Société royale des Sciences, de l'Agriculture et des Arts, plusieurs dessins de Raphaël d'Urbin, de Michel-Ange Bonarotti et de quelques autres peintres célèbres. Un autre dessin encadré représentant *Virgile lisant l'*Énéide *devant Auguste*, et une esquisse à l'huile. Ces deux derniers ouvrages sont de Wicar.

» Quelques objets antiques en bronze et en marbre, et une décoration du royaume des Deux-Siciles, dont le défunt avait été honoré lorsqu'il était Directeur de l'Académie royale de Naples.

» Une lettre originale de François I.er, roi de France, écrite à Michel-Ange.

» Une autre lettre originale, écrite au chevalier Wicar par le général Bonaparte.

» A la bibliothèque de Lille, onze volumes du *Musée Napoléon.*

» A l'Académie de dessin de Lille, son portrait, en habit à l'espagnole.

» Un dessin et huit cartons du tableau donné à la ville.

» Le carton du tableau représentant *Notre-Seigneur Jésus-Christ qui reçoit le baptême de la main de Saint-Jean-Baptiste*, et six *Académies*, copiées d'après nature, par Wicar.

» Notre concitoyen, dans son testament, a ordonné ensuite qu'avec ses autres biens meubles et immeubles il fût formé une œuvre pie, et que les rentes des capitaux appartenant à cette œuvre fussent employées à doter d'une pension de 25 écus par mois autant de jeunes gens dédiés à l'étude de la peinture, de la sculpture et de l'architecture que le permettrait le montant de ces rentes. Le défunt a voulu que les premiers à jouir de cette pension fussent deux Italiens, ses élèves et ses amis, et que si le montant des revenus permettait de doter plus de deux personnes, ce qui est très-probable, le conseil municipal de la ville de Lille eût le droit de nommer les jeunes gens à la jouissance de cette pension.

» Comblé d'années, comme de mérites, Wicar termina, le 27 février dernier, une vie consacrée à d'utiles travaux, une vie qu'aucune tache n'a ternie et qui ne fut remplie que par de bonnes actions et des bienfaits.

» Mais il est bien temps, Messieurs, de nous occuper de la solennité qui nous rassemble ; si j'ai pu l'oublier un instant, j'ose en faveur du motif réclamer votre indulgence. Avant de terminer, qu'il me soit encore permis de proclamer de nouveau que le zèle qui vous anime vous fait remplir les obligations que vous avez contractées. Par la lecture du recueil de vos travaux depuis votre dernière séance publique, par les récompenses qui vont être données, vous prouverez, je l'espère, que la Société royale marche constamment vers le but qu'elle s'est proposé. Puisse le suffrage des respectables magistrats qui lui accordent leur bienveillante protection et celui de l'honorable assemblée qui l'encourage par sa présence, la convaincre que ses efforts sont accueillis ! »

Après M. Desmazieres, M. Borelli, vice-président de la Société d'Horticulture, prononce un discours au nom de cette Société.

Enfin, M. le docteur Hautrive, secrétaire de la commission d'agriculture, proclame, au bruit des fanfares et des applaudissemens, les noms des cultivateurs de l'arrondissement de Lille qui ont mérité les récompenses promises.

HOUBLONNIÈRES.

La Société des Sciences mentionne honorablement MM. Descamps, de Croix, et Desurmont, de Tourcoing, qui ont obtenu la grande médaille aux concours précédens.

Premier prix. — Une médaille de 150 francs à M. Charlet, d'Houplines.

Deuxième prix. — Une médaille de 75 francs à M. Picavez, brasseur, à Linselles.

Troisième prix. — Une médaille de 60 francs à M. Waresquelle, brasseur, à Lille, pour l'établissement d'une houblonnière de la contenance de 56 ares, plantée en 1834.

Quatrième prix. — Une médaille de 50 francs à M. Leclercq, brasseur, à Hem, pour la plantation, en 1834, de 37 ares de houblon à tiges blanches.

INSTRUMENS ARATOIRES.

Premier prix. — Une médaille de 50 francs à M. Prouvost, de Wazemmes, qui a présenté à la Société un déplantoir pour les perches de houblon.

TAUREAUX, GÉNISSES.

1.° M. Auguste Leclercq, brasseur, à Hem, propriétaire du plus beau taureau présenté au concours, a mérité la prime de 100 francs.

2.° La plus belle génisse, de race hollandaise pure, ayant été présentée par M. Auguste Leclercq, déjà cité, une médaille de la valeur de 50 francs lui est accordée.

3.° Le second prix, de la valeur de 25 francs, est accordé à M. Louis Lepers fils, cultivateur, à Wazemmes, qui a élevé la plus belle génisse après la précédente.

4.° Une médaille de la valeur de 25 francs est décernée à M. Julien Lefebvre, propriétaire-cultivateur, à Hem, pour avoir présenté au concours une génisse qui rivalisait avec celle de M. Louis Lepers.

BÉLIERS HOLLANDAIS.

1.º Le plus beau bélier à longue laine de race hollandaise pure, destiné à améliorer l'espèce ovine indigène, ayant été présenté par M. Alexis Lefebvre, de Lezennes, une médaille de 50 francs lui est accordée.

La Société voulant récompenser le zèle, l'intelligence et la bonne conduite des bergers et des maîtres-valets de l'arrondissement de Lille, a fondé différens prix pour être décernés dans la séance publique de ce jour.

BERGERS.

Le sieur Antoine Guilbert, berger, conduisant depuis trente-sept ans le troupeau de M. Coget, propriétaire, à Thumeries, a mérité la récompense dûe à ses bons et loyaux services : une houlette d'argent lui est accordée.

MAÎTRES-VALETS.

1.° Les épis d'argent proposés en prix au maître-valet de l'arrondissement de Lille, le plus habile à tracer un sillon et à exécuter les travaux agricoles, ont été mérités par le sieur Jean-Baptiste Bouche, maître-valet, demeurant depuis quarant-huit ans chez M. Bulteau, cultivateur et maître de poste, à Pont-à-Marcq.

2.º Une médaille d'encouragement est décernée au sieur Fabien Coutelier, depuis trente-huit maître-valet chez M. Constant, cultivateur, à Péronne.

OUVRAGES ENVOYÉS A LA SOCIÉTÉ

PENDANT L'ANNÉE 1834 ET LE PREMIER SEMESTRE DE 1835.

1.º OUVRAGES IMPRIMÉS,

COMPOSÉS PAR LES MEMBRES DE LA SOCIÉTÉ.

BOUILLET. Description historique et scientifique de la Haute-Auvergne.

CLÉMENT (née Hemery). Histoire des fêtes civiles du département du Nord.

DESAYVE. Souvenirs de Pologne et scènes militaires de la campagne de 1812; 1 vol. in-8.º Paris.

DUBRUNFAUT. L'agriculteur-manufacturier; tome 4, N.º 2. Novembre.

FÉE. Mémoire sur le groupe des Phyllériées, et notamment sur le genre Erineum; broch., avec planches.

— Note sur trois espèces nouvelles de *sphœria* exotiques; br.

FRANCOEUR. Traité élémentaire de mécanique; 1 vol.

GIRARDIN. Discours d'ouverture du cours d'application de chimie, de Rouen, 1834.

— Observations sur le *poirier saugier* et sur ses produits; br.

GUÉRARD. Rapport sur le café avarié.

— Plan et généralités d'un cours de physique médicale.

JOBARD. L'Angleterre en 1833. Suite.

— Un coup d'œil sur l'état de l'industrie avant la révolution française.

LEFEBVRE (Alexandre). Description de trois papillons nouvellement observés.

— Caractère distinctif entre quelques satyres européens de la section des leucomélaniens.

— Insertion de deux pattes surnuméraires au trochanter de la patte supérieure gauche chez un *Scaryte pyracmon.* (Bon. Dej.)

LEGRAND (Pierre). Études sur la législation militaire.

LELEWEL (Joachim). Les Polonais, les Lithuaniens et les Russiens célébrant en France les premiers anniversaires de leur révolution nationale du 29 novembre 1830 et du 25 mars 1831.

— Le comité national polonais au peuple russe.

— La Pologne et l'Angleterre.

— Adresse des réfugiés polonais en France à la chambre des communes de la Grande-Bretagne et d'Irlande.

— Ustawy Komitetu Narodowego Polskiego.

LEROY (Onésime). Etudes morales et littéraires sur la personne et les écrits de J.-F. Ducis, 1 vol. in-8.o

MAIZIÈRES. Développemens sur les nombres.

MICHAUD. Complément de l'histoire naturelle des coquilles terrestres et fluviatiles.

— Description de plusieurs espèces de coquilles du genre Rissoa. (Fréminville.)

MANGON DE LALANDE. Mémoire sur l'antiquité des peuples de Bayeux.

MARCHAND DE LA RIBELLERIE. Quelques observations sur l'intendance militaire.

PLOUVIEZ. Quelques idées de philosophie médicale.

PRONY (Baron de). Rapport sur la harpe à double mouvement, de l'invention de S. Erard.

RODENBACH (Constantin). Episodes de la révolution dans les Flandres, 1829, 1830, 1831 ; 1 vol. Bruxelles.

VANDERMAELEN. Un atlas universel.

— Tableaux statistiques des patentables de la Belgique.

VINCENT. Cours de géométrie élémentaire ; 3.e édition.

MATHIEU. Histoire de l'Astronomie au 18.e siècle, par M. Delambre, publiée par M. Mathieu, in-4.o Paris, 1827.

2.º OUVRAGES MANUSCRITS

COMPOSÉS PAR LES MEMBRES DE LA SOCIÉTÉ.

Mémoire sur la question de savoir si des animaux terrestres ont cessé d'exister depuis l'apparition de l'homme et si l'homme a été contemporain des espèces aujourd'hui perdues, par M. Marcel de Serre, membre correspondant.

Observations sur les silicates en général et sur les silicates non alumineux à base de chaux et de magnésie, par le même. (1)

Notice sur les divers terrains des environs de Tours, par M. Marchand de la Ribellerie, membre correspondant.

Note sur l'hépatite chronique, par M. Plouviez, membre correspondant.

Mémoire sur les paratonnerres, par M. Jacquerye, membre correspondant.

Épisode du Chardon, fleurs, chant premier, traduit de l'anglais en vers français, par M. Moulas, membre résidant.

---

(1) C'est avec regret que la Société n'a pu déroger à ses usages en comprenant dans son recueil ces deux importans mémoires, déjà imprimés dans la *Bibliothèque Universelle de Genève*.

AUTRES OUVRAGES

ENVOYÉS A LA SOCIÉTÉ PAR DES ÉTRANGERS.

1.o OUVRAGES IMPRIMÉS.

DINAUX (Arthur). Notice sur Watteau, de Valenciennes.

HOMBRES (le baron Firmas d'). Mémoire sur le mûrier des Philippines, *morus sinensis*.

— Notes sur quelques végétaux qui croissent spontanément dans le département du Gard et qui mériteraient une culture particulière, soit par leurs vertus médicinales, soit par leurs usages dans les arts.

HENSMANS. Répertoire de chimie et de pharmacie.

— Mémoire sur le proportionnement chimique pesé et mesuré des corps.

— Annuaire à l'usage du chimiste, du médecin, du pharmacien et du fabricant.

HUERNE DE POMMEUSE. Observations générales sur les causes de l'existence des marais et sur les moyens de les assainir.

HUGUES. Rapports sur les résultats des expériences agricoles faites avec le *Semoir-Hugues*.

MAURIZE (A.). Dangers de la situation actuelle de la France. Paris, 1832.

PERRIN (l'abbé Théodore). Revue de l'agriculture universelle; tome 1.er, 1.re et 2.e livraison.

LA SOCIÉTÉ DES MINES DITE DES CANONNIERS. Notes relatives aux forages de Loos et de Wattignies.

LEGS

FAIT A LA SOCIÉTÉ PAR FEU LE CHEVALIER WICAR, DE LILLE,

Peintre, à Rome, Membre correspondant.

Aux termes du testament et de l'acte de dépôt dressé par M. l'ambassadeur de France à Rome, les objets suivans ont été légués à la Société de Lille :

1.° Un dessin représentant Virgile lisant l'Enéide devant Auguste.

2.° Une esquisse à l'huile du même sujet. Ces deux ouvrages sont de Wicar.

3.° Un grand volume in-folio contenant cinquante et une feuilles sur lesquelles sont collés divers dessins de plusieurs maîtres, tels que Giotto, Raphaël, etc.

4.° Grand volume in-folio contenant trente-six feuilles, avec des dessins de Raphaël.

5.° Grand volume in-folio contenant quarante-deux feuilles, avec des dessins de plusieurs grands maîtres.

6.° Autre volume in-folio, mais plus petit, renfermant soixante-huit feuilles, avec des dessins de l'école florentine.

7.° Autre volume in-folio, comme le précédent, renfermant des dessins de plusieurs maîtres sur cent et une feuilles.

8.° Un volume relié en maroquin rouge, dans un étui, renfermant des dessins originaux de Michel-Ange Buonarotti, sur quatre-vingt-onze feuilles. (Architecture.)

9.° Un petit volume relié en rouge, renfermant des petits dessins sur trente-neuf feuilles.

10.° Un cahier de cinquante feuilles, avec des dessins dont plusieurs sont des copies.

11.° Cent cinquante-neuf feuilles, sur lesquelles sont collés différens dessins de plusieurs maîtres.

12.° Vingt-cinq gravures.

13.° Quelques objets antiques en bronze, en marbre et en terre cuite.

14.° Une décoration du royaume des Deux-Siciles, dont le défunt avait été honoré lorsqu'il était directeur de l'académie royale de Naples.

15.° Une lettre originale de François I.er, roi de France, à Michel-Ange Buonarotti.

16.° Une lettre originale écrite au chevalier Wicar, par le général Bonaparte.

Indépendamment des divers dons qu'il a faits à la ville de Lille, à sa bibliothèque, à ses écoles académiques, Wicar a voulu que ses biens meubles ou immeubles fussent consacrés à former une œuvre-pie, qu'on nommerait *Œuvre-Pie-Wicar.*

« ...... Les rentes de cette œuvre-pie seront employées à doter d'une pension de 25 écus romains par mois autant de jeunes gens dédiés à l'étude de *la peinture,* de *la sculpture* et de *l'architecture*, que le permettra le montant net de ces rentes....

» .....Ces jeunes gens devront être natifs de Lille et appartenir aux trois classes *de peinture* , *de sculpture* et *d'architecture*; c'est-à-dire, un pour chaque classe, toutefois que les revenus de l'œuvre-pie seront suffisans pour trois pensionnaires; s'ils n'étaient pas suffisans, il devra toujours en être choisi un pour la peinture et un autre tour-à-tour pour les deux autres classes.......

» ...... La nomination aura lieu *en concours*, et le corps municipal, d'après le vote de l'Académie royale des Sciences, de l'Agriculture et des Arts de la ville de Lille, choisira toujours celui qui montrera le plus d'habileté, de dispositions, d'instruction et de qualités pour faire honneur à la patrie et aux beaux-arts.....

» .... Les jeunes gens choisis devront se rendre à Rome........ et y rester quatre ans entiers; pendant ce temps ils jouiront de ladite pension, mais jamais au-delà.....

» ...... La maison sise à Rome, rue del Vantaggio, marquée des N.os 5, 6, 7 et 8, ne devra point être aliénée; mais conservée pour l'avantage des pensionnaires......

» ...... Les objets en plâtre laissés par le testateur...... sont aussi destinés aux pensionnaires. »

(*Extraits du testament.*)

Dans le but d'assurer à jamais à la ville de Lille la possession du Legs-Wicar, la transaction suivante a été consentie entre elle et la Société:

« La ville de Lille se chargera de payer les frais de succession, de transport, d'entretien, de conservation et aux conditions suivantes :

» 1.o La Société abandonnera à la ville la nue-propriété de tous les objets à elle légués par le chevalier Wicar, de sorte qu'en cas de dissolution de la Société, tous ces objets appartiendront à la ville.

» 2.o La Société aura la garde et l'administration de ces objets. Un inventaire sera remis à la ville.

» 3.o La Société déposera ces objets, suivant leur nature, dans les établissemens publics existans, jusqu'à ce qu'elle soit en position de les rassembler dans un local spécial, où le public sera librement et régulièrement admis.

» 4.o Une inscription placée sur chacun de ces objets rappellera qu'ils proviennent du legs fait par le chevalier Wicar à la Société royale. »

Une ordonnance royale, en date du 26 janvier dernier, autorise la ville de Lille et la Société royale à accepter, chacune pour ce qui les concerne, le legs du chevalier Wicar. Cette ordonnance approuve les conventions stipulées entre la ville et la Société, pour régler les conditions d'usufruit, de nue-propriété et le mode de conservation et de jouissance.

ENVOIS

DES SOCIÉTÉS CORRESPONDANTES

Pendant l'année 1834 *et le premier trimestre de* 1835.

ABBEVILLE. Mémoires de la Société royale d'émulation ; 1 vol. in-8.o 1833.

ANGOULÊME. Annales de la Société d'agriculture, arts et commerce du département de la Charente.

BESANÇON. Académie des sciences, belles-lettres et arts ; séance publique du 25 août 1834.

BORDEAUX. Académie royale des sciences, belles-lettres et arts ; séance publique du 28 août 1834.

DIJON. Mémoires de l'Académie des sciences, arts et belles-lettres, 1833.

EVREUX. Bulletin de l'Académie Ébroïcienne, suivant les règlemens de l'ancienne Société d'agriculture, sciences, arts et belles-lettres du département de l'Eure.

LILLE. Annales de la Société d'horticulture.

MANS (LE). Bulletin de la Société royale d'agriculture, sciences et arts.

MACON. Compte rendu des travaux de la Société d'agriculture, sciences et belles-lettres de Mâcon, pour l'année 1829 et suivantes, jusqu'à la fin de l'année 1832.

— Rapport fait à la Société d'agriculture, sciences et belles-lettres de Mâcon, par M. Cortambert.

METZ. Sommaire des travaux de la Société des sciences médicales du département de la Moselle. 1830 à 1834.

MULHAUSEN. Bulletin de la Société industrielle.

NANCY. Précis des travaux de la Société royale des sciences, lettres et arts de Nancy, de 1829 à 1832.

NANTES. Journal de la section de médecine de la Société académique du département de la Loire-Inférieure.

PARIS. Annales de la Société d'horticulture.

— Journal de la Société de la morale chrétienne.

— Bulletin de la Société géologique de France.

— Nouveau bulletin des sciences, par la Société philomathique.

— Annales des jardiniers amateurs, publiées par la Société d'agronomie pratique.

— Bulletin de la Société de géographie.

— Athénée des arts, le Lycée, journal des sciences.

ROUEN. Précis analytique des travaux de l'Académie royale des sciences, belles-lettres et arts, pendant l'année 1833.

SAINT-ÉTIENNE. Bulletin industriel, publié par la Société d'agriculture, sciences et arts.

TOULOUSE. Recueil de l'Académie des jeux floraux. 1833.

— Journal des propriétaires ruraux pour le Midi de la France.

TOURS. Annales d'agriculture, publiées par la Société d'agriculture, des sciences, arts et belles-lettres du département d'Indre-et-Loire.

TROYES. Mémoires de la Société d'agriculture, sciences, arts et belles-lettres du département de l'Aube.

La Société royale des sciences de Lille, désirant étendre ses relations, accueillera avec empressement toutes les demandes qui lui seront faites par les Sociétés académiques pour l'échange des mémoires qu'elle publie.

OUVRAGES ENVOYÉS PAR LE GOUVERNEMENT.

Description des machines et procédés spécifiés dans les brevets d'invention, de perfectionnement et d'importation dont la durée est expirée; publiée d'après les ordres du ministre de l'intérieur, par M. Christian, directeur du Conservatoire des arts et métiers; 4 volumes in-4.o, avec planches; tomes 23, 24, 25 et 26.

Neuvième supplément du catalogue de spécifications des principaux moyens et procédés pour lesquels il a été pris des brevets d'invention; brochure in-8.o Paris, 1834.

Mémoires d'agriculture, d'économie rurale et domestique, publiés par la Société royale et centrale d'agriculture; 1 volume in-8.°

Annales de l'industrie nationale, recueil industriel, manufacturier, agricole et commercial de la salubrité publique et des beaux-arts, renfermant la description des expositions publiques faites en France et à l'étranger, par M. de Moléon. Année 1834.

LA SOCIÉTÉ REÇOIT PAR ABONNEMENT:

1.o Annales de chimie et de physique, par MM. Gay-Lussac et Arago.

2.° Annales des sciences naturelles, par MM. Audouin, Ad. Brongniart et Dumas.

3.° La revue encyclopédique, par H. Carnot et P. Leroux.

4.o La bibliothèque universelle des sciences, belles-lettres et arts, rédigée à Genève.

5.o Journal hebdomadaire des progrès des sciences et institutions médicales, par MM. Bouillaud, Forget, Vidal, etc., etc.

6.° Journal des connaissances usuelles et pratiques, publié par MM. Gillet de Grandmont et le comte de Lasteyrie, faisant suite à la bibliothèque physico-économique.

7.° Journal des connaissances utiles.
8.° L'annuaire statistique du département du Nord.
9.° Revue du Nord.
10.° Journal de la Société phrénologique de Paris.

Par décision de M. le maire de Lille, le bibliothécaire de la ville met, pendant une année, à la disposition de la Société des sciences, de l'agriculture et des arts, les ouvrages dont les titres suivent :

Mémoires du Muséum d'histoire naturelle.

Le journal des voyages, découvertes, navigations.

Le journal d'agriculture et d'économie rurale du royaume des Pays-Bas.

Annales de mathématiques, par M. Gergonne.

Bulletin	des sciences naturelles et de géologie,	de M. Férussac.
Id.	des sciences historiques, antiquités, etc.,	
Id.	des sciences agricoles et économiques,	
Id.	des sciences technologiques,	
Id.	des sciences mathématiques,	
Id.	des sciences médicales,	
Id.	des sciences géographiques,	
Id.	des sciences militaires,	

LISTE DES MEMBRES

DE

LA SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES,

DE L'AGRICULTURE ET DES ARTS, DE LILLE.

1834.

MEMBRES HONORAIRES.

MM. le préfet du département du Nord.
Le maire de Lille.
GODIN, docteur en médecine; admis le 3 février 1822.

MEMBRES TITULAIRES.

BUREAU.

Président, M. BAILLY, docteur en médecine; admis le 2 octobre 1825.

Vice-président, M. DELEZENNE, professeur de physique; admis le 12 septembre 1806.

Secrétaire-général, M. DOURLEN fils, docteur en médecine; admis le 3 décembre 1830.

Secrétaire de correspondance, M. LEGRAND, avocat; admis le 3 février 1832.

Trésorier, M. VERLY fils, architecte; admis le 18 avril 1823.

Bibliothécaire, M. HAUTRIVE, docteur en médecine; admis le 7 novembre 1828.

MM. **PEUVION** fils, négociant; admis le 17 nivôse an 11.

CHARPENTIER, pharmacien en chef; admis le 15 pluviôse an 11.

MACQUART, propriétaire; admis le 27 messidor an 11.

DEGLAND, docteur en médecine; admis en 1811.

DESMAZIERES, naturaliste; admis le 22 août 1817.

LIENARD, professeur de dessin; admis le 5 sept. 1817.

LESTIBOUDOIS (Thém.), docteur en médecine; admis le 17 août 1821.

MUSIAS, notaire; admis le 3 janvier 1822.

KUHLMANN, professeur de chimie; admis le 20 mars 1824.

MURVILLE, docteur en médecine; admis le 18 févr. 1825.

HEEGMANN, négociant; admis le 2 décembre 1825.

BARROIS, négociant; admis le 16 décembre 1825.

LESTIBOUDOIS (J.-B.te), docteur en médecine; admis le 20 janvier 1826.

DAMBRICOURT, négociant; admis le 17 février 1826.

DELATTRE, négociant; admis le 3 mars 1826.

DECOURCELLES, propriétaire; admis le 21 nov. 1828.

DANEL, imprimeur; admis le 5 décembre 1828.

VAILLANT, docteur en médecine; admis le 6 avril 1831.

MOULAS, propriétaire; admis le 29 avril 1831.

MARQUET-VASSELOT, directeur de la maison centrale de détention de Loos, admis le 2 mars 1832.

BORELLY, inspecteur des douanes; admis le 2 mars 1832.

MULLIÉ, chef d'institution; admis le 20 avril 1832.

DAVAINE, ingénieur des ponts et chaussées; admis le 3 août 1832.

BARRÉ, professeur au collège de Lille; admis le 7 septembre 1832.

LEGLAY, docteur en médecine, archiviste général du département du Nord; admis le 19 juin 1835.

MEMBRES RÉSIDANS AGRICULTEURS.

MM. ADAM,	cult. et propriét.,	à Aubers.
BÉGHIN,	id.,	à Faches.
BONTE,	id.,	à Flers.
BRULOIS (Vincent),	id.,	à Croix.
CHARLET,	id.,	à Houplines.
CHUFFART (Jean-B.^{te}),	id.,	à Ascq.
COLLETTE (Louis),	id.,	à Baisieux.
CORDONNIER,	id.,	à Anstaing.
DEBUCHY (François),	id.,	à Noyelles.
DELECOURT (Louis),	id.,	à Lomme.
DELECOURT (J.-B.^{te}),	id.,	à Lomme.
DELOBEL,	id.,	à Sailly-lez-Lannoy.
DESCAMPS,	id.,	à Croix.
DESPATURES,	id.,	à Marcq-en-Barœul.
DESURMONT (Fr.),	brasseur,	à Tourcoing.
D'HALLUIN (J.-B.),	briq. et cultiv.,	à Marcq-en-Barœul.
D'HESPEL,	propr., cons. d'arrond.^{t},	à Haubourdin.
DUHAYON,	notaire,	à Ronchin.
HAVEZ,	cultiv. et propriét.,	à Ascq.
HEDDEBAULT,	id.,	à Faches.
HOCHART fils aîné,	id.,	à Loos.
LECOMTE,	id.,	à Bousbecques.
LEFEBVRE,	id.,	à Lezennes.
LEFEBVRE (Julien),	id.,	à Hem.
LEPERS (François),	id.,	à Flers.
LIENARD,	id.,	à Annappes.
LORIDAN,	id.,	à Flers.
MASQUELIER (N.),	id.,	à Sainghin-en-Mél.
MASQUILLIER,	id.,	à Willems.
POTTIER,	id.,	à Hallennes-lez-H.
WATTELLE,	id.,	à Radinghem.

MEMBRES CORRESPONDANS.

MM. AJASSON DE GRANDSAGNE, naturaliste et homme de lettres, à Paris.

AMPÈRE, membre de l'Institut, à Paris.

ALAVOINE, propriétaire, à La Bassée.

ARAGO, membre de l'institut et de la chambre des députés.

ARTAUD, inspecteur de l'Université, à Paris.

AUDOUIN, naturaliste, à Paris.

BABINET, professeur au collège St.-Louis, examinateur à l'école polytechnique.

BAILLY DE MERLIEUX, directeur de l'Union encyclopédique, à Paris.

BARRÉ, chef d'escadron d'artillerie, à Valenciennes.

BEAUDET-LAFARGE, naturaliste, à Maringue.

BECQUET DE MÉGILLE, à Douai.

BÉGIN, chirurgien en chef à l'hôpital militaire d'instruction de Strasbourg.

BIDART, médecin, à Pas (Pas-de-Calais).

BLOUET, professeur d'hydrographie, à Dieppe.

BOINVILLIERS, correspondant de l'Institut, à Paris.

BONAFOUS, directeur du jardin royal d'agriculture, à Turin.

BONARD, chirurgien-major au 5.e régiment de dragons.

BOTTIN, rédacteur de l'Almanach du commerce, à Paris.

BOSSON, pharmacien, à Mantes.

BOUILLET, naturaliste, à Clermont-Ferrand.

BOURDON, inspecteur de l'Académie de Paris.

BRA, statuaire, à Paris.

BRONGNIART, agrégé à la faculté de médecine de Paris.

BURETTE-MARTEL, propriétaire, à Haubourdin.

MM. CARETTE, chef de bataillon du génie, à Paris.
CHARPENTIER, docteur en médecine, à Valenciennes.
CHAUVENET, capitaine du génie, à Arras.
CLÉMENT (M.me veuve), née Hémery, à Cambrai.
COCHARD, pharmacien, à Sedan.
COCQ, commissaire des poudres et salpêtres, à Paris.
COGET aîné, propriétaire, à Thumeries.
COLLADON fils, à Genève.
COMHAIRE, littérateur, à Liège.
CORNE, président du tribunal de 1.re instance, à Douai.
COUPRANT, officier de santé, à Houplines.
DARGELAS, naturaliste, à Bordeaux.
DASSONNEVILLE, docteur en médecine, à Aire.
DEBAZOCHES, naturaliste, à Seez.
DE BREBISSON fils, naturaliste, à Falaise.
DE CANDOLLE, professeur, naturaliste, à Genève.
DE CONTENCIN, secrétaire du préfet de la Gironde, à Bordeaux.
DEGEORGE (Frédéric), homme de lettres, à Arras.
DE KIRCHOFF (le chevalier), docteur en médecine, à Anvers.
DELARUE, secrétaire perpétuel de la Société d'agriculture du département de l'Eure, à Evreux.
DE LENZ (le baron), conseiller-d'état, à Iéna.
DE MEUNYNCK, docteur en médecine, à Bourbourg.
DEPRONVILLE, bibliothécaire, à Versailles.
DE PRONY, membre de l'Institut, à Paris.
DEQUEUX-SAINT-HILAIRE, propriétaire, à Dunkerque.
DERHEIMS, pharmacien, à Saint-Omer.
DERODE (Julien), à Loos.
DESAYVE, à Paris.
DESBRIÈRES, pharmacien-major, à Alger.
DESMARQUOY, médecin, à Saint-Omer.

MM. **DESMYTTÈRE**, docteur en médecine, à Cassel.

DESPRETZ, professeur de physique au collége royal de Henri IV, à Paris.

DESRUELLES, docteur en médecine, au Val-de-Grâce, à Paris.

DESSALINES-D'ORBIGNY, professeur d'histoire naturelle, à La Rochelle.

DE VILLENEUVE-BARGEMONT (le vicomte), propriétaire, à Nancy.

DE VILLENEUVE (le comte Alban), ancien préfet du Nord, à Paris.

DE WAPERS, peintre du roi, à Bruxelles.

DRAPIER, inspecteur divisionnaire des ponts et chaussées, à Paris.

DUBRUNFAUT, professeur de chimie, à Paris.

DUBUISSON, ingénieur des mines, à Paris.

DUCELLIER, ingénieur, à Paris.

DUCHASTEL (le comte), à Versailles.

DUHAMEL, inspecteur général des mines, à Paris.

DUMÉRIL, membre de l'Institut, à Paris.

DUMORTIER, directeur du jardin botanique de Tournai.

DUSAUSSOY, inspecteur de la fonderie royale de Douai, membre de la chambre des députés.

DUTHILLOEUL, propriétaire, à Douai.

DUVERNOY, professeur à la faculté des sciences de Strasbourg.

ELIAS FRIES, naturaliste, à Lund (Suède).

FAREZ, procureur-général à la cour royale de Douai.

FÉE, professeur à la faculté de médecine de Strasbourg.

FLAVIER, à Strasbourg.

FRANCOEUR, officier de l'Université, membre de la société philomathique, à Paris.

FONTEMOING, avocat, à Dunkerque.

MM. GAILLON, naturaliste, à Abbeville.

GARNIER, professeur de matémathiques à l'Université de Gand.

GAY-LUSSAC, membre de l'Institut, à Paris.

GEOFFROY DE SAINT-HILAIRE fils, naturaliste au jardin du Roi, à Paris.

GILGENCRANTZ, docteur en médecine, chirurgien-aide-major au 43.^{e} régiment de ligne.

GILLET DE LAUMONT, inspecteur général des mines, à Paris.

GIRARDIN, professeur de chimie, à Rouen.

GRAR, avocat, à Valenciennes.

GRAVIS, docteur en médecine, à Calais.

GUÉRARD, agrégé à la faculté de médecine de Paris.

GUÉRIN, membre de la Société d'histoire naturelle, à Paris.

GUERRIER DE DUMAST fils, homme de lettres, à Nancy.

GUILLEMIN, naturaliste, à Paris.

GUILLOT, lieutenant-colonel d'artillerie, à Strasbourg.

HECART, secrétaire de la mairie de Valenciennes.

HÉRÉ, professeur de mathématiques, à Saint-Quentin.

HUOT, à Versailles.

HURTREL-D'ARBOVAL, médecin vétérinaire, à Montreuil.

JACQUEMYNS, docteur en médecine, à Louvain.

JACQUERYE, professeur de dessin et de mathématiques, à Armentières.

JAUFFRET, bibliothécaire en chef, à Marseille.

JOBARD, directeur de l'Industriel, à Bruxelles.

JUDAS, docteur en médecine, à Aire.

JULLIEN, ancien rédacteur de la Revue encyclopédique, à Paris.

KUHLMANN, architecte, à Schelestadt.

KUNZE, professeur, à Leipsick.

LABARRAQUE, pharmacien, à Paris.

MM. LACARTERIE, pharmacien en chef à l'hôpital militaire d'instruction de Metz.

LACROIX, membre de l'Institut, professeur de mathématiques transcendantes, à Paris.

LAGARDE (le baron), ancien préfet, à Paris.

LAINÉ, professeur de mathématiques au collège de la ville de Paris.

LAIR, à Caen.

LA ROCHEFOUCAULT (le vicomte de), à Paris.

LECOCQ, professeur de minéralogie, à Clermont-Ferrand.

LEBLEU fils, docteur en médecine, à Dunkerque.

LEBONDIDIER, chimiste, à Béthune.

LEFEBVRE, Alexandre, secrétaire de la Société entomologique de France, à Paris.

LEGAY, professeur, à Paris.

LEJEUNE, docteur en médecine, à Liège.

LELEWEL (Joachim), professeur d'histoire à l'Université de Wilna, à Bruxelles.

LEMAIRE, agrégé de l'Université au collège Saint-Louis, à Paris.

LEROY (Onésime), homme de lettres, à Senlis.

LHÉRIC, graveur, à Anvers.

LIBERT (M.elle Marie-Aimée), naturaliste, à Malmédy, en Prusse.

LIÉBIG, chimiste, à Hiessen, grand-duché de Hesse.

LOISELEUR DES LONGCHAMPS, docteur en médecine, à Paris.

LONGER, inspecteur des domaines et de l'enregistrement, à Saint-Omer.

MALLET, professeur de philosophie au collège royal d'Amiens.

MANGON DE LALANDE, directeur des domaines, à Poitiers.

MM. MARCEL DE SERRES, naturaliste, à Montpellier.

MARCHANT DE LA RIBELLERIE, sous-intendant militaire, à Tours.

MARMIN, ex-inspecteuur des postes, à Boulogne-sur-Mer.

MARTIN-SAINT-ANGE, docteur en médecine, à Paris.

MAIZIÈRES, docteur ès-sciences, à Paris.

MATHIEU, membre de l'Institut et du bureau des longitudes, à Paris.

MATHIEU DE DOMBASLE, agronome, à Roville.

MEIGEN, naturaliste, à Stolberg.

MÉRAT, membre de l'Académie de médecine, à Paris.

MICHAUD, naturaliste, lieutenant au 10.e régiment d'infanterie de ligne.

MILNE-EDWARDS, naturaliste, à Paris.

MIONNET, conservateur au cabinet des antiques, à Paris.

MOURONVAL, docteur en médecine, à Bapaume.

NICHOLSON, ingénieur-mécanicien, à Londres.

NOEL, officier de l'Université, à Paris.

NOUEL-MALINGIÉ, chimiste, à Eppe-Sauvage, département du Nord.

OZANEAUX, recteur de l'Université, à Toulouse.

PALLAS, médecin, à Saint-Omer.

PELOUZE, répétiteur de chimie à l'Ecole polytechnique.

PERSOONE, naturaliste, à Paris.

PIHOREL, docteur en médecine, à Rouen.

PLOUVIEZ, docteur en médecine, à Saint-Omer.

POIRET, naturaliste, à Paris.

POIRIER SAINT-BRICE, ingénieur des mines, à Paris.

POTTIER, directeur du jardin des plantes, à Douai.

REGNAULT, colonel du 66.e régiment d'infanterie de ligne, à Ancône.

REINARD, pharmacien, à Amiens.

RODENBACH (Constantin), membre de la Chambre des représentans belges, à Bruxelles.

MM. RODENBACH (Alexandre), membre de la Chambre des représentans belges, à Bruxelles.

RODET, professeur de médecine vétérinaire, à Toulouse.

SCHREIBER, naturaliste, à Vienne (Autriche).

SINCLAIR (John), agronome, à Londres.

SCOUTTETEN, docteur en médecine, à Metz.

SOUDAN, docteur en médecine, professeur à l'hôpital militaire d'instruction de Metz.

TANCHOU, docteur en médecine, à Paris.

TARANGET, docteur en médecine, à Douai.

TASSAERT, chimiste, à Anvers.

TESSIER, membre de l'Institut, à Paris.

TIMMERMANS, capitaine du génie, à Tournai.

TORDEUX, pharmacien, à Cambrai.

VANDERMAELEN, à Bruxelles.

VASSE DE SAINT-OUEN, inspecteur de l'académie de Douai.

VANMONS, professeur de chimie à l'université de Louvain.

VILLENEUVE, membre de l'académie de médecine, à Paris.

VILLERMÉ, membre de l'Académie de médecine, à Paris.

VINCENT, professeur de mathématiques, à Paris.

YVART, membre de l'Institut, à Paris.

LISTE

DES SOCIÉTÉS CORRESPONDANTES.

ABBEVILLE. Société royale d'Émulation.

ALBY. Société d'agriculture du département du Tarn.

ANGERS. Société d'agriculture, sciences et arts.

ANGOULÊME. Société d'agriculture, des arts et du commerce du département de la Charente.

ARRAS. Société royale pour l'encouragement des sciences, des lettres et des arts.

AVESNES. Société d'agriculture.

BESANÇON. Société libre d'agriculture, arts et commerce du département du Doubs.

BESANÇON. Académie des sciences, belles-lettres et arts.

BESANÇON. Société d'agriculture, des arts et du commerce.

BORDEAUX. Académie royale des sciences, belles-lettres et arts.

BORDEAUX. Société linnéenne.

BORDEAUX. Société philomathique.

BOULOGNE-SUR-MER. Société d'agriculture, du commerce et des arts.

BOURGES. Société d'agriculture du département du Cher.

BRUXELLES. Société de Flore.

BRUXELLES. Société des sciences médicales et naturelles.

BRUXELLES. Société agricole de Bruxelles.

CAEN. Société royale d'agriculture et de commerce.

CAMBRAI. Société d'émulation, agriculture, sciences et arts.

CHALONS-SUR-MARNE. Société d'agriculture, arts et commerce de la Marne.

CHARLEVILLE. Société centrale d'agriculture, sciences et arts et commerce du département des Ardennes.

CHARTRES. Société d'agriculture d'Eure-et-Loire.

CHATEAUROUX. Société d'agriculture du département de l'Indre.

CHAUMONT. Société d'agriculture, arts et commerce du département de la Haute-Marne.

DIEPPE. Société archéologique.

DIJON. Académie des sciences et belles-lettres.

DOUAI. Société centrale d'agriculture, sciences et arts.

DOUAI. Société des amis des arts.

DOUAI. Société médicale.

DUNKERQUE. Société d'agriculture.

ÉVREUX. Société de médecine, chirurgie, chimie et pharmacie.

ÉVREUX. Société d'agriculture, de médecine, sciences et arts du département de l'Eure.

FOIX. Société d'agriculture et des arts du département de l'Ariège.

GAND. Société royale des beaux-arts, belles-lettres, agriculture et botanique.

IÉNA. Société de minéralogie.

LIÈGE. Société libre d'émulation et d'encouragement pour les sciences et arts.

LILLE. Société d'horticulture.

LONS-LE-SAULNIER. Société d'émulation du département du Jura.

LYON. Académie royale des sciences, belles-lettres et arts.

LYON. Société de médecine.

MACON. Société d'agriculture, des sciences, arts et belles-lettres.

MANS (LE). Société royale d'agriculture, sciences et arts.

MARSEILLE. Académie des sciences, belles-lettres et arts.

METZ. Société d'agriculture, des lettres, sciences et arts du département de la Moselle.

METZ. Société des sciences médicales du département de la Moselle.

MÉZIÈRES. Société libre d'agriculture, arts et commerce du département des Ardennes.

MONTAUBAN. Société des sciences, agriculture et belles-lettres du département de Tarn-et-Garonne.

MULHAUSEN. Société industrielle.

NANCY. Société des sciences, lettres, arts et agriculture.

NANCY. Société royale des sciences, lettres et arts.

NANTES. Société académique du département de la Loire-Inférieure.

NANTES. Société nantaise d'horticulture.

PARIS. Société d'agriculture du département de la Seine.

PARIS. Société des inventions et découvertes.

PARIS. Athénée des arts.

PARIS. Société royale d'agriculture.

PARIS. Société d'encouragement et de l'industrie nationale.

PARIS. Société médicale d'émulation.

PARIS. Société d'encouragement pour l'industrie nationale.

PARIS. Société de géographie.

PARIS. Société de la morale chrétienne.

PARIS. Société d'histoire naturelle.

PARIS. Société d'horticulture.

PARIS. Société pour l'amélioration de l'enseignement élémentaire.

PARIS. Société d'agronomie pratique.

PARIS. Société géologique de France.

PARIS. Société philomathique.

PARIS. Société linnéenne.

PARIS. Société libre des beaux-arts.

POITIERS. Société d'agriculture, belles-lettres, sciences et arts du département de la Vienne.

RIS. Institut horticole de Fromont.

RHODEZ. Société d'agriculture et de négocians du département de l'Aveyron.

ROUEN. Société libre d'émulation.

ROUEN. Académie royale des sciences, belles-lettres et arts.

SAINT-ÉTIENNE. Société d'agriculture, arts et commerce de la Loire-Inférieure.

SAINT-ÉTIENNE. Société industrielle.

SAINT-QUENTIN. Société des sciences, arts et belles-lettres.

STRASBOURG. Société d'agriculture, sciences et arts du Bas-Rhin.

TOULOUSE. Académie des jeux floraux.

TOULOUSE. Société royale d'agriculture.

TOULOUSE. Académie royale des sciences, inscriptions et belles-lettres.

TOURS. Société d'agriculture, sciences et arts et belles-lettres du département d'Indre-et-Loire.

TOURS. Société d'agriculture du département d'Indre-et-Loire.

TROYES. Société d'agriculture, sciences et arts du département de l'Aube.

VALENCIENNES. Société des sciences et arts de commerce.

VERSAILLES. Société d'agriculture et des arts du département de Seine-et-Oise.

TABLE DES MATIÈRES

CONTENUES DANS CE VOLUME.

PHYSIQUE ET MATHÉMATIQUES.

	Pages.
Mémoire sur la résolution des équations numériques, par M. *Vincent*, C. (1)	1
Vis d'Archimède. — Détermination de la surface hélicoïdale donnant l'espace hydrophore maximum, par M. *Davaine*, R.	35
Mémoire sur les plantations d'arbres, par M. *Maizière*, C.	41
Idem, errata	699
Essai sur l'application du calcul des probabilités aux assurances contre l'incendie, par M. *Th. Barrois*, R.	85
Notes sur la polarisation, par M. *Delezenne*, R.	283
Idem, addition	594

GÉOLOGIE.

Discours sur les progrès de la géologie, par M. *Marcel de Serres*, C.	387
Notice sur la carbonisation du bois résultant de son séjour prolongé dans un terrain de troisième formation, par M. *A. Bidard*, C.	417
Notice sur une roche dite *Roche brûlée*, située à Fumay, département des Ardennes, par feu M. *J.-F. Clere*, C.	420

---

(1) C. signifie membre correspondant, R. membre résidant.

Note sur les eaux jaillissantes du puits foré pratiqué chez M. Bancal, à Celleneuve, près Montpellier, par M. *Marcel de Serres*, C. 423
Observations géologiques sur le département de l'Aude, par M. *Marcel de Serres*, C. 432

CHIMIE.

Recherches chimiques sur le maïs, devant contribuer aux progrès de la fabrication des sucres indigènes, par M. *E. Pallas*, C. 489

HISTOIRE NATURELLE.

Observations sur la licorne des anciens, par M. *Marcel de Serres*, C. 494
Description d'un nouveau genre d'insectes diptères de la famille des Notacanthes, par M. *J. Macquart*, R. ... 504

BOTANIQUE.

Description et figures de six hyphomycètes inédites à ajouter à la Flore française, par M. *J.-B.-H.-J. Desmazieres*, R. 510

MÉDECINE.

Gastrite aiguë; tubercules développés dans l'œsophage; perforations établissant communication entre ce conduit et la trachée-artère; carie de deux vertèbres dorsales; par M. *J. Gravis*, C. 522
Mémoire sur l'usage externe de la pierre à cautère, par M. *Plouviez*, C. 530

MEDECINE VÉTERINAIRE.

Des amulettes corporels, considérés dans leur influence sur la conservation des animaux, par M. *J.-B.-C. Rodet*, C. 541

PHILOSOPHIE.

Considérations sur le caractère de la philosophie au 19.e siècle, par M. *Mallet*, C. 555

HISTOIRE ET DIPLOMATIQUE.

Notice sur les archives de la Chambre des Comptes de Lille, par M. le docteur *Leglay*, R. 564

LITTÉRATURE.

Le Paradis perdu, poëme de Milton, traduit de l'anglais par M. *Barré*, R. 617

ANTIQUITÉS.

Antiquités trouvées dans le département du Nord, par M. *C. Verly* fils, R. 592

Programme des prix proposés en faveur de l'économie rurale pour être décernés le 28 juillet 1835. 641
Séance publique du 28 juillet 1834. 648
Distribution des prix. 667
Ouvrages envoyés à la Société. 670
Legs fait à la Société par feu le chevalier *Wicar*, C. 674
Envois des sociétés correspondantes. 678
Ouvrages envoyés par le Gouvernement. 680
Ouvrages reçus par abonnement. . . . . *ibid.*
Liste des membres de la Société. 682
Liste des sociétés correspondantes. 692

ERRATA

DU MÉMOIRE SUR LES PLANTATIONS.

(*Pages 41 et suivantes.*)

Page 4, ligne 22, 105 — *lisez :* 1,05
Page 7, dernière ligne, uu — *lisez :* nu
Page 8, ligne 4, trouver — *lisez :* réussir
Page 10, ligne 12, champs — *lisez :* champs,
Ibid., ligne 31, . — *lisez :* ,
Ibid., ligne 32, , — *lisez :* ;
Page 19, ligne 17, 64 — *lisez :* 27
Page 27, ligne 4, 57 — *lisez :* 19
Page 23 bis, avant dernière ligne, δ — *lisez :* $\delta =$
Ibid, ibid., B — *lisez :* $B =$
Ibid., dernière ligne, C_n — *lisez :* $C_n, =$
Ibid., ibid., γ — *lisez :* $\gamma =$
Ibid., ibid., 588 — *lisez :* $C = 588$
Page 25, ligne 10, $+ B_1$ — *lisez :* $+ B_1$;
Ibid, ibid., $+ B_1$ — *lisez :* $+ B_1$;
Ibid., ligne 11, $+ B_1$, — *lisez :* $+ B_1$; ....
Ibid., ligne 21, 1,09 — *lisez :* 1,05
Ibid., ibid, $(1{,}05)_n$ — *lisez :* $(1{,}05)^n$
Page 32, ligne 2, $P^{r'}$ — *lisez :* $P^{r''}$
Page 40, ligne 26, éclairés, — éclairés ;
Ibid. ; ligne 28, , — *lisez :* ;
Ibid., ligne 31, engrais, — engrais;
Page 41, ligne 10, , — *lisez :* ;
Ibid., ligne 11, , — *lisez :* ;
Page 45, ligne 9, 2^f653 — *lisez :* $2^f,653$
Ibid., ligne 10, 2^f653 — *lisez :* $2^f,653$
Page 46, ligne 2, étant — *lisez :* étant connu

20 JUN 1895

Fig: 1.

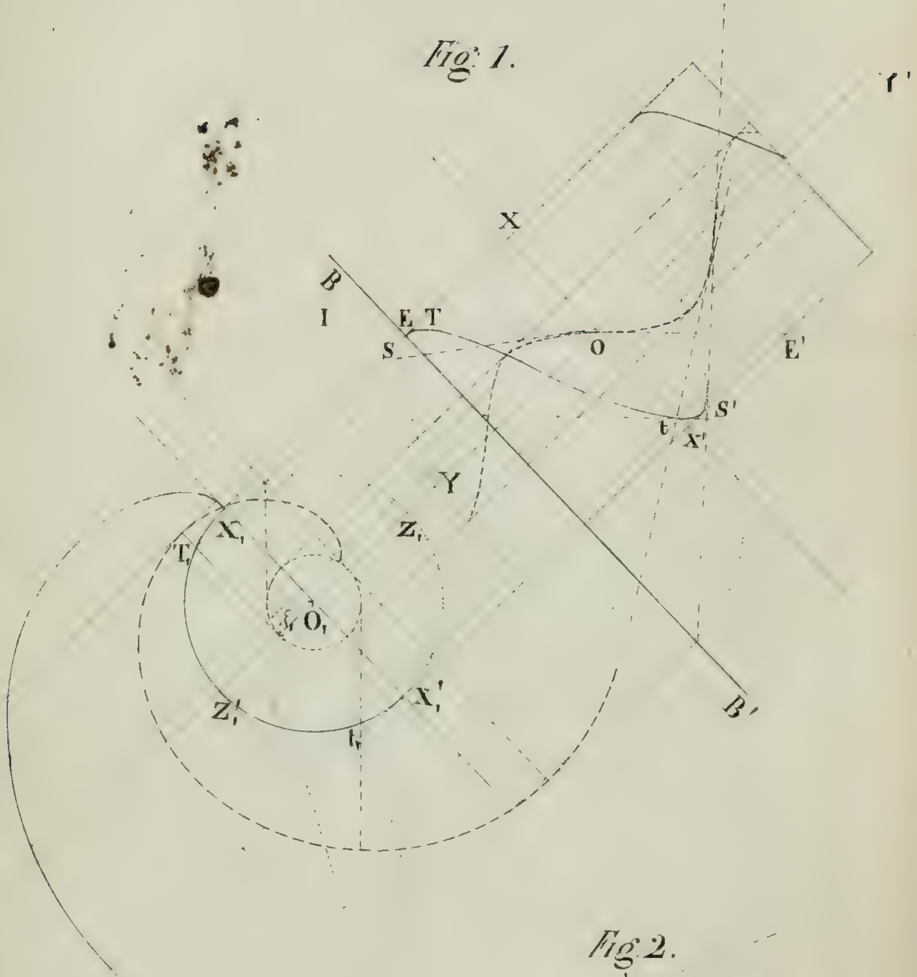
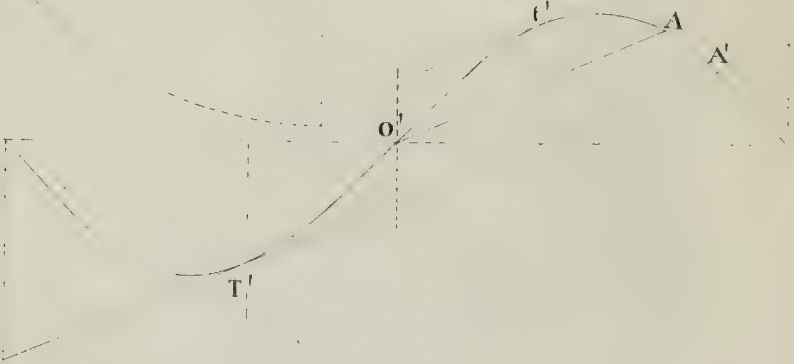

t'
X
B
I
E
T
S
O
E'
S'
t'
X'
Y
Z,
X,
T,
t,
O,
Z',
X',
t,
B'

Fig. 2.



[illegible]

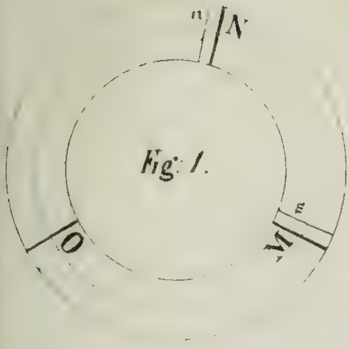
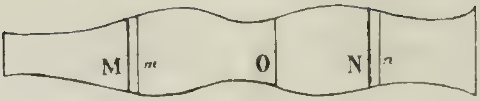


Fig: 1.

Fig 3.



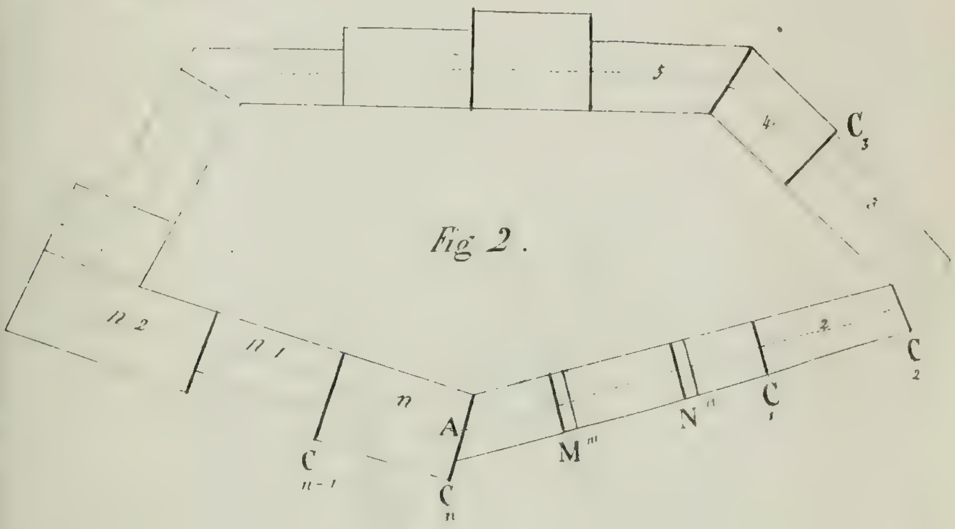

5
4
C3
3
n 2
n 1
n
2
A
M m
N n
C1
C2
C n-1
Cn

Fig 2.

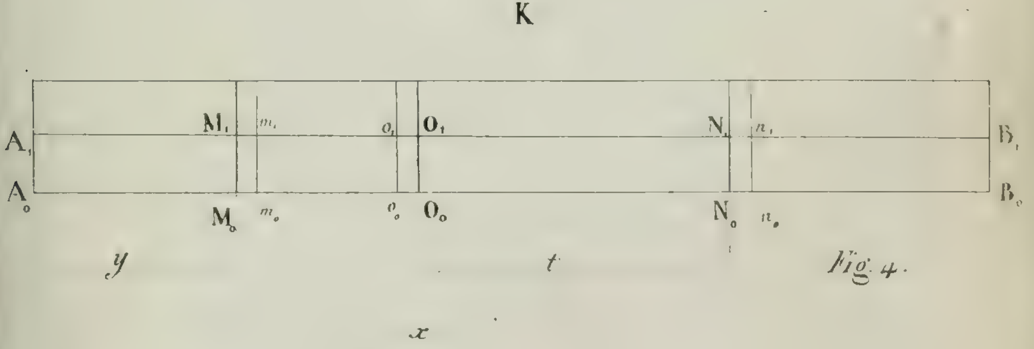

K
A1
M1
m1
o1
O1
N1
n1
B1
A0
M0
m0
o0
O0
N0
n0
B0
y
t
x

Fig. 4.

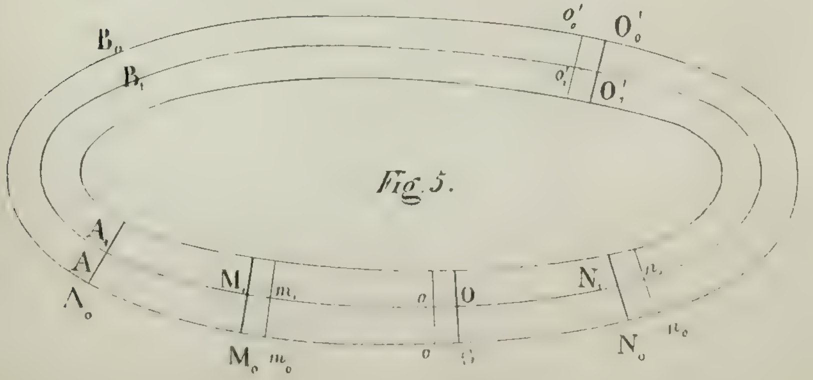

B0
B1
o'0
O'0
o'1
O'1
A1
A
A0
M1
m1
o
O
N1
n1
M0
m0
o
O
N0
n0

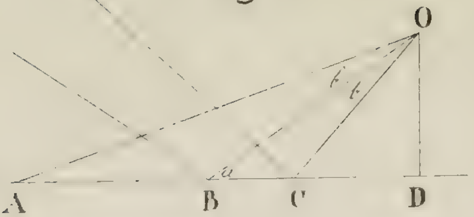
Fig. 5.

NATURAL HISTORY.

TURAL HIS

Pl^{e}. 3^{e}.

Fig. 1.



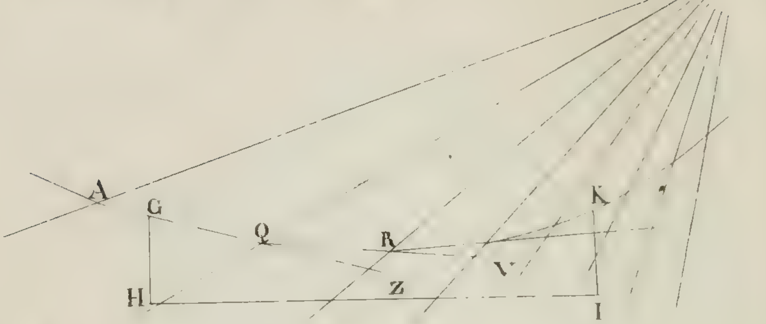

O
A
G
Q
R
K
V
Z
H
I

Fig. 2.

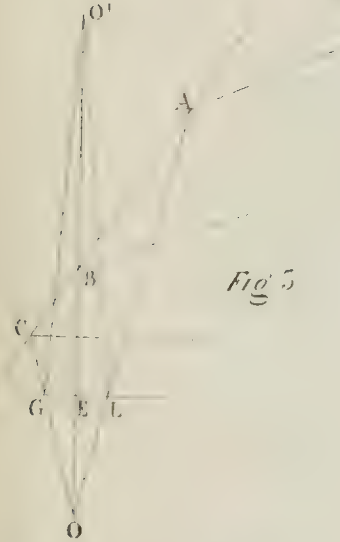


Fig. 3

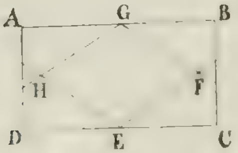


Fig. 4.

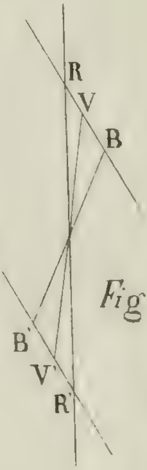


Fig: A

Fig. 5.

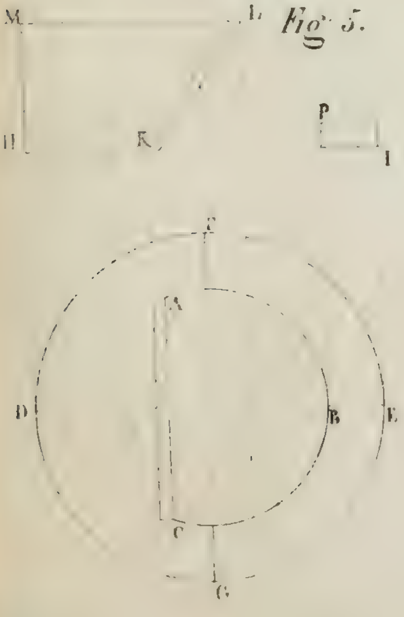
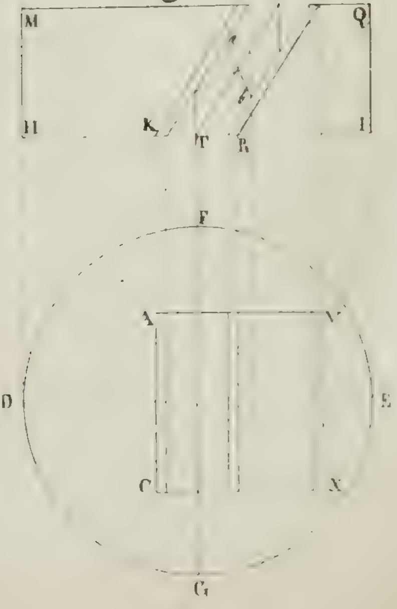

M
L
H
K
P
I
F
A
D
B
E
C
G

Fig. 6.


L
U
S
M
Q
H
K
T
R
I
F
A
V
D
E
C
X
G

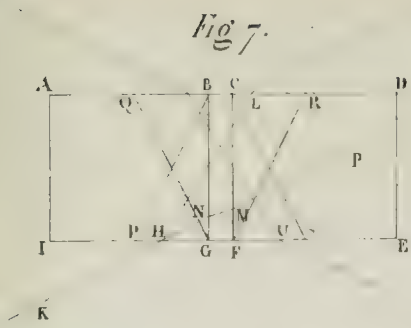

O
A
Q
B
C
L
R
D
P
N
M
I
P
H
G
F
U
E
K
T

Fig. 7.

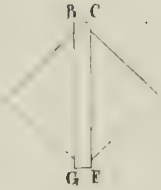


Fig. 8.

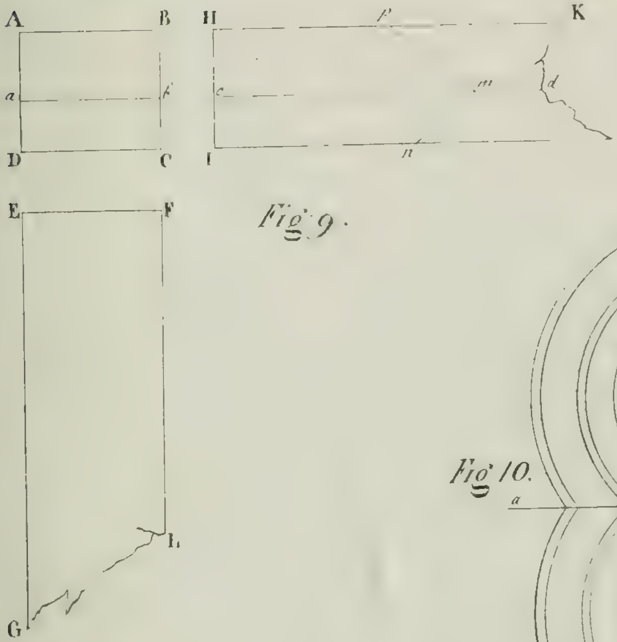

A
B
H
f
K
a
b
c
m
d
D
C
I
n
E
F
L
G

Fig. 9.

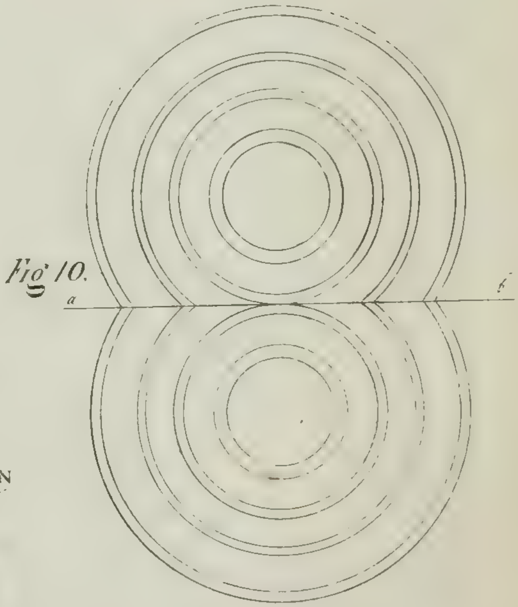


Fig. 10.

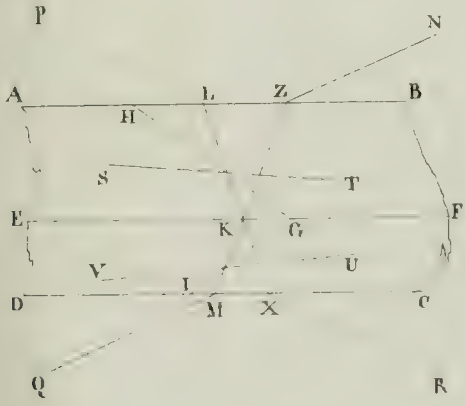

P
N
A
L
Z
B
H
S
T
E
K
G
F
U
V
I
D
M
X
C
Q
R

Fig. 11.

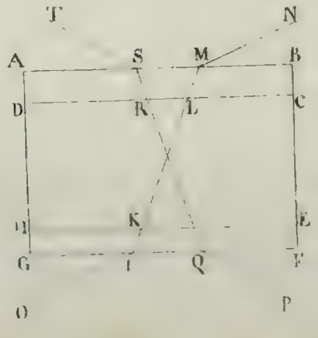

T
N
A
S
M
B
D
R
L
C
H
K
E
G
I
Q
F
O
P

Fig. 12.

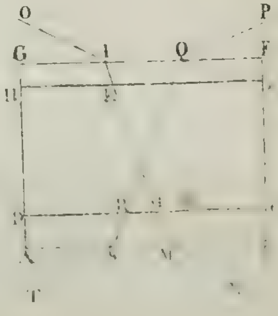
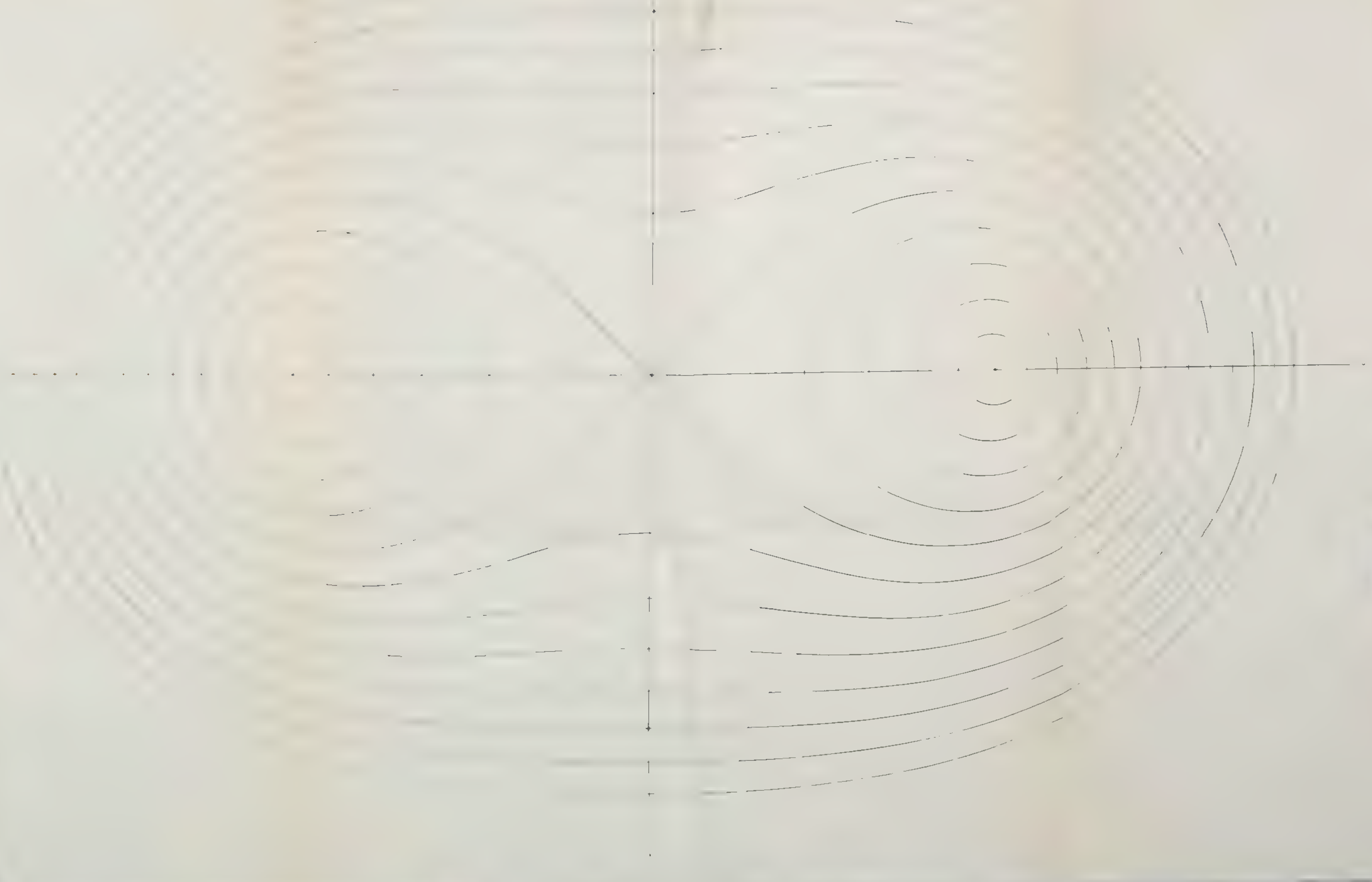


Fig. 13.

[illegible] H M [illegible]

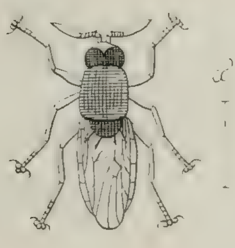
Plᵉ 4 /

Fig. B

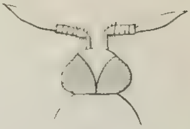


Pl. V.

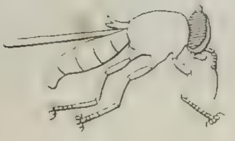
1.



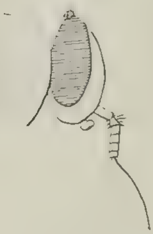
2.



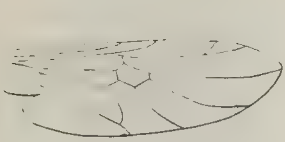
3.



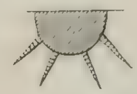
4



5.



6.

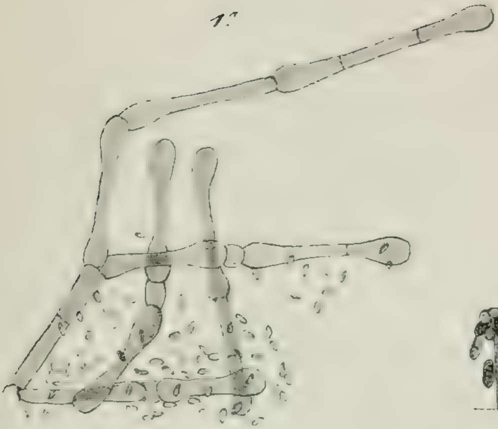


Im. de L. Danel [illegible]

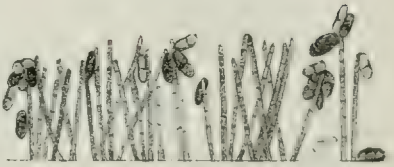
Macquart del.

BRITISH MUSEUM

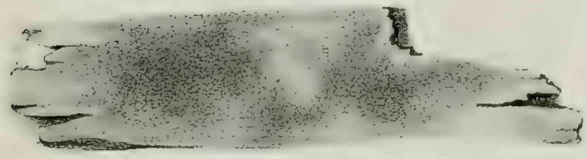
1°

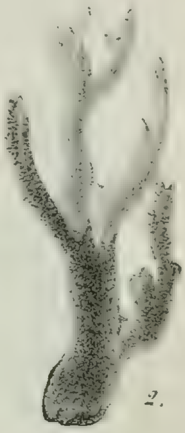


2"



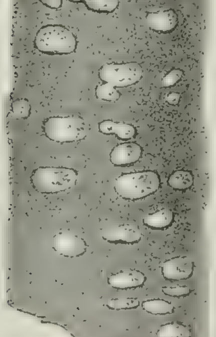
1.

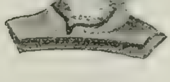




2.

3



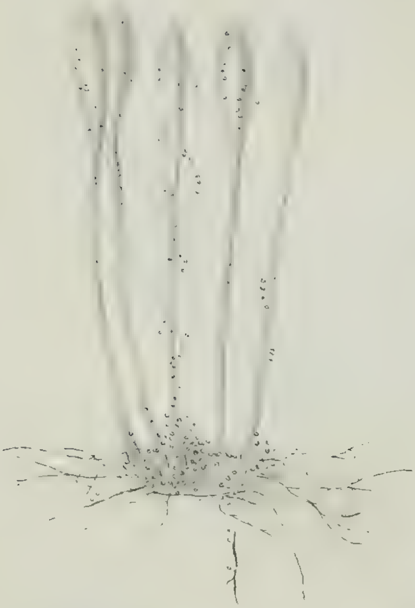


3°

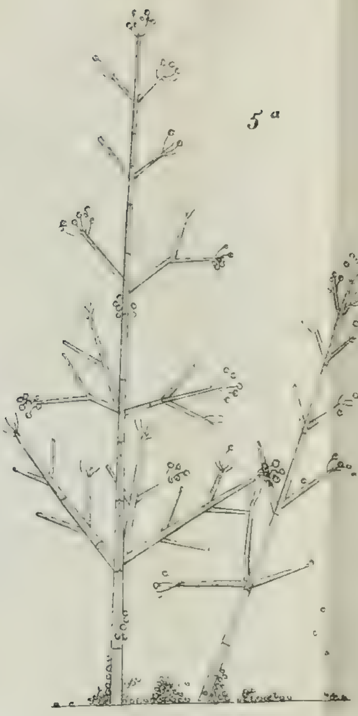
1, Nematogonum aurantiacum. 2, Helmint
-clavariarum. 3, Botrytis griseola.

NATURAL HISTORY

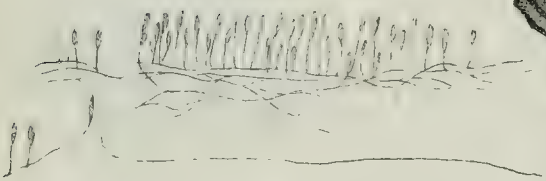
4 a

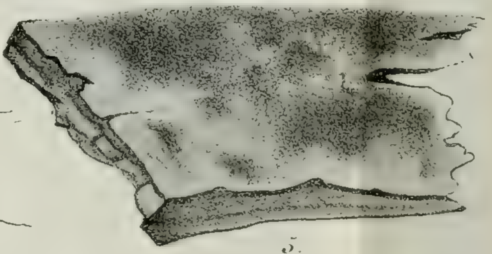


5 a

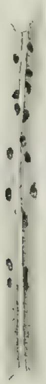


4.



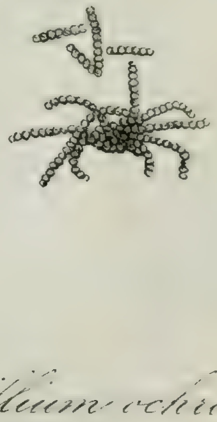


5.



6

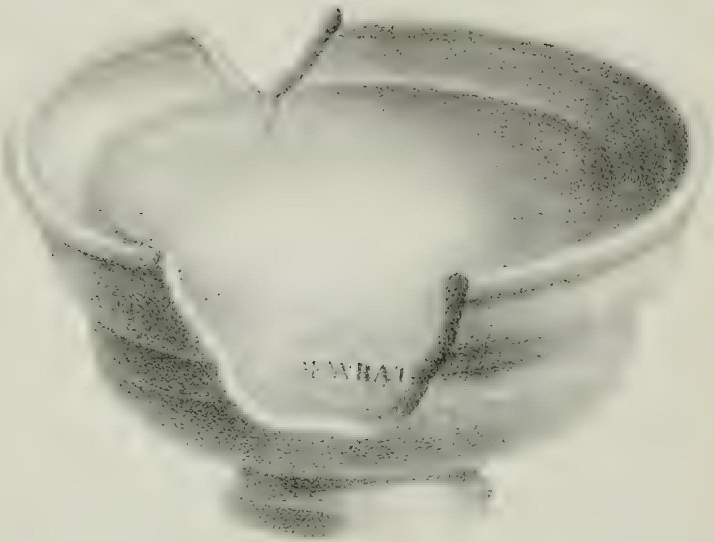
6 a

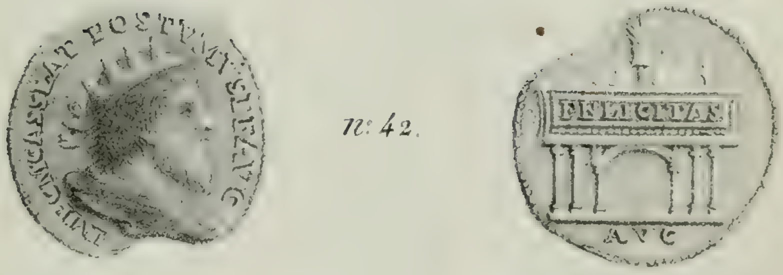


4. Aspergillus clavatus. 5. Verticillium ochrorubrum.
6. Torula graminis.

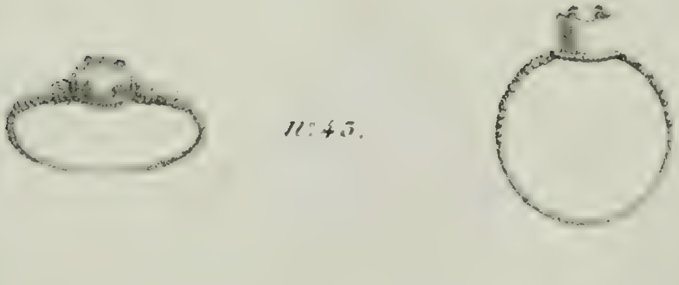
NATURAL HIST

n° 41.

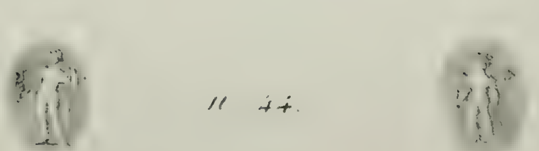



IMP C M CAS LAT POSTVMVS P F AVG
FELICITAS
AVG

n° 42.



n° 43.



n° 44.

[illegible]

BRITISH MUSEUM NATURAL HISTORY